e) $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & 1 \\ a & b \end{bmatrix}; \ a, b \in \mathbb{R} \right\}$

f) $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \ ad - bc \neq 0 \right\}$ (conjunto de matrizes inversíveis)

27) Sejam os vetores $u = (2, -3, 2)$ e $v = (-1, 2, 4)$ em $\mathbb{R}^3$.

a) Escrever o vetor $w = (7, -11, 2)$ como combinação linear de u e v.

b) Para que valor de k o vetor $(-8, 14, k)$ é combinação linear de u e v?

c) Determinar uma condição entre a, b e c para que o vetor (a, b, c) seja uma combinação linear de u e v.

28) Consideremos no espaço $P_2 = \{ at^2 + bt + c / a, b, c \in \mathbb{R} \}$ os vetores $p_1 = t^2 - 2t + 1$, $p_2 = t + 2$ e $p_3 = 2t^2 - t$.

a) Escrever o vetor $p = 5t^2 - 5t + 7$ como combinação linear de p_1, p_2 e p_3.

b) Escrever o vetor $p = 5t^2 - 5t + 7$ como combinação linear de p_1 e p_2.

c) Determinar uma condição para a, b e c de modo que o vetor $at^2 + bt + c$ seja combinação linear de p_2 e p_3.

d) É possível escrever p_1 como combinação linear de p_2 e p_3?

29) Seja o espaço vetorial $M(2, 2)$ e os vetores

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \ v_2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } v_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Escrever o vetor

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

como combinação linear dos vetores v_1, v_2 e v_3.

30) Escrever o vetor $0 \in \mathbb{R}^2$ como combinação linear dos vetores

a) $v_1 = (1, 3)$ e $v_2 = (2, 6)$

b) $v_1 = (1, 3)$ e $v_2 = (2, 5)$

31) Sejam os vetores $v_1 = (-1, 2, 1)$, $v_2 = (1, 0, 2)$ e $v_3 = (-2, -1, 0)$. Expressar cada um dos vetores $u = (-8, 4, 1)$, $v = (0, 2, 3)$ e $w = (0, 0, 0)$ como combinação linear de v_1, v_2 e v_3.

32) Expressar o vetor $u = (-1, 4, -4, 6) \in \mathbb{R}^4$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (3, -3, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, -1, 2)$ e $v_3 = (1, -1, 0, 0)$.

33) Seja S o subespaço do $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x + 2y - z = 0 \text{ e } t = 0 \}$$

Pergunta-se:

a) $(-1, 2, 3, 0) \in S$?

b) $(3, 1, 4, 0) \in S$?

c) $(-1, 1, 1, 1) \in S$?

34) Seja S o subespaço de $M(2, 2)$:

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} a - b & 2a \\ a + b & -b \end{bmatrix}; \ a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

Pergunta-se:

a) $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \in S$?

b) Qual deve ser o valor de k para que o vetor

$\begin{bmatrix} -4 & k \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

pertença a S?

35) Determinar os subespaços do $\mathbb{R}^3$ gerados pelos seguintes conjuntos:

a) $A = \{(2, -1, 3)\}$

b) $A = \{(-1, 3, 2), (2, -2, 1)\}$

c) $A = \{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (-1, 1, 0)\}$

d) $A = \{(-1, 1, 0), (0, 1, -2), (-2, 3, 1)\}$

e) $A = \{(1, 2, -1), (-1, 1, 0), (-3, 0, 1), (-2, -1, 1)\}$

f) $A = \{(1, 2, -1), (-1, 1, 0), (0, 0, 2), (-2, 1, 0)\}$

36) Seja o conjunto $A = \{v_1, v_2\}$, sendo $v_1 = (-1, 3, -1)$ e $v_2 = (1, -2, 4)$.

Determinar:

a) O subespaço G(A).

b) O valor de k para que o vetor $v = (5, k, 11)$ pertença a G(A).

37) Sejam os vetores $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 2, 0)$ e $v_3 = (1, 3, -1)$. Se $(3, -1, k) \in [v_1, v_2, v_3]$, qual o valor de k?

38) Determinar os subespaços de P_2 (espaço vetorial dos polinômios de grau $\leqslant 2$) gerados pelos seguintes vetores:

a) $p_1 = 2x + 2$, $p_2 = -x^2 + x + 3$ e $p_3 = x^2 + 2x$

b) $p_1 = x^2$, $p_2 = x^2 + x$

c) $p_1 = 1$, $p_2 = x$, $p_3 = x^2$

39) Determinar o subespaço G(A) para $A = \{(1, -2), (-2, 4)\}$. O que representa geometricamente esse subespaço?

40) Mostrar que os vetores $v_1 = (2, 1)$ e $v_2 = (1, 1)$ geram o $\mathbb{R}^2$.

41) Mostrar que os vetores $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (0, 1, 1)$ e $v_3 = (0, 0, 1)$ geram o $\mathbb{R}^3$.

42) Seja o espaço vetorial M(2, 2). Determinar seus subespaços gerados pelos vetores

a) $v_1 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e $v_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

b) $v_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ e $v_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

43) Determinar o subespaço de P_3 (espaço dos polinômios de grau $\leqslant 3$) gerado pelos vetores $p_1 = x^3 + 2x^2 - x + 3$ e $p_2 = -2x^3 - x^2 + 3x + 2$.

44) Determinar o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores $u = (2, -1, 1, 4)$, $v = (3, 3, -3, 6)$ e $w = (0, 4, -4, 0)$.

45) Verificar se o vetor $v = (-1, -3, 2, 0)$ pertence ao subespaço do $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores $v_1 = (2, -1, 3, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1, 0)$ e $v_3 = (0, 1, -1, 0)$.

46) Classificar os seguintes subconjuntos do $\mathbb{R}^2$ em LI ou LD:

a) $\{(1, 3)\}$