EXERCÍCIOS DE TRANSFORMAÇÕES LINEARES NO PLANO

46) Os pontos $A(2, -1)$ e $B(-1, 4)$ são vértices consecutivos de um quadrado. Calcular os outros dois vértices, utilizando a matriz-rotação.

47) Os pontos $A(-1, -1)$, $B(4, 1)$ e $C(a, b)$ são vértices de um triângulo retângulo isósceles, reto em A. Determinar o vértice C fazendo uso da matriz-rotação.

48) Em um triângulo ABC, os ângulos B e C medem 75° cada. Sendo $A(1, 1)$ e $B(-1, 5)$, determinar o vértice C.

49) Determinar, em cada caso, a matriz da transformação linear de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}^2$ que representa a seqüência de transformações dadas:

a) Reflexão em torno do eixo dos y, seguida de um cisalhamento de fator 5 na direção horizontal.

b) Rotação de 30° no sentido horário, seguida de uma duplicação dos módulos e inversão dos sentidos.

c) Rotação de 60°, seguida de uma reflexão em relação ao eixo dos y.

d) Rotação de um ângulo θ, seguida de uma reflexão na origem.

e) Reflexão em torno da reta $y = -x$, seguida de uma dilatação de fator 2 na direção Ox e, finalmente, um cisalhamento de fator 3 na direção vertical.

50) O vetor $v = (3, 2)$ experimenta seqüencialmente:

1) Uma reflexão em torno da reta $y = x$;

2) Um cisalhamento horizontal de fator 2;

3) Uma contração na direção Oy de fator $\frac{1}{3}$;

4) Uma rotação de 90° no sentido anti-horário.

a) Calcular o vetor resultante dessa seqüência de operações.

b) Encontrar a expressão da transformação linear $T: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ que representa a composta das quatro operações.

c) Determinar a matriz canônica da composta das operações.

46) Duas soluções: $(4, 7)$ e $(7, 2)$ ou $(-6, 1)$ e $(-3, -4)$.

47) $C(-3, 4)$ ou $C(1, -6)$

48) $C(-1 - \sqrt{3}\,,\ 2\sqrt{3})$ ou $C(3 - \sqrt{3},\ 2 + 2\sqrt{3})$

49) a) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -\cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$

50) a) $(-1, 8)$ b) $T(x, y) = (-\frac{1}{3}x,\ 2x + y)$ c) $[T] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$