

# Potencial eléctrico

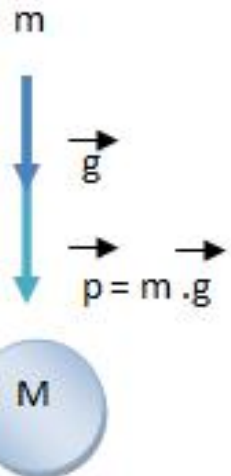
Cap 24 (Halliday – 8ª edição)

# Introdução

- Gravitação, eletrostática e energia potencial:
  - Áreas da física que tenham princípios básicos semelhantes são úteis por permitirem o reaproveitamento das relações matemáticas entre as grandezas;
  - Como exemplo estudamos a lei da eletrostática de Coulomb, que é matematicamente idêntica à lei de gravitação de Newton – lei dos quadrados das distâncias;

# Gravitação x eletrostática

- Uma força gravitacional  $p = m \cdot g$  atua sobre uma partícula teste de massa  $m$ , em queda livre.



Na queda, a energia potencial da bola é transformada em energia cinética

Também é possível analisar o movimento da carga teste em termos de transferência de energia

- Uma força eletrostática  $F = q \cdot E$  atua sobre uma carga teste  $q$  em “queda livre”

# Energia potencial elétrica

- De forma análoga à energia potencial gravitacional, podemos definir a diferença de energia potencial elétrica de uma carga teste  $q$  quando ela se move de um ponto inicial A para um ponto final B num campo elétrico:
  - Desloquemos uma carga teste de um ponto para outro num campo elétrico. A diferença de energia potencial elétrica da carga teste entre esses pontos é o negativo do trabalho realizado pela força eletrostática, através do campo elétrico, sobre esta carga, durante seu movimento.
  - A diferença de energia potencial elétrica da carga teste entre dois pontos é independente da trajetória seguida entre esses pontos (a força eletrostática é conservativa).

$$\Delta U = U_f - U_i = -W.$$

# Energia potencial elétrica

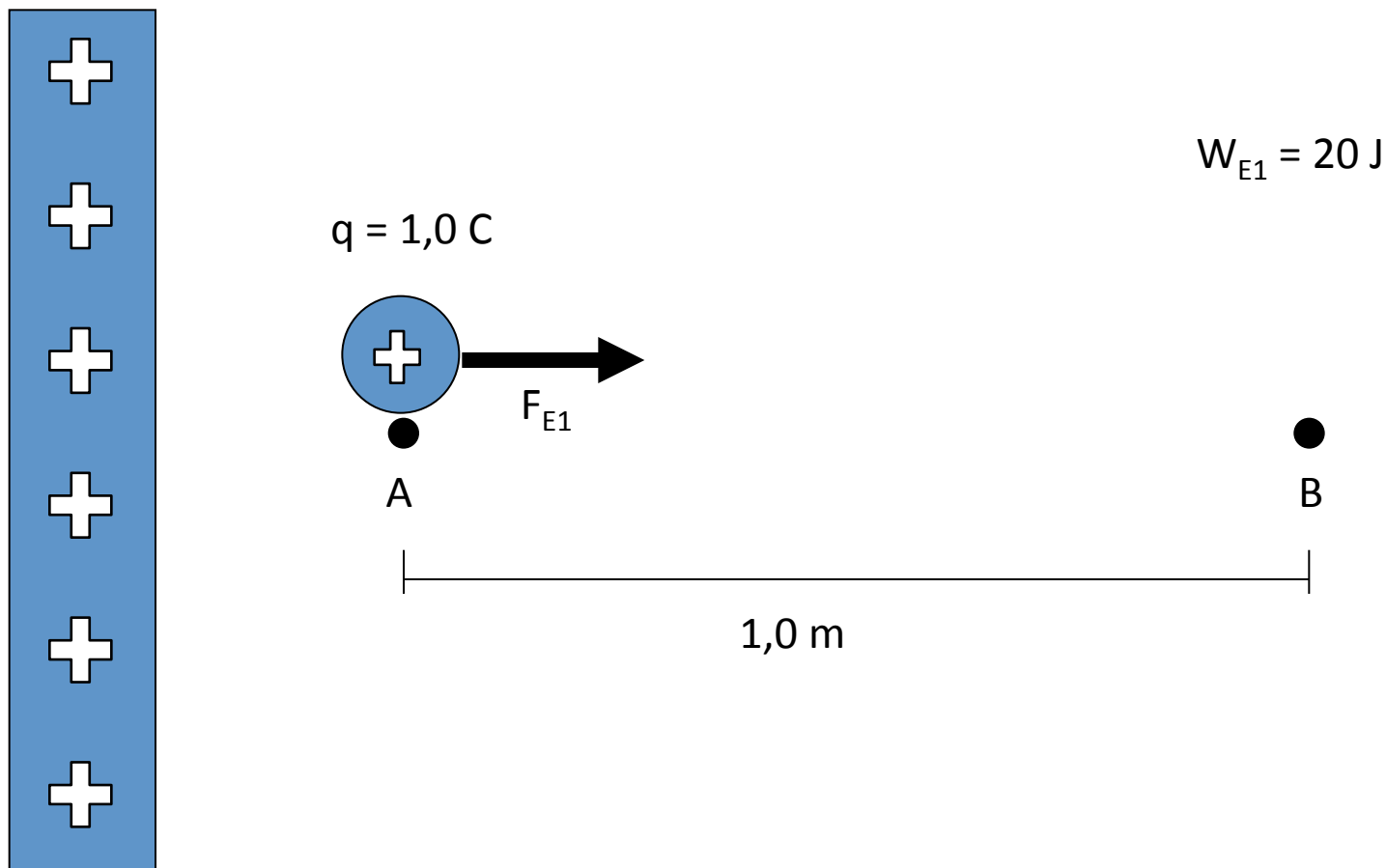
- A energia potencial  $U$  de uma carga teste  $q$ , em qualquer ponto é, igual ao negativo do trabalho  $W$  realizado sobre a carga teste pelo campo elétrico, quando a carga se move do infinito até o ponto em questão.

$$U = -W_{\infty}$$

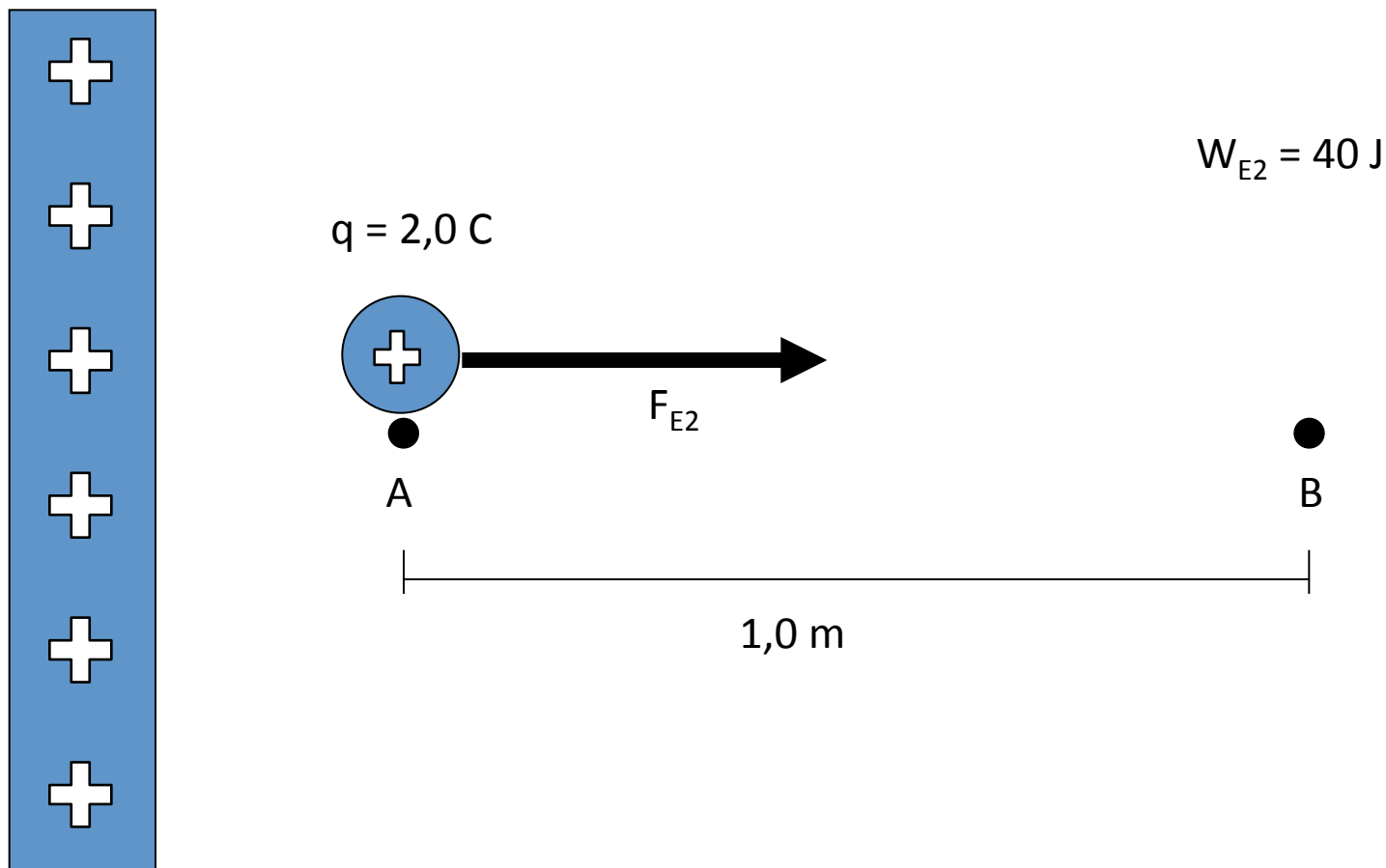
**TESTE 1** Na figura, um próton se desloca do ponto  $i$  para o ponto  $f$  na presença de um campo elétrico com a direção indicada. (a) O campo elétrico executa um trabalho positivo ou negativo sobre o elétron? (b) A energia potencial elétrica do próton aumenta ou diminui?



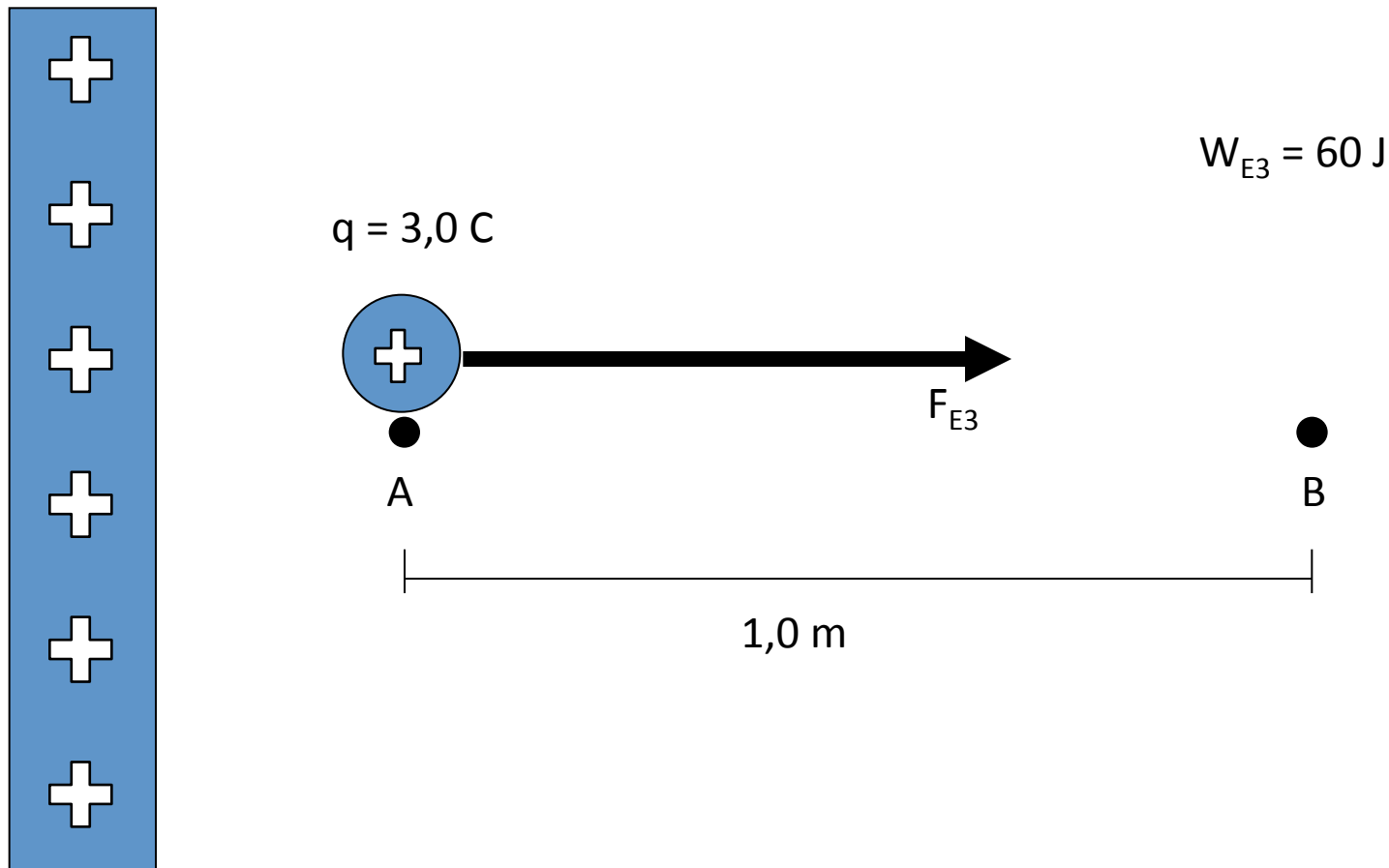
# O trabalho da força elétrica



# O trabalho da força elétrica



# O trabalho da força elétrica





Elétrons estão sendo constantemente arrancados das moléculas de ar da atmosfera por partículas de raios cósmicos provenientes do espaço sideral. Uma vez liberados, esses elétrons estão sujeitos a uma força eletrostática  $\vec{F}$  associada ao campo elétrico  $\vec{E}$  produzido na atmosfera por partículas carregadas já existentes na Terra. Perto da superfície terrestre, este campo elétrico tem um módulo de 150 N/C e aponta para o centro da Terra. Qual é a variação  $\Delta U$  da energia potencial elétrica de um elétron livre na atmosfera da Terra quando a força eletrostática faz com que se mova verticalmente para cima de uma distância  $d = 520$  m (Fig. 24-1)?

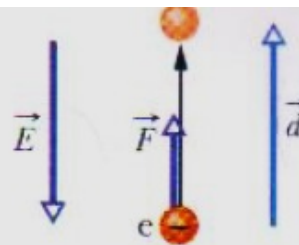
**IDÉIAS-CHAVE**

(1) A variação  $\Delta U$  da energia potencial elétrica do elétron está relacionada ao trabalho  $W$  realizado pelo campo elétrico sobre o elétron; essa relação é expressa pela Eq. 24-1 ( $\Delta U = -W$ ). (2) O trabalho realizado por uma força constante  $\vec{F}$  sobre uma partícula que sofre um deslocamento  $\vec{d}$  é dado por

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}. \quad (24-3)$$

(3) A força eletrostática e o campo elétrico estão relacionados pela equação  $\vec{F} = q\vec{E}$ , onde  $q$  é a carga do elétron ( $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ).

**FIG. 24-1** Um elétron da atmosfera sofre um deslocamento  $d$  para cima devido à força eletrostática  $\vec{F}$  associada a um campo elétrico  $\vec{E}$ .



**Cálculos:** Substituindo  $\vec{F}$  por seu valor na Eq. 24-3 e calculando o produto escalar, obtemos a relação

$$W = q\vec{E} \cdot \vec{d} = qEd \cos \theta, \quad (24-4)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre as direções de  $\vec{E}$  e  $\vec{d}$ . Como o campo  $\vec{E}$  aponta verticalmente para baixo e o deslocamento  $\vec{d}$  aponta verticalmente para cima,  $\theta = 180^\circ$ . Substituindo este e outros valores conhecidos na Eq. 24-4, obtemos

$$\begin{aligned} W &= (-1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(150 \text{ N/C})(520 \text{ m}) \cos 180^\circ \\ &= 1,2 \times 10^{-14} \text{ J.} \end{aligned}$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 24-1,

$$\Delta U = -W = -1,2 \times 10^{-14} \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

Este resultado mostra que com a subida de 520 m a energia potencial do elétron *diminui* de  $1,2 \times 10^{-14} \text{ J}$ .



# Potencial elétrico

- A energia potencial por unidade de carga tem um único valor em qualquer ponto num campo elétrico.  
Exemplo: supor que se coloque uma carga teste de  $1,6 \times 10^{-19} \text{C}$  num ponto num campo elétrico em que a energia potencial da carga seja de  $2,4 \times 10^{-17} \text{J}$ . Nesse caso, a energia potencial por unidade de carga seria:  $2,4 \times 10^{-17} \text{J} / 1,6 \times 10^{-19} \text{C} = 150 \text{J/C}$ .  
Substituindo a carga teste por outra de  $3,2 \times 10^{-19} \text{C}$  encontraríamos para ela uma energia potencial de  $4,8 \times 10^{-17} \text{J}$ .  
Porém, a energia potencial por unidade de carga seria a mesma:  $150 \text{J/C}$ .
- A energia potencial por unidade de carga em um ponto num campo elétrico é chamada de potencial elétrico  $V$  (ou simplesmente potencial)

$$V = \frac{U}{q}$$

Observe que o potencial elétrico é uma grandeza escalar.

A diferença de potencial elétrico  $\Delta V$  entre dois pontos  $i$  e  $f$  é igual à diferença entre os potenciais elétricos dos dois pontos:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q}. \quad (24-6)$$

Usando a Eq. 24-1 para substituir  $\Delta U$  por  $-W$  na Eq. 24-6, podemos definir a diferença de potencial entre os pontos  $i$  e  $f$  como

$$\Delta V = V_f - V_i = - \frac{W}{q} \quad (\text{definição de diferença de potencial}), \quad (24-7)$$

A diferença de potencial entre dois pontos é, portanto, o negativo do trabalho realizado pela força eletrostática para deslocar uma carga unitária de um ponto para o outro. Uma diferença de potencial pode ser positiva, negativa ou nula, dependendo dos sinais e dos valores absolutos de  $q$  e  $W$ .

De acordo com a Eq. 24-5, se tomarmos  $U_i = 0$  no infinito como referência para a energia potencial, o potencial elétrico  $V$  no infinito também será nulo. Nesse caso, de acordo com a Eq. 24-7, podemos definir o potencial elétrico em qualquer ponto do espaço através da relação

$$V = -\frac{W_{\infty}}{q} \quad (\text{definição de potencial}), \quad (24-8)$$

onde  $W_{\infty}$  é o trabalho executado pelo campo elétrico sobre uma partícula carregada quando a partícula se desloca do infinito para o ponto  $f$ . O potencial  $V$  pode ser positivo, negativo ou nulo, dependendo do sinal e do valor absoluto de  $q$  e  $W_{\infty}$ .

# Diferença de potencial

- A diferença de potencial entre dois pontos quaisquer A e B num campo elétrico é igual a diferença de energia potencial por unidade de carga.
- Para os exemplos vistos anteriormente:  
$$V_B - V_A = \frac{-20}{1} = \frac{-40}{2} = \frac{-60}{3} = -20 \text{ J/C} = -20 \text{ V}$$
- Obs.: 1 volt [V]=1 joule por coulomb

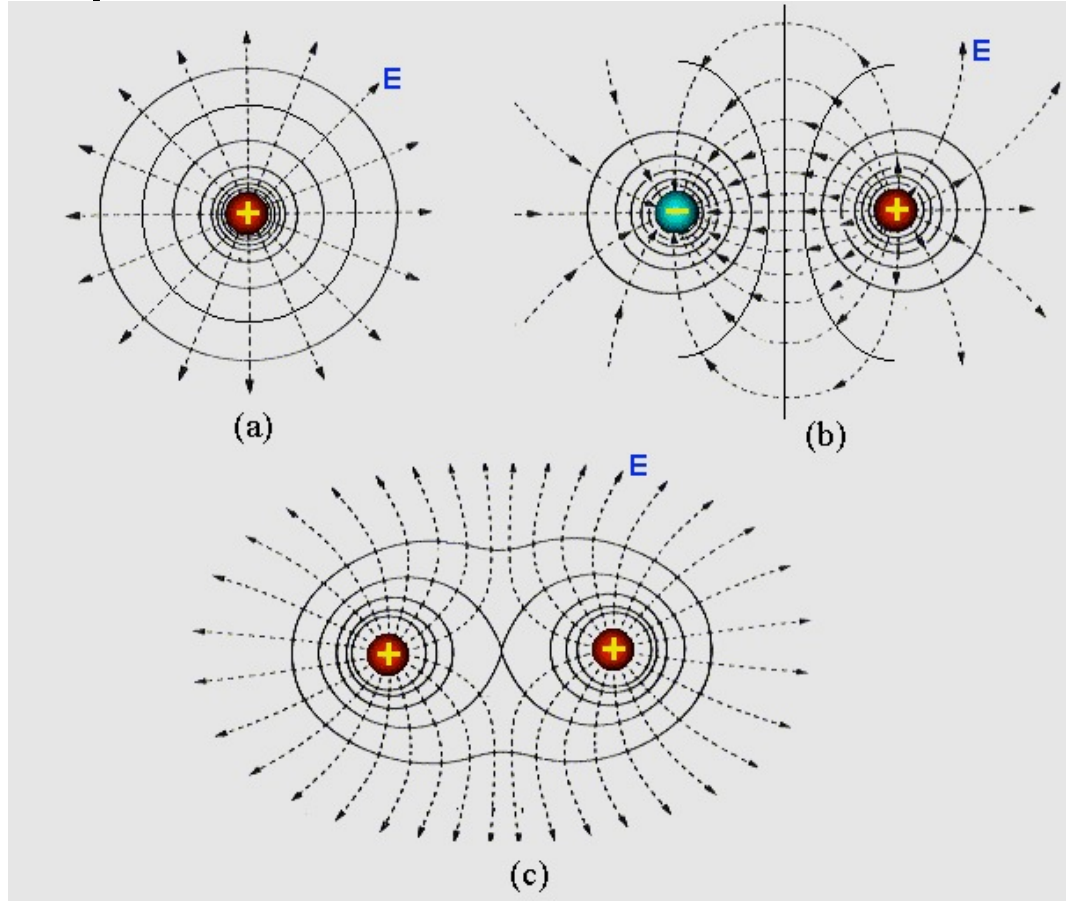
# Definições

- A energia potencial elétrica é uma energia de um objeto carregado num campo elétrico externo e é medida em joules.
- O potencial elétrico é uma propriedade do campo propriamente dito, estando ou não presente um objeto carregado.
- Um eletrón-volt (abreviação eV) é uma energia igual ao trabalho necessário para deslocar uma única carga elementar  $e$ , tal como a carga do elétron ou do próton, através de uma diferença de potencial de exatamente um volt.

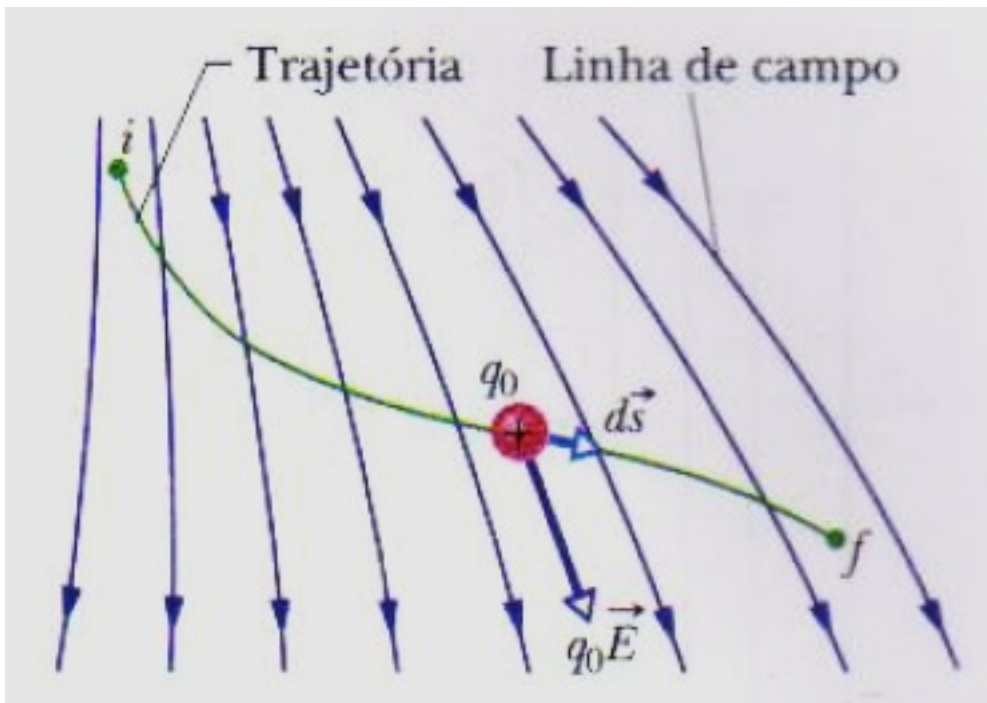


# Superfícies equipotenciais

- Lugar geométrico dos pontos que possuem o mesmo potencial.



# Cálculo do Potencial a partir do Campo



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}.$$

$$dW = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

$$W = q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

$$V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s},$$

# Cálculo do Potencial a partir do Campo

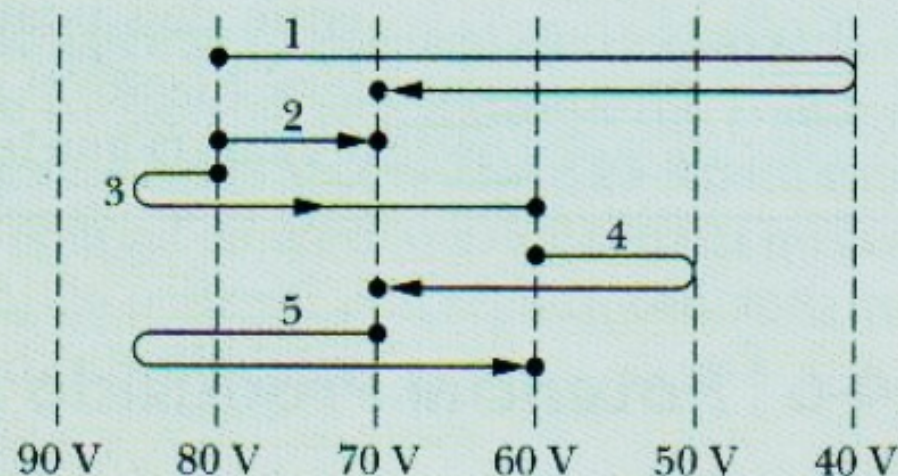
Diferença de potencial entre dois pontos

$$V_f - V_i = -\int_i^j E \cdot ds$$

Potencial em um ponto f, relativo ao potencial zero no infinito

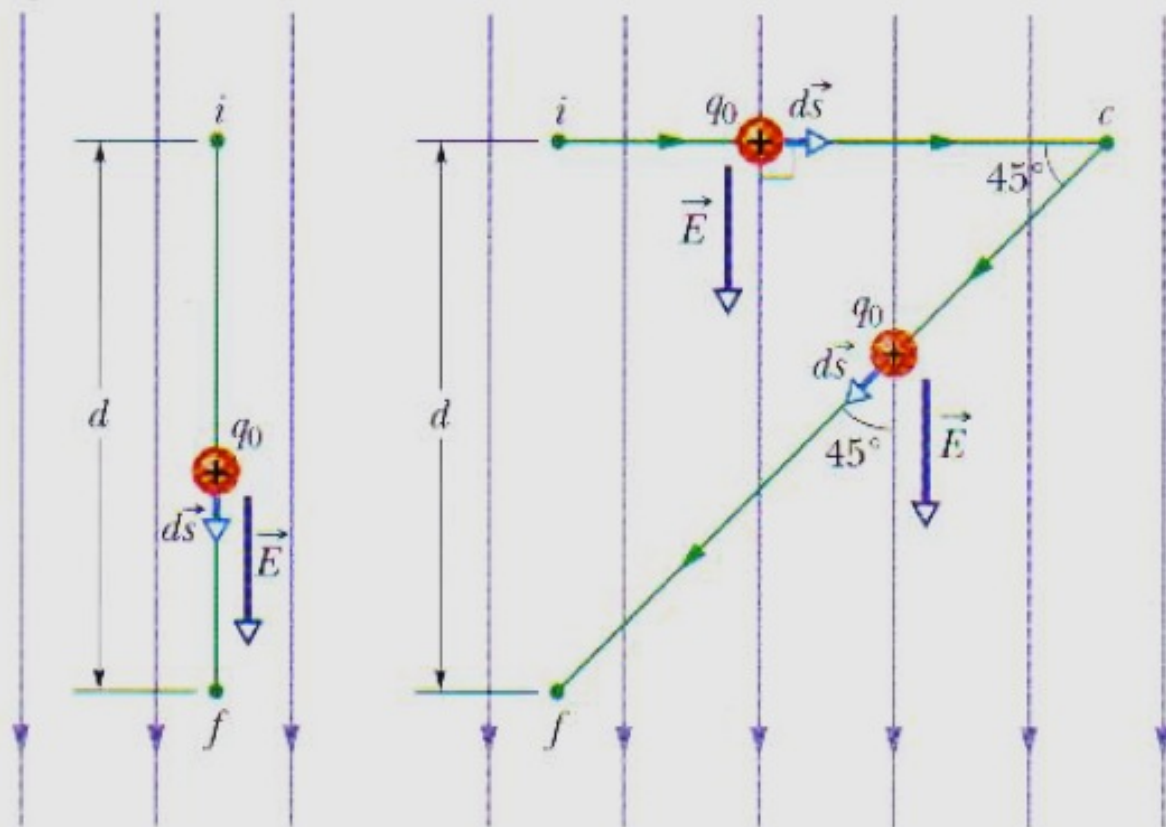
$$V = -\int_{\infty}^f E \cdot ds$$

**TESTE 3** A figura mostra uma família de superfícies paralelas equipotenciais (vistas de perfil) e cinco trajetórias ao longo das quais um elétron pode ser deslocado de uma superfície para outra. (a) Qual é a orientação do campo elétrico associado às superfícies? (b) Para cada trajetória, o trabalho realizado para deslocar o elétron é positivo, negativo ou nulo? (c) Coloque os caminhos na ordem do trabalho realizado, começando pelo maior.





(a) A Fig. 24-5a mostra dois pontos  $i$  e  $f$  na presença de um campo elétrico uniforme  $\vec{E}$ . Os pontos estão sobre a mesma linha de campo elétrico (que não aparece na figura), separados por uma distância  $d$ . Determine a diferença de potencial  $V_f - V_i$  deslocando uma carga de prova positiva  $q_0$  do ponto  $i$  ao ponto  $f$  ao longo da trajetória indicada, que é paralela à direção do campo.

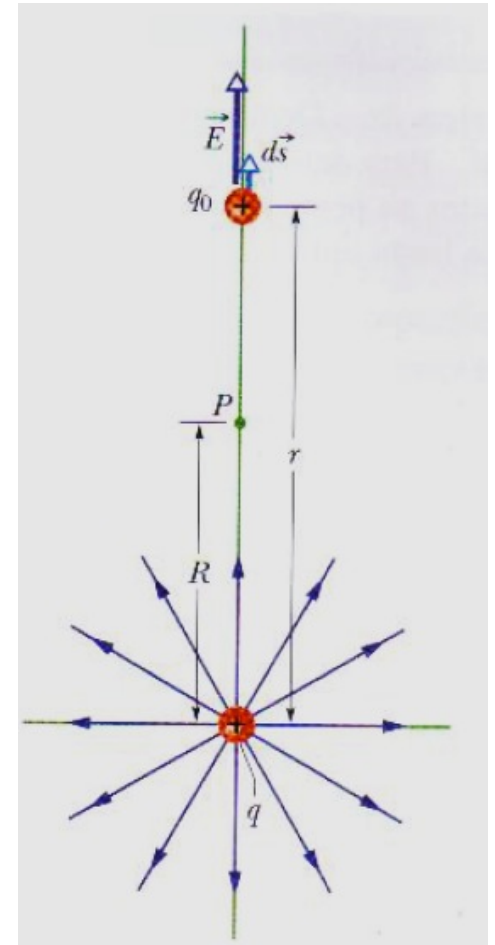


# Potencial criado por uma carga puntiforme

- Uma carga teste  $q_0$  se move a partir do infinito, ao longo de uma linha radial, em direção ao ponto P, no campo criado pela carga puntiforme positiva  $q$ .

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

(considerar o sinal da carga puntiforme  $q$ )

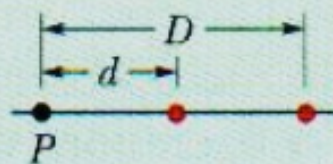


# Potencial criado por um grupo de cargas

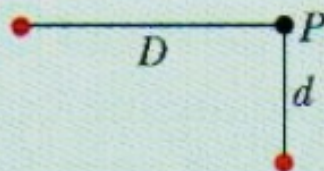
- Pode-se determinar o potencial líquido criado por um grupo de cargas puntiformes num ponto qualquer com a ajuda do **princípio da superposição**.

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (n \text{ cargas pontuais}).$$

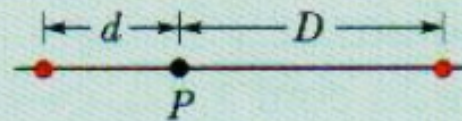
**TESTE 4** A figura mostra três arranjos de dois prótons. Coloque os arranjos na ordem do potencial elétrico produzido pelos prótons no ponto  $P$ , começando pelo maior.



(a)



(b)



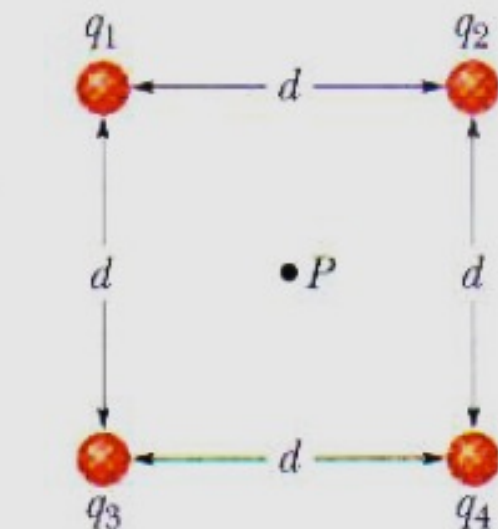
(c)



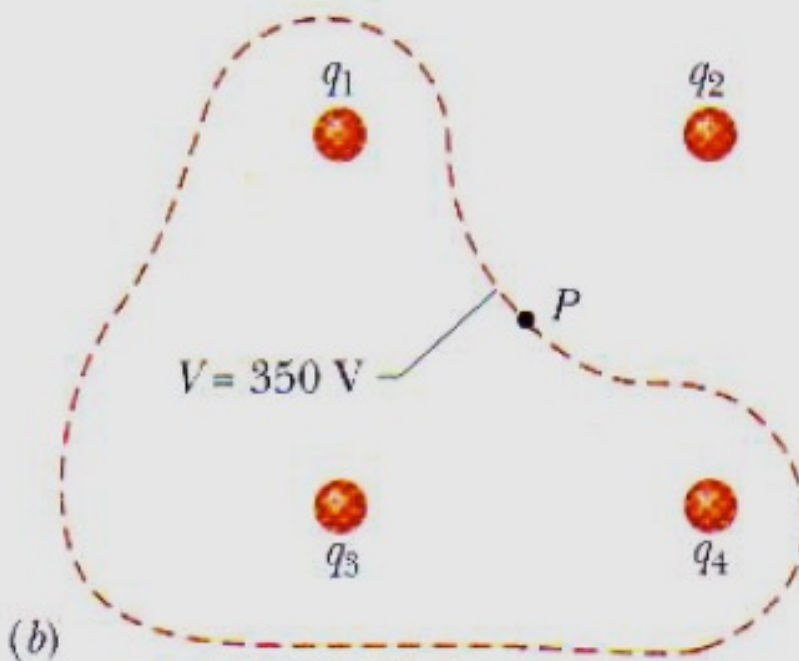
Qual é o valor do potencial elétrico no ponto  $P$ , situado no centro do quadrado de cargas pontuais que aparece na Fig. 24-8a? A distância  $d$  é 1,3 m e as cargas são

$$q_1 = +12 \text{ nC}, \quad q_3 = +31 \text{ nC},$$

$$q_2 = -24 \text{ nC}, \quad q_4 = +17 \text{ nC}.$$

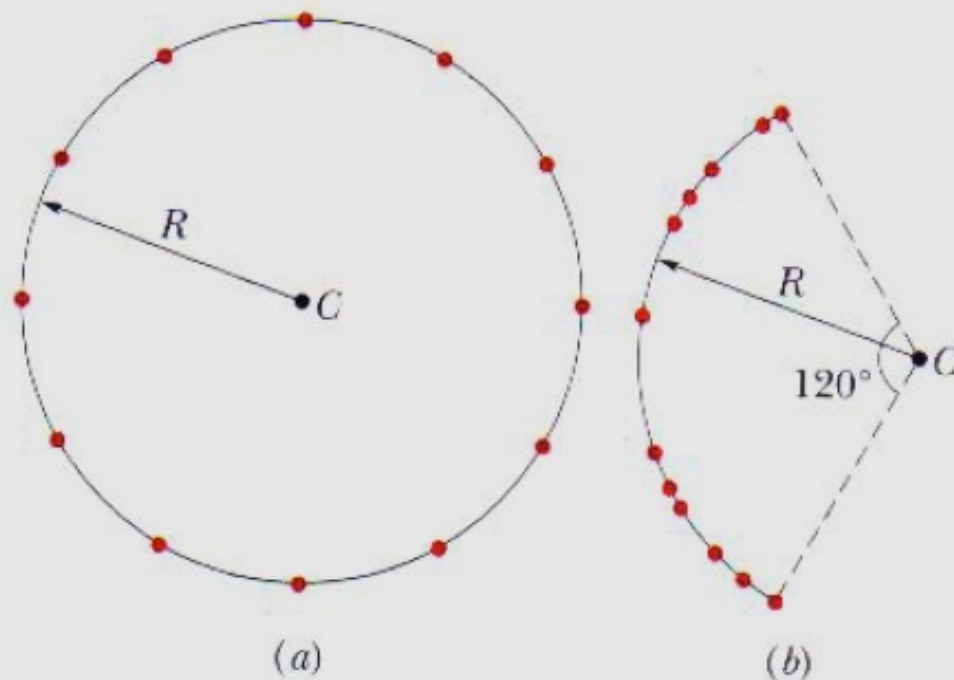


(a)



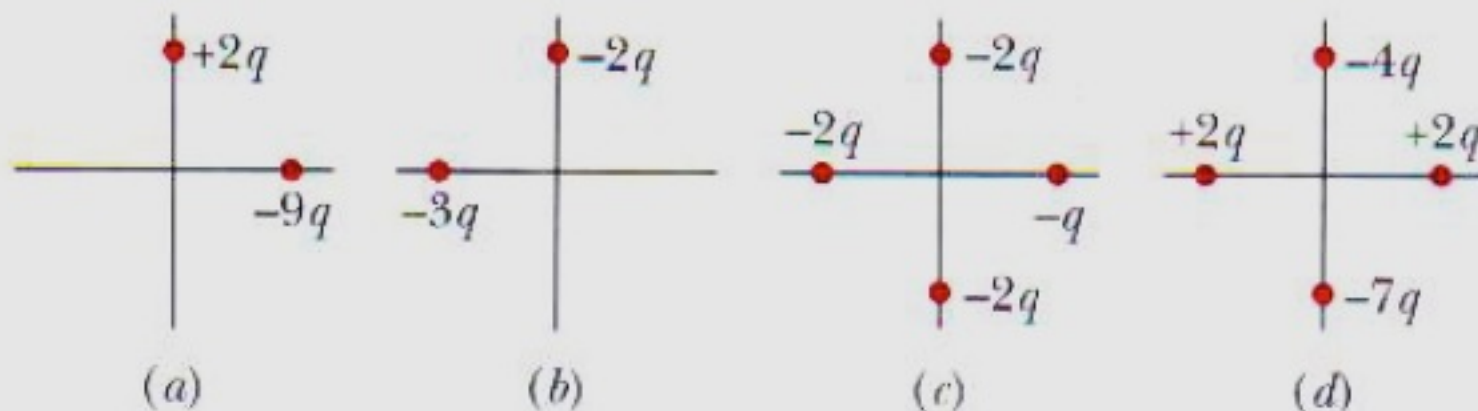
(b)

(a) Na Fig. 24-9a 12 elétrons (de carga  $-e$ ) são mantidos fixos, com espaçamento uniforme, sobre uma circunferência de raio  $R$ . Em relação a  $V = 0$  no infinito, quais são o potencial elétrico e o campo elétrico no centro  $C$  da circunferência?



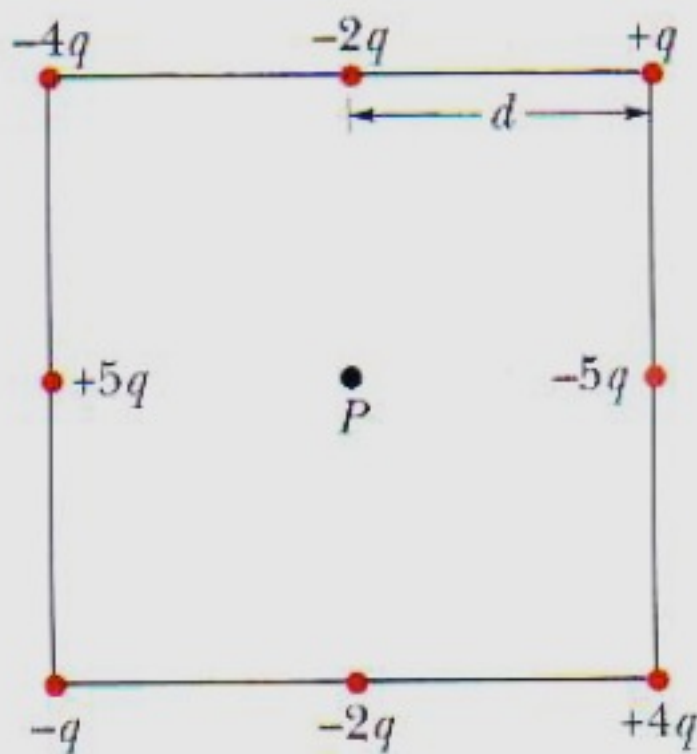
**FIG. 24-9** (a) Doze elétrons uniformemente espaçados sobre uma circunferência. (b) Os mesmos elétrons, distribuídos com espaçamento não-uniforme ao longo de um arco da circunferência original.

**2** A Fig. 24-22 mostra quatro arranjos de partículas carregadas, todas à mesma distância da origem. Ordene os arranjos de acordo com o potencial na origem, começando pelo mais positivo. Tome o potencial como sendo zero no infinito.



**FIG. 24-22** Pergunta 2.

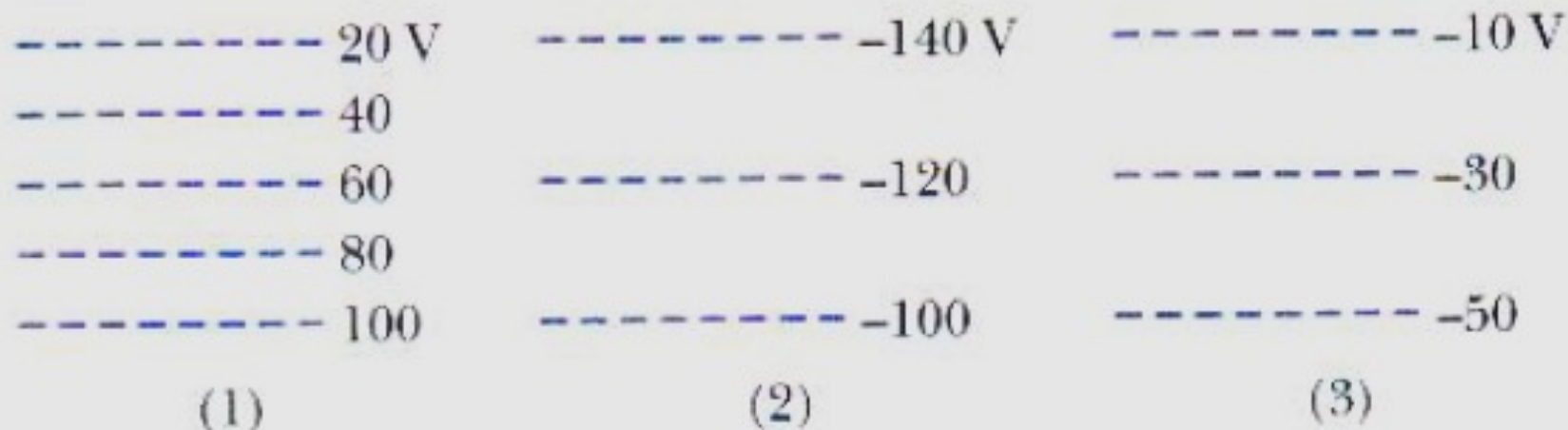
**3** Na Fig. 24-23, oito partículas formam um quadrado, com uma distância  $d$  entre as partículas vizinhas. Qual é o potencial  $P$  no centro do quadrado se o potencial é zero no infinito?



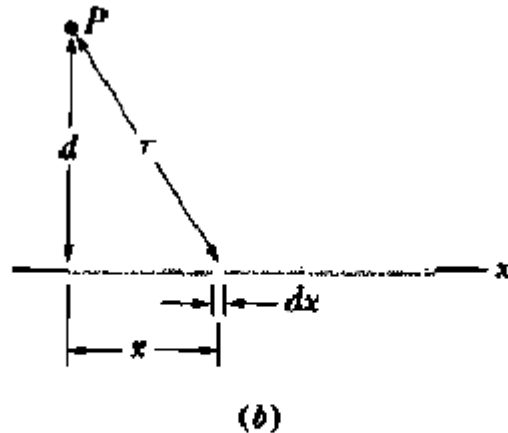
**FIG. 24-23** Pergunta 3.



**4** A Fig. 24-24 mostra três conjuntos de superfícies equipotenciais vistas de perfil; os três conjuntos cobrem a mesma região do espaço. (a) Ordene os conjuntos de acordo com o módulo do campo elétrico existente na região, começando pelo maior. (b) Em que conjunto o campo elétrico aponta para baixo?



# Potencial criado por distribuição contínua de carga



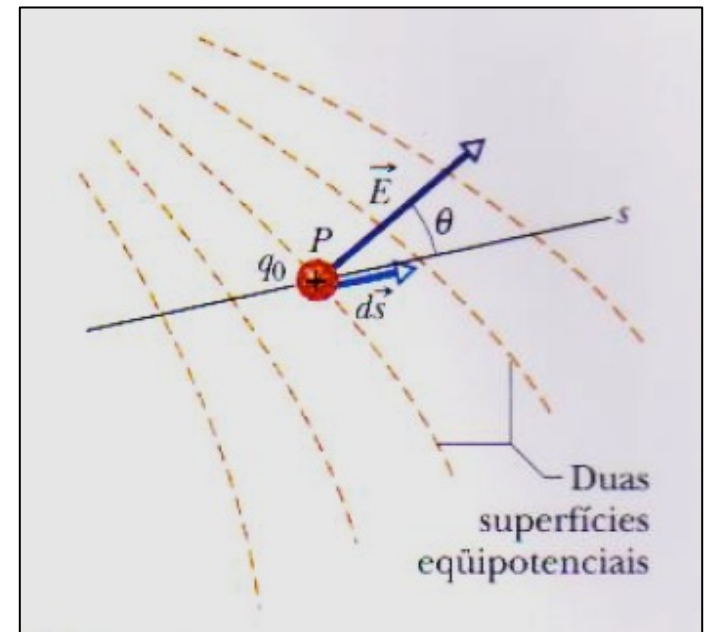
**Fig. 26-13** (a) Uma barra fina uniformemente carregada produz um potencial elétrico  $V$  no ponto  $P$ . (b) Um elemento de carga produz um potencial diferencial  $dV$  em  $P$ .

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[ \frac{L + (L^2 + d^2)^{1/2}}{d} \right]$$



# Cálculo do campo a partir do potencial

- Uma carga teste  $q_0$  se move de uma distância  $ds$ , indo de uma superfície equipotencial para outra. O deslocamento  $ds$  faz um ângulo  $\theta$  com a direção do campo elétrico  $E$ .
- O componente  $E$  em qualquer direção é o negativo da taxa de variação do potencial elétrico com a distância naquela direção





Suponha que uma carga de prova positiva  $q_0$  sofra um deslocamento  $d\vec{s}$  de uma superfície eqüipotencial para a superfície vizinha. De acordo com a Fig. 24-14 o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a carga de prova durante o deslocamento é  $-q_0 dV$ . De acordo com a Eq. 24-16 e a Fig. 24-14, esse trabalho também pode ser escrito como o produto escalar  $(q_0 \vec{E}) \cdot d\vec{s}$  ou  $q_0 E(\cos \theta) ds$ . Igualando as duas expressões para o trabalho, obtemos

$$-q_0 dV = q_0 E(\cos \theta) ds, \quad (24-38)$$

ou

$$E \cos \theta = -\frac{dV}{ds}. \quad (24-39)$$

Como  $E \cos \theta$  é a componente de  $\vec{E}$  na direção de  $d\vec{s}$ , a Eq. 24-39 se torna

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}. \quad (24-40)$$

Escrevemos o campo  $E$  com um índice e substituímos o símbolo de derivada pelo de derivada parcial para ressaltar o fato de que a Eq. 24-40 envolve apenas a variação de  $V$  ao longo de um certo eixo (no caso, o eixo que chamamos de  $s$ ), e apenas a componente de  $\vec{E}$  ao longo desse eixo. Traduzida em palavras, a Eq. 24-40 (que é essencialmente a operação inversa da Eq. 24-18) afirma o seguinte:

➤ A componente de  $\vec{E}$  em qualquer direção do espaço é o negativo da taxa de variação do potencial elétrico com a distância nessa direção.

Se tomamos o eixo  $s$  como sendo, sucessivamente, os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , verificamos que as componentes de  $\vec{E}$  em qualquer ponto do espaço são dadas por

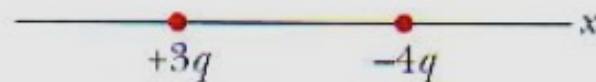
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad (24-41)$$

# Exercícios

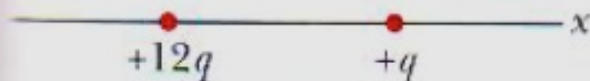
1 A Fig. 24-21 mostra quatro pares de partículas carregadas. Para cada par, faça  $V = 0$  no infinito e considere  $V_{\text{tot}}$  em pontos sobre o eixo  $x$ . Para que pares existe um ponto no qual  $V_{\text{tot}} = 0$  (a) entre as partículas e (b) à direita das partículas? (c) Nos pontos dos itens (a) e (b)  $\vec{E}_{\text{tot}}$  também é zero? (d) Para cada par, existem pontos fora do eixo  $x$  (além de pontos no infinito) para os quais  $V_{\text{tot}} = 0$ ?



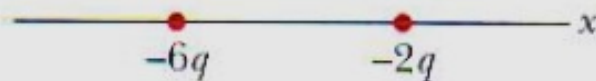
(1)



(2)



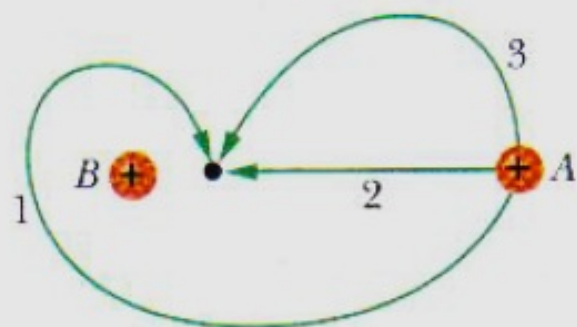
(3)



(4)



**5** A Fig. 24-25 mostra três trajetórias ao longo das quais podemos deslocar a esfera  $A$ , positivamente carregada, aproximando-a da esfera  $B$ , também positivamente carregada, que é mantida fixa no lugar. (a) O potencial da esfera  $A$  é maior ou menor após o deslocamento? O trabalho realizado (b) pela força usada para deslocar a esfera  $A$  e (c) pelo campo elétrico produzido pela esfera  $B$  é positivo, negativo ou nulo? (d) Ordene as trajetórias de acordo com o trabalho realizado pela força do item (b), começando pelo maior.



**FIG. 24-25** Pergunta 5.

### seção 24-5 Cálculo do Potencial a Partir do Campo

•4 Na Fig. 24-29, quando um elétron se desloca de  $A$  a  $B$  ao longo de uma linha de campo elétrico esse campo realiza um trabalho de  $3,94 \times 10^{-19}$  J. Quais são as diferenças de potencial elétrico (a)  $V_B - V_A$ ; (b)  $V_C - V_A$ ; (c)  $V_C - V_B$ ?

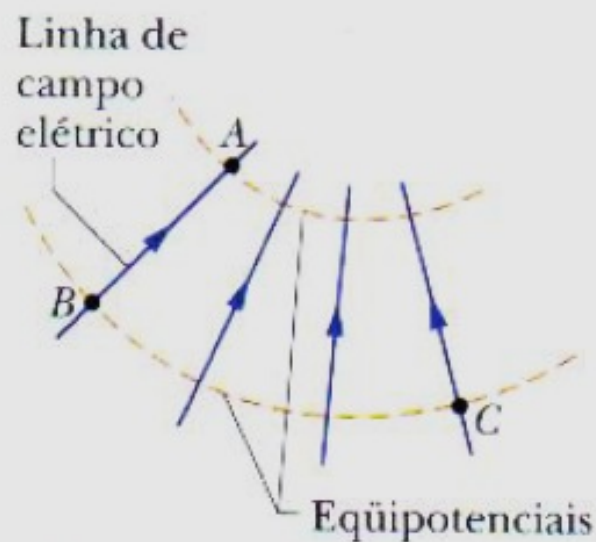


FIG. 24-29 Problema 4.

•5 Uma placa infinita não-condutora possui uma densidade superficial de cargas  $\sigma = 0,10 \mu\text{C}/\text{m}^2$  em uma das faces. Qual é a distância entre duas superfícies equipotenciais cujos potenciais diferem de 50 V?

••9 O campo elétrico em uma certa região do espaço tem componentes  $E_y = E_z = 0$  e  $E_x = (4,00 \text{ N/C})x$ . O ponto  $A$  está sobre o eixo  $y$  em  $y = 3,00 \text{ m}$  e o ponto  $B$  está sobre o eixo  $x$  em  $x = 4,00 \text{ m}$ . Qual é a diferença de potencial  $V_B - V_A$ ?

••15 Na Fig. 24-32, qual é o potencial elétrico no ponto  $P$  devido às quatro partículas se  $V = 0$  no infinito,  $q = 5,00 \text{ fC}$  e  $d = 4,00 \text{ cm}$ ?

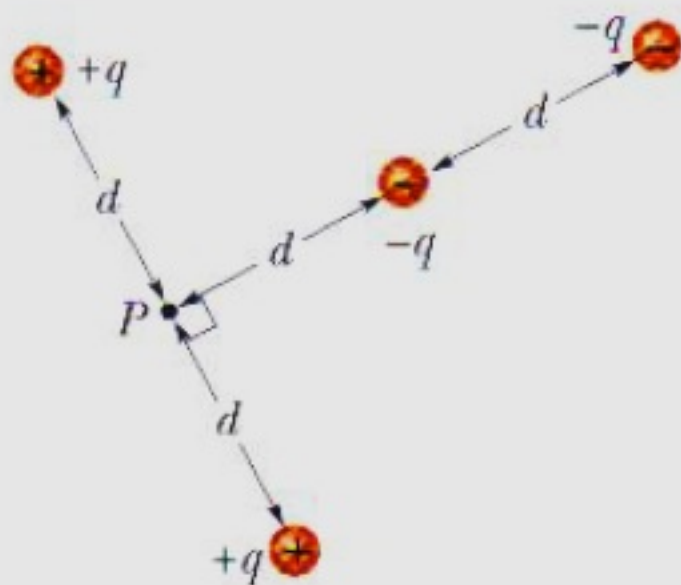


FIG. 24-32 Problema 15.



••16 Na Fig. 24-33, duas partículas, de cargas  $q_1$  e  $q_2$ , estão separadas por uma distância  $d$ . O campo elétrico produzido em conjunto pelas duas partículas é zero em  $x = d/4$ . Com  $V = 0$  no infinito, determine (em termos de  $d$ ) o(s) ponto(s) sobre o eixo  $x$  (além do infinito) em que o potencial elétrico é zero.

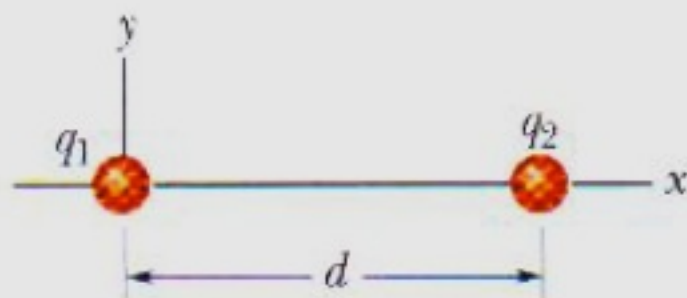


FIG. 24-33 Problemas 16, 17 e 91.

••17 Na Fig. 24-33, partículas de cargas  $q_1 = +5e$  e  $q_2 = -15e$  são mantidas fixas no lugar, separadas por uma distância  $d = 24,0$  cm. Tomando  $V = 0$  no infinito, determine o valor de  $x$  (a) positivo e (b) negativo para o qual o potencial elétrico sobre o eixo  $x$  é zero.

••18 A Fig. 24-34 mostra um arranjo retangular de partículas carregadas mantidas fixas no lugar, com  $a = 39,0$  cm e as cargas indicadas como múltiplos inteiros de  $q_1 = 3,40$  pC e  $q_2 = 6,00$  pC. Com  $V = 0$  no infinito, qual é o potencial elétrico no centro do retângulo? (Sugestão: Examinando o problema com atenção é possível reduzir consideravelmente os cálculos.)

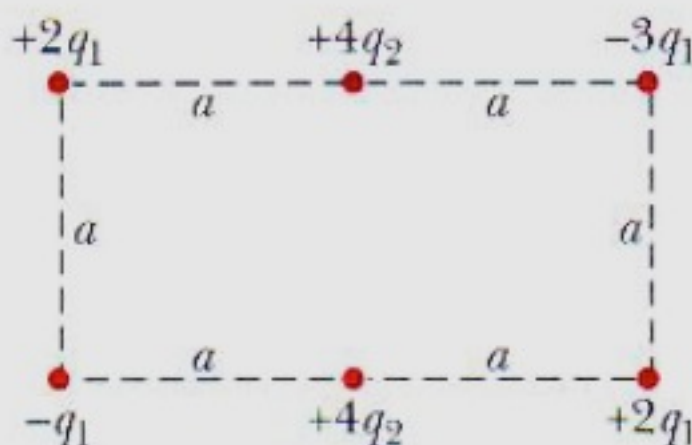
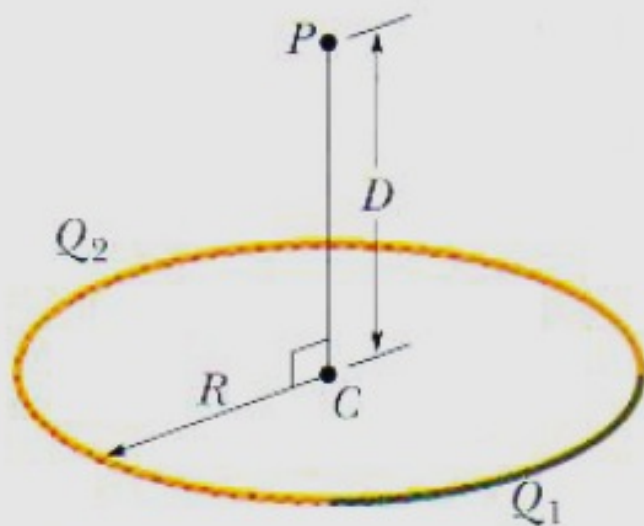


FIG. 24-34 Problema 18.

•**23** Uma barra de plástico tem a forma de um circunferência de raio  $R = 8,20$  cm. A barra possui uma carga  $Q_1 = +4,20$  pC uniformemente distribuída ao longo de um quarto de circunferência e uma carga  $Q_2 = -6Q_1$  distribuída uniformemente ao longo do resto da circunferência (Fig. 24-37). Com  $V = 0$  no infinito, determine o potencial elétrico (a) no centro  $C$  da circunferência; (b) no ponto  $P$ , que está sobre o eixo central da circunferência a uma distância  $D = 6,71$  cm do centro.



**FIG. 24-37** Problema 23.



•24 Na Fig. 24-38, uma barra de plástico com uma carga uniformemente distribuída  $Q = -25,6 \text{ pC}$  tem a forma de um arco de circunferência de raio  $R = 3,71 \text{ cm}$  e ângulo central  $\phi = 120^\circ$ . Com  $V = 0$  no infinito, qual é o potencial elétrico no ponto  $P$ , o centro de curvatura da barra?



FIG. 24-38 Problema 24.

•**34** O potencial elétrico  $V$  no espaço entre duas placas paralelas, 1 e 2, é dado (em volts) por  $V = 1500x^2$ , onde  $x$  (em metros) é a distância perpendicular em relação à placa 1. Para  $x = 1,3$  cm, (a) determine o módulo do campo elétrico; (b) o campo elétrico aponta para a placa 1 ou na direção oposta?



•**35** O potencial elétrico no plano  $xy$  é dado por  $V = (2,0 \text{ V/m}^2)x^2 - (3,0 \text{ V/m}^2)y^2$ . Em termos dos vetores unitários, qual é o campo elétrico no ponto  $(3,0 \text{ m}; 2,0 \text{ m})$ ?

•**36** Duas placas metálicas paralelas, de grande extensão, são mantidas a uma distância de  $1,5 \text{ cm}$  e possuem cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos nas superfícies internas. Tome o potencial da placa negativa como sendo zero. Se o potencial a meio caminho entre as placas é  $+5,0 \text{ V}$ , qual é o campo elétrico na região entre as placas?



