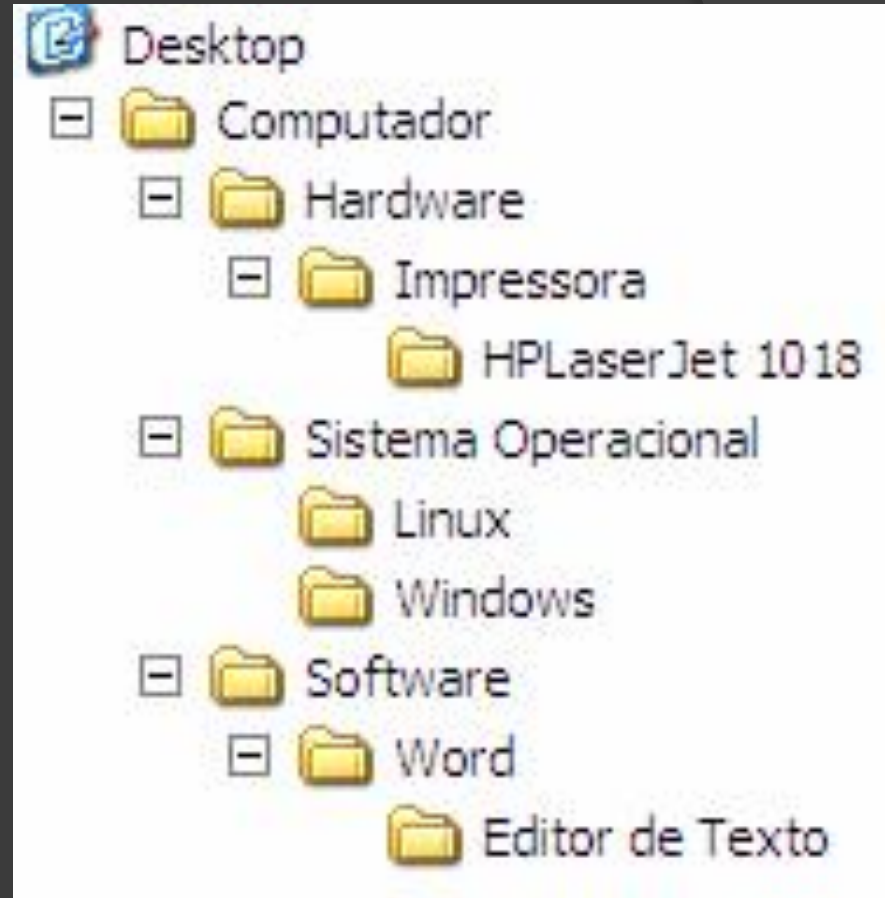


# ÁRVORES

# Introdução

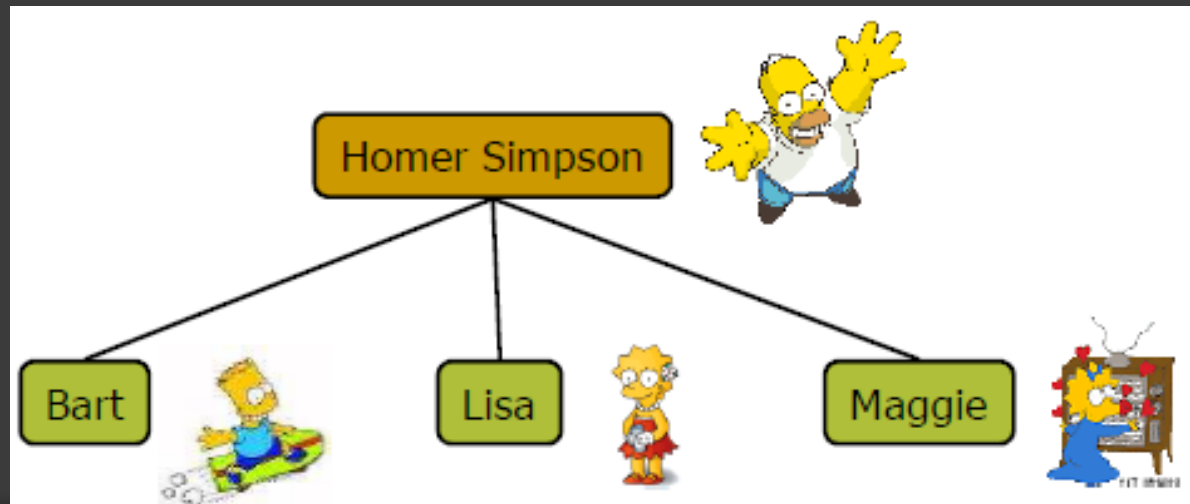
- Importância de estruturas unidimensionais ou lineares (vetores e listas) é inegável
- Porém, estas estruturas não são adequadas para representar dados que devem ser dispostos de maneira **hierárquica**
  - Por exemplo, **diretórios** criados em um computador



*Exemplo da estruturas de diretórios no windows*

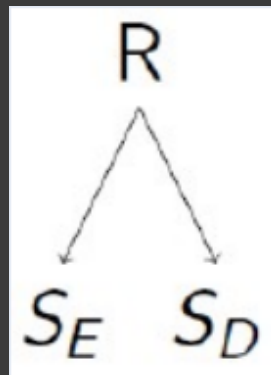
# Introdução

- Árvores são adequadas para **representar estruturas hierárquicas** não lineares, como relações de descendência pai, filhos, irmãos, etc.
- Forma mais natural de definirmos uma estrutura de árvore é usando **recursividade**.



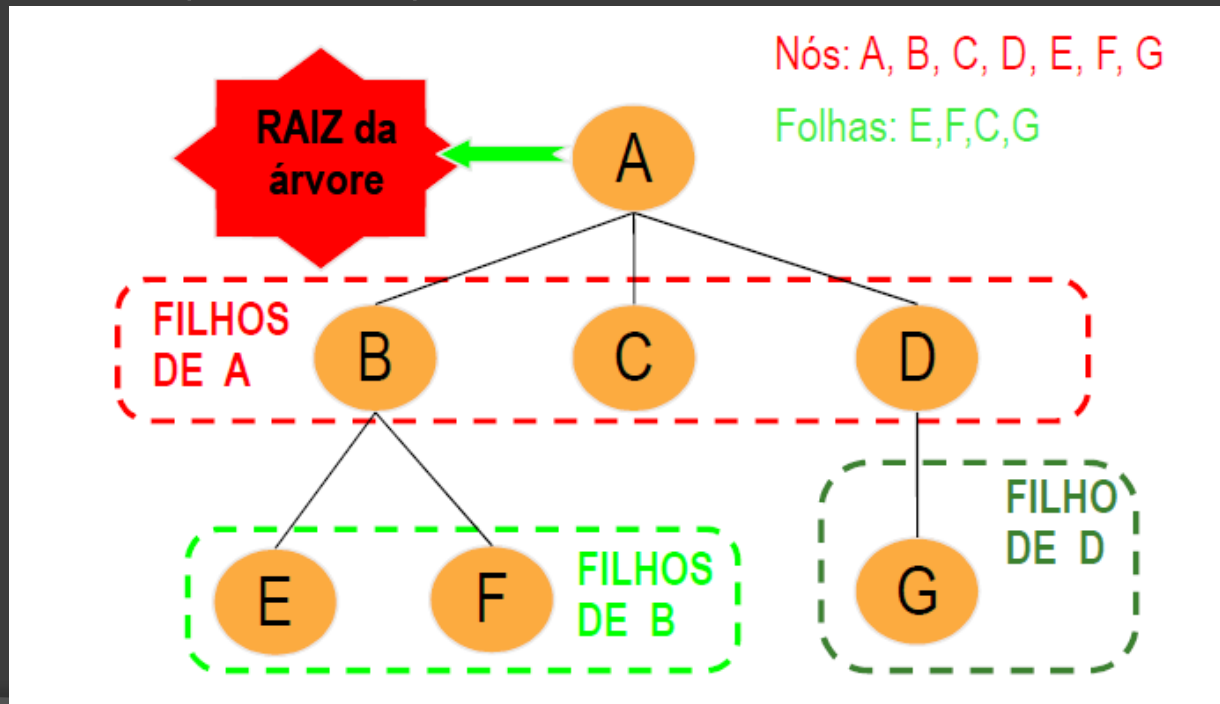
# Definições

- Uma árvore é composta de um conjunto finito de nós.
- Desse conjunto, há um nó **R** denominado de **raiz**, que contém **zero** ou **mais** sub-árvores, cujas raízes são ligadas diretamente a **R**.
- Esses nós raízes das sub-árvores são ditos **filhos** do nó pai, **R**.
- Nós com filhos são comumente chamados de **nós internos**.
- Nós que **não têm filhos** são chamados de **nós externos (folhas)**.



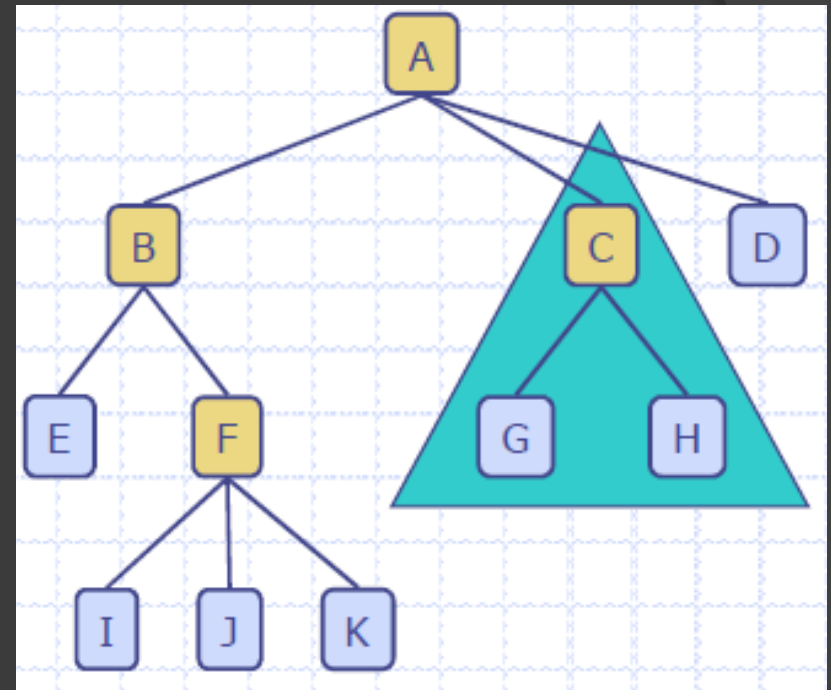
# Fundamentos Básicos

- Dados são dispostos de forma hierárquica;
  - Elementos (nós)
    - Raiz (pai) - [ancestrais]
    - Galhos (filhos) – [ancestrais/descendentes]
    - Folhas(terminais) - [descendentes]



# Terminologia

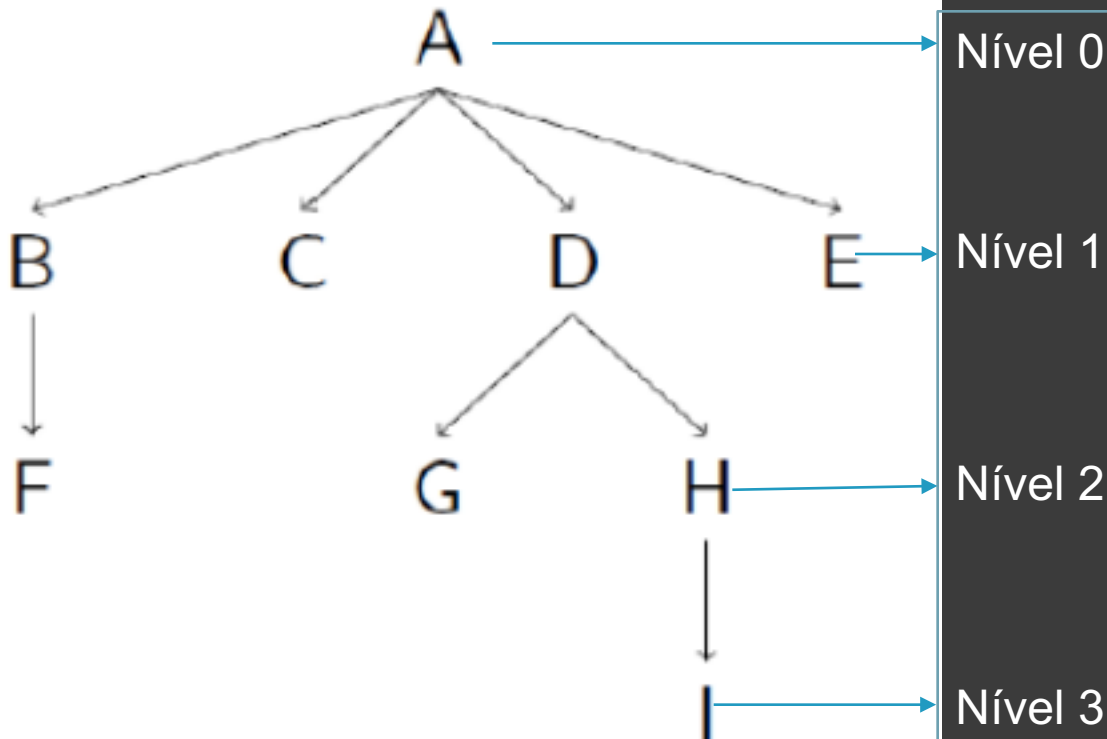
- **Raiz** (root): nó sem pai (A).
- **Arco**: Liga dois nós
- **Nó Interno**: nó com pelo menos um filho (A, B, C, F).
- **Nó Externo** ou **Folha**: nó sem filhos (E, I, J, K, G, H, D).
- **Ancestrais** (de um nó): pai ou ancestrais do pai do nó.
- **Descendentes** (de um nó): nós que o possuem como ancestral.
- **Sub-Árvore**: árvore consistindo de um nó e dos seus descendentes.



# Terminologia

- ⦿ **Grau:** Número de filhos de um nó;
  - O GRAU de uma árvore  $T$  é o maior entre os graus de todos os seus nós
- ⦿ **Caminho:** sequência única que leva a um nó a partir da raiz
- ⦿ **Nível ou profundidade de um nó:** número de nós do caminho da raiz até o nó
- ⦿ **Altura:** raiz mais o máximo número de descendentes
  - Caminho entre a raiz e a(s) folhas(s) mais distante(s)
  - A árvore vazia é uma árvore de altura  $-1$ , por definição

# Exemplo de árvore

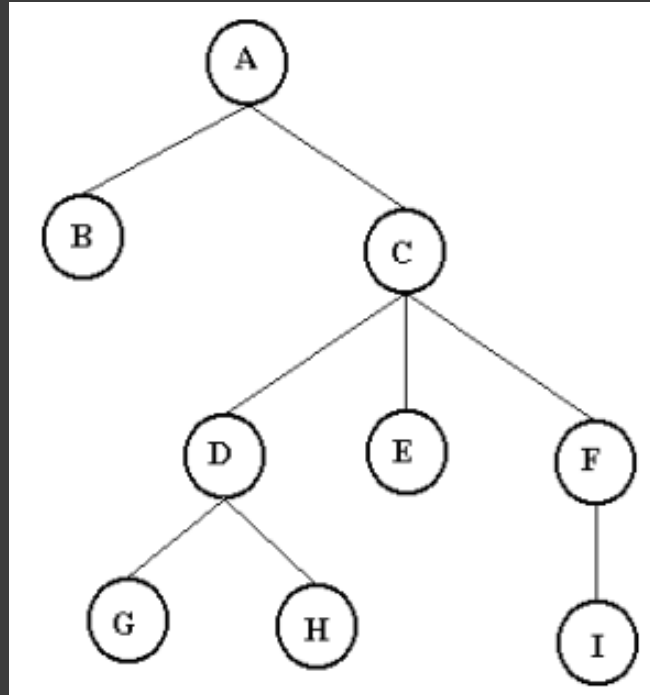


Grau: 4

Altura: 3



# Exemplo de árvore



- Quais nós são considerados nós internos?
- Quais nós são considerados nós externos (folhas)?
- Qual é a altura da árvore?
- Quantas sub-árvores existem na árvore acima?
- Quais são as sub-árvores?
- Quais nós são as raízes das sub-árvores da árvore acima?

# Subárvore

- Seja a árvore acima  $T = \{A, B, \dots\}$
- A árvore  $T$  possui duas subárvores:
  - $T_b$  e  $T_c$  onde  $T_b = \{B\}$  e  $T_c = \{C, D, \dots\}$
- A subárvore  $T_c$  possui 3 subárvores:
  - $T_d$ ,  $T_f$  e  $T_e$  onde  $T_d = \{D, G, H\}$ ,  $T_f = \{F, I\}$ ,  
 $T_e = \{E\}$
- As subárvores  $T_b$ ,  $T_e$ ,  $T_g$ ,  $T_h$ ,  $T_i$  possuem apenas o nó raiz e nenhuma subárvore.

# Árvores

## Formas de representação Gráfica:

Grafo (representação mais utilizada):

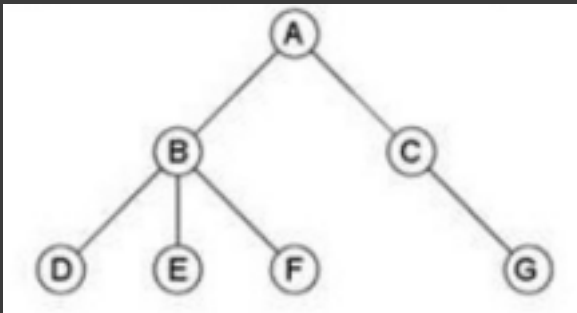
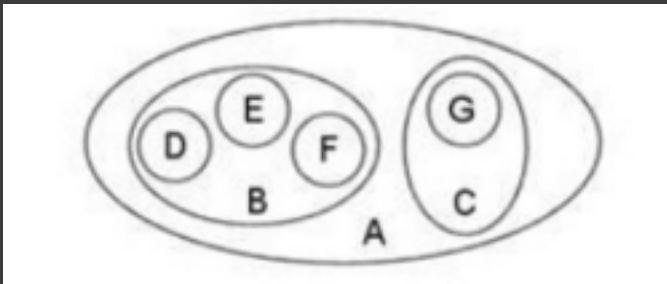
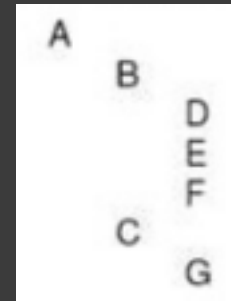


Diagrama de Venn (ou diagrama de inclusão)



Identação



Parênteses Aninhados

(A (B(D, E, F), C(G)))

# Acesso aos nodos

- ⦿ O acesso a árvore é sempre realizado através da raiz, se esta raiz apresenta dois descendentes, o acesso a cada um deles é feito a partir dela.
- ⦿ Geralmente é necessário acessar todos os nodos de uma árvore com o objetivo de realizar a mesma operação sobre eles.
- ⦿ Exemplos:
  - Procurar um nodo;
  - Imprimir os campos de informação de cada nodo;
  - etc...

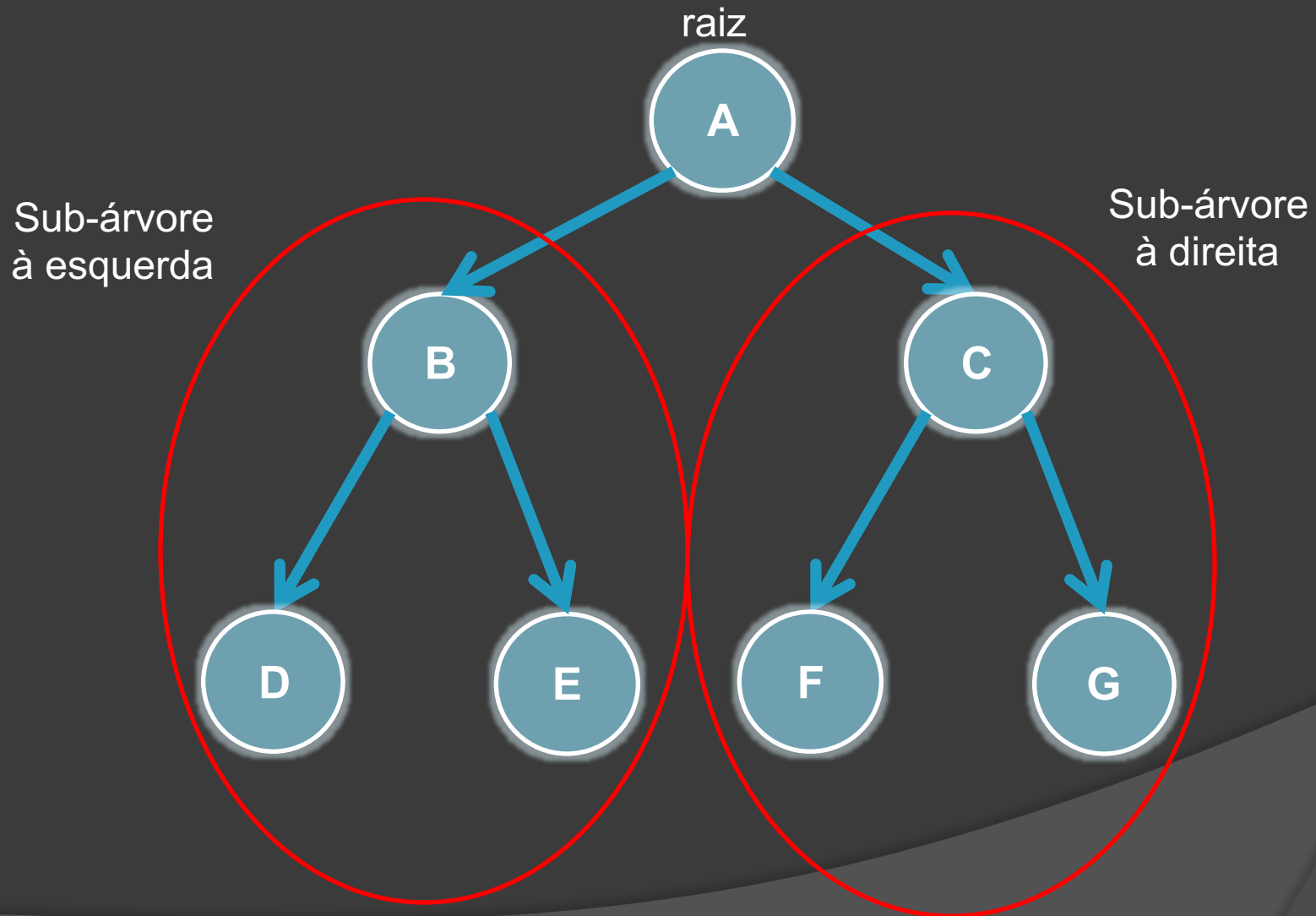
# Caminhamento

- ⦿ Denomina-se caminhamento de uma árvore o método de percurso sistemático de todos os nodos de uma árvore de modo que cada nodo seja visitado exatamente uma vez.
- ⦿ Um caminhamento completo define uma sequência de acesso aos nodos
- ⦿ A ordem em que os nodos aparecem no encaminhamento completo representa a ordem em que será feita a visita a eles

# Caminhamento

- O acesso aos nodos pode ser alcançado através de diferentes caminhamentos.

# Caminhamento



# Caminhamento

- ⦿ Pré-Fixado à esquerda .
  - Visita a raiz .
  - Percorre a sub-árvore esquerda .
  - Percorre a sub-árvore direita
  - Ordem: a - b - d - e - c - f - g
- ⦿ Central à esquerda .
  - Percorre a sub-árvore esquerda .
  - Visita a raiz .
  - Percorre a sub-árvore direita
  - Ordem: d - b - e - a - f - c - g
- ⦿ Pós-Fixado à esquerda .
  - Percorre a sub-árvore esquerda .
  - Percorre a sub-árvore direita .
  - Visita a raiz
  - Ordem: d - e - b - f - g - c - a



# Caminhamento

- ⦿ Pré-Fixado à direita .
  - Visita a raiz .
  - Percorre a sub-árvore direita .
  - Percorre a sub-árvore esquerda
  - Ordem: a - c - g - f - b - e - d
- ⦿ Central à direita .
  - Percorre a sub-árvore direita .
  - Visita a raiz .
  - Percorre a sub-árvore esquerda
  - Ordem: g - c - f - a - e - b - d
- ⦿ Pós-Fixado à direita .
  - Percorre a sub-árvore direita .
  - Percorre a sub-árvore esquerda .
  - Visita a raiz
  - Ordem: g - f - c - e - d - b - a