Campo elétrico

Paulo Valim

Transparência elaboradas com base em Halliday – “Fundamentos da Física” – vol. 3 – cap. 22

Introdução

- Vimos como determinar a força elétrica exercida sobre uma partícula 1 de carga $+q1$ quando a partícula é colocada nas proximidades de uma partícula 2 de carga $+q2$.
- Uma questão fica no ar: como a partícula 1 sabe da existência da partícula 2?

Campo elétrico - definição

- Exemplos de campos escalares:
  - Campo de temperatura: temperatura medida em diversos pontos em uma sala;
  - Campo de pressão: distribuição de valores de pressão do ar, um para cada ponto da atmosfera.
- Campo elétrico: campo vetorial constituído por uma distribuição de vetores, um para cada ponto de uma região em torno de um objeto eletricamente carregado.
- Em um ponto P nas proximidades do objeto carregado coloca-se uma carga de prova positiva q0, mede-se a força eletrostática que age sobre a carga qo e define-se o campo elétrico produzido pelo objeto no ponto P como:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}}$$ (campo elétrico)

- A unidade do campo elétrico no SI é o Newton por Coulomb (N/C).

TABELA 22-1

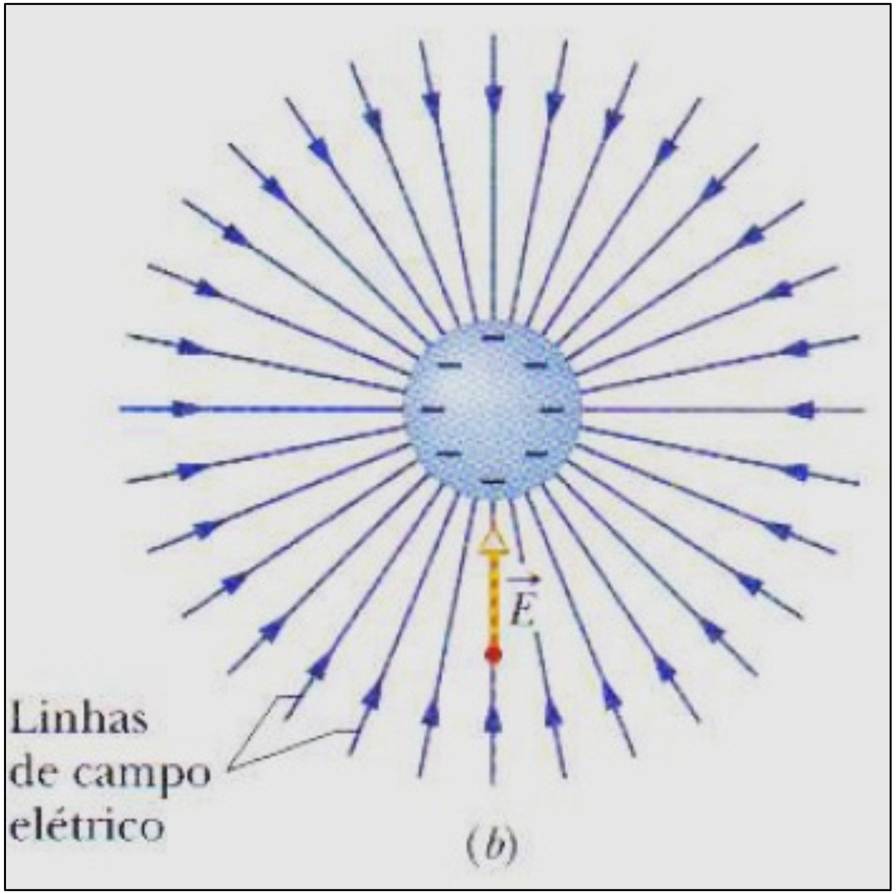
Alguns Campos Elétricos

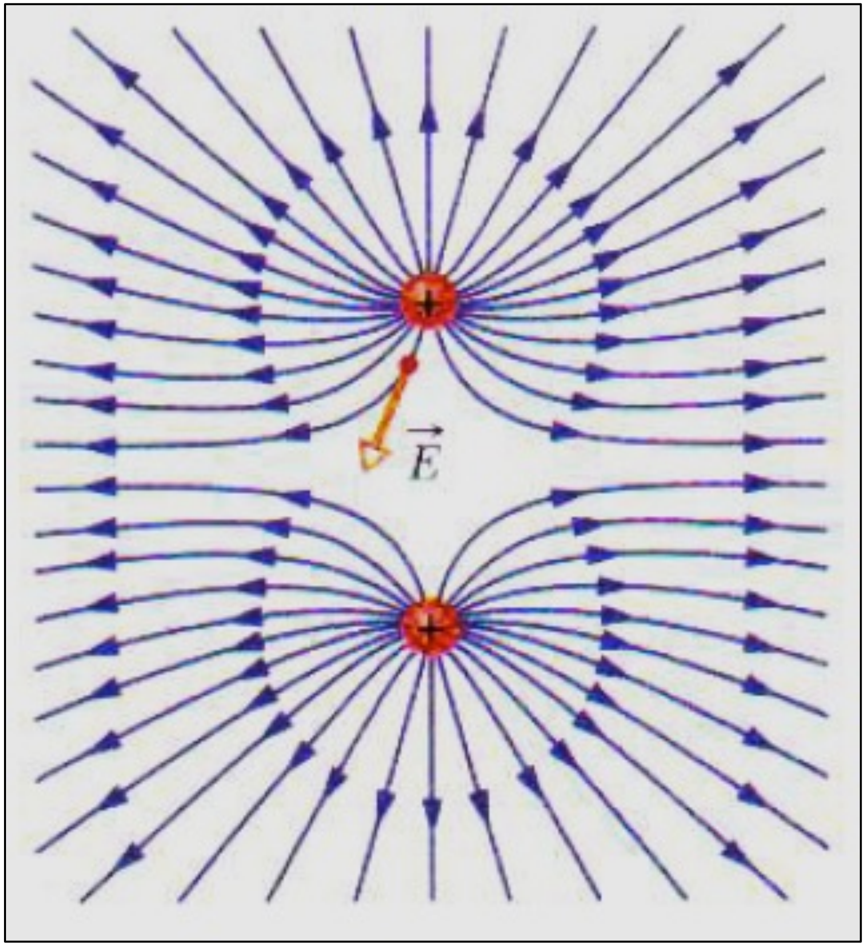
Local ou Situação	Valor (N/C)
Superfície de um núcleo de urânio	3×10^{21}
Átomo de hidrogênio, a uma distância de $5{,}29 \times 10^{-11}$ m do núcleo	5×10^{11}
Ruptura dielétrica do ar	3×10^{6}
Perto da superfície carregada de uma fotocopiadora	10^{5}
Perto de um pente carregado	10^{3}
Atmosfera inferior	10^{2}
Interior de um fio de cobre de uma instalação residencial	10^{-2}

Linhas de campo elétrico

- Uma forma de visualizar os campos elétricos:
  - Em qualquer ponto, a orientação de uma linha de campo retilínea ou a orientação tangente a uma linha de campo não retilínea é a orientação do campo elétrico neste ponto;
  - As linhas de campo elétrico são desenhadas de tal forma que o número de linhas por unidade de área, medido em um plano perpendicular às linhas, é proporcional ao *módulo* de E;
  - As linhas de campo elétrico se afastam das cargas positivas (onde começam) e se aproximam das cargas negativas (onde terminam).

Linhas de campo elétrico





file://localhost/Applications/PhET/en/simulation/efield.html
file:///Applications/PhET/en/simulation/charges-and-fields.html
file:///Applications/PhET/en/simulation/electric-hockey.html

22-4 | Campo Elétrico Produzido por uma Carga Pontual

Para determinar o campo elétrico produzido a uma distância r de uma carga pontual q, colocamos uma carga de prova q_0 nesse ponto. De acordo com a lei de Coulomb (Eq. 21-1), o módulo da força eletrostática que age sobre q_0 é dado por

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{\mathrm{r}}. \tag{22-2}$$

O sentido de $\vec{F}$ é para longe da carga pontual se q é positiva e na direção da carga pontual se q é negativa. De acordo com a Eq. 22-1, o módulo do vetor campo elétrico é dado por

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathrm{r}} \qquad \text{(carga pontual).} \tag{22-3}$$

O sentido de $\vec{E}$ é o mesmo da força que age sobre a carga de prova: para longe da carga pontual, se q é positiva, e na direção da carga pontual, se q é negativa.

Campo elétrico: princípio da superposição

Não é difícil calcular o campo elétrico total, ou resultante, produzido por duas ou mais cargas pontuais. De acordo com a Eq. 21-7, quando colocamos uma carga de prova positiva q_0 nas proximidades de n cargas pontuais $q_1, q_2, \ldots, q_n$, a força total $\vec{F}_0$ a que a carga de prova é submetida é dada por

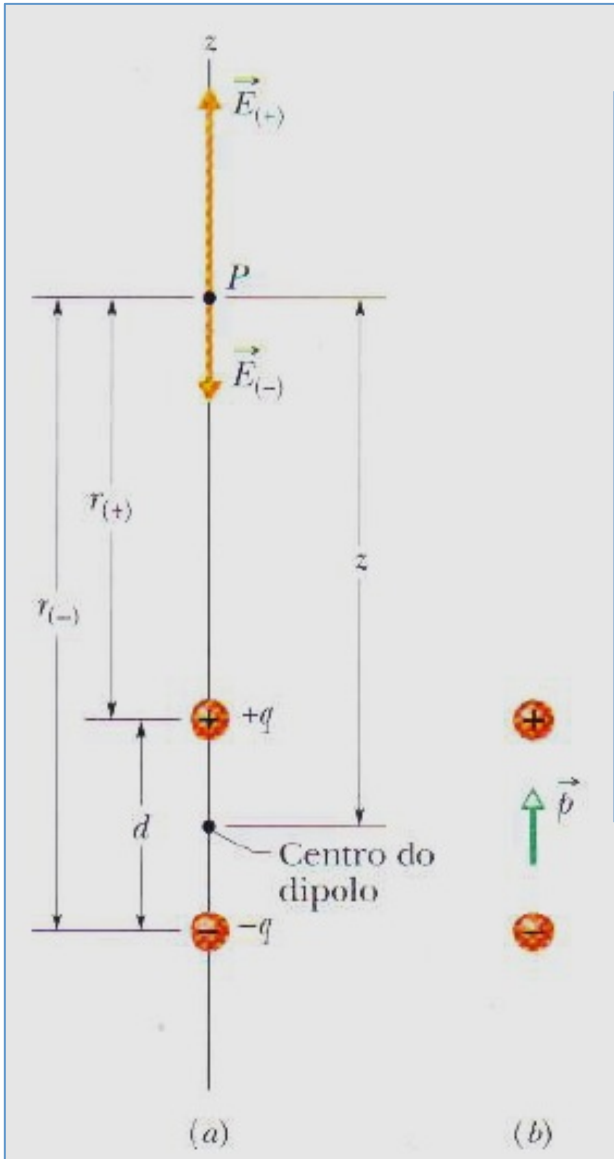
$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \cdots + \vec{F}_{0n}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 22-1, o campo elétrico total na posição da carga de prova é dado por

$$\begin{aligned}\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} &= \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_i}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_0} \\ &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_i + \cdots + \vec{E}_n. \qquad (22\text{-}4)\end{aligned}$$

Onde $\vec{E}_i$ é o campo elétrico que seria criado somente pela carga pontual i. A Eq. 22-4 mostra que o princípio de superposição se aplica aos campos elétricos.

Campo elétrico produzido por um dipolo



$$
\begin{aligned}
E &= E_{(+)} - E_{(-)} \\
&= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(-)}^2} \\
&= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(z-\frac{1}{2}d)^2} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(z+\frac{1}{2}d)^2}.
\end{aligned} \tag{22-5}
$$

Reagrupando os termos, obtemos:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\left(\frac{1}{\left(1-\frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1+\frac{d}{2z}\right)^2}\right). \tag{22-6}$$

Reduzindo as frações ao mesmo denominador e simplificando, temos:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\frac{2d/z}{\left(1-\left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 z^3}\frac{d}{\left(1-\left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}. \tag{22-7}$$

z>>>d

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{z^3}.$$

Campo elétrico produzido por uma linha de cargas

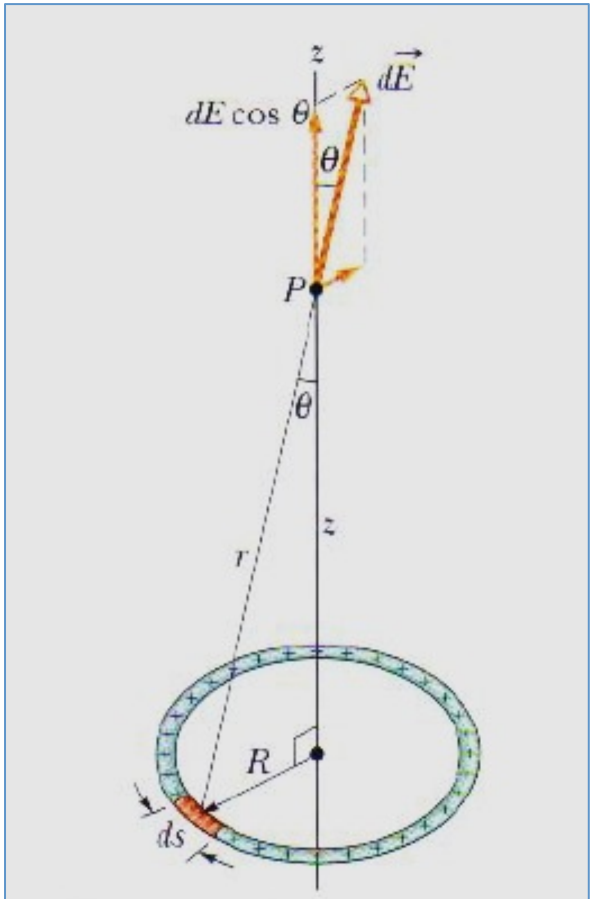
- Como calcular o campo elétrico gerado por distribuições de cargas que envolvem um grande número de cargas distribuídas ao longo de uma linha, uma superfície ou sobre um volume?
- Distribuições deste tipo são consideradas contínuas e calcula-se usando-se métodos do cálculo (integrais)

Campo elétrico produzido por uma linha de cargas

- Densidade de cargas: quando se está trabalhando com distribuições contínuas, é interessante usar o conceito de densidade de cargas ao invés da carga total.
  - Linhas de cargas
    - Densidade linear (λ): quantidade de cargas por unidade de comprimento (C/m);
  - Superfície de cargas
    - Densidade superficial (σ): quantidade de cargas por unidade de área (C/m^2);
  - Volume de cargas
    - Densidade volumétrica (ρ): quantidade de cargas por unidade de volume (C/m^3);

Campo elétrico produzido por uma linha de cargas

- Anel carregado



Seja ds o comprimento de um dos elementos de carga do anel. Como λ é a carga por unidade de comprimento, a carga do elemento é dada por

$$dq = \lambda\, ds. \tag{22-10}$$

Este elemento de carga produz um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P, que está a uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga pontual e usando a Eq. 22-10, podemos escrever o módulo de $d\vec{E}$ *na* forma

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{r^2}. \tag{22-11}$$

De acordo com a Fig. 22-10, a Eq. 22-11 pode ser expressa na forma

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{(z^2 + R^2)}. \tag{22-12}$$

Como se pode ver na Fig. 22-10, $d\vec{E}$ faz um ângulo θ com o eixo central (que foi tomado como sendo o eixo z) e possui uma componente perpendicular e uma componente paralela a esse eixo.

O módulo da componente paralela de $d\vec{E}$ que aparece na Fig. 22-10 é $dE \cos\theta$. De acordo com a figura, temos também

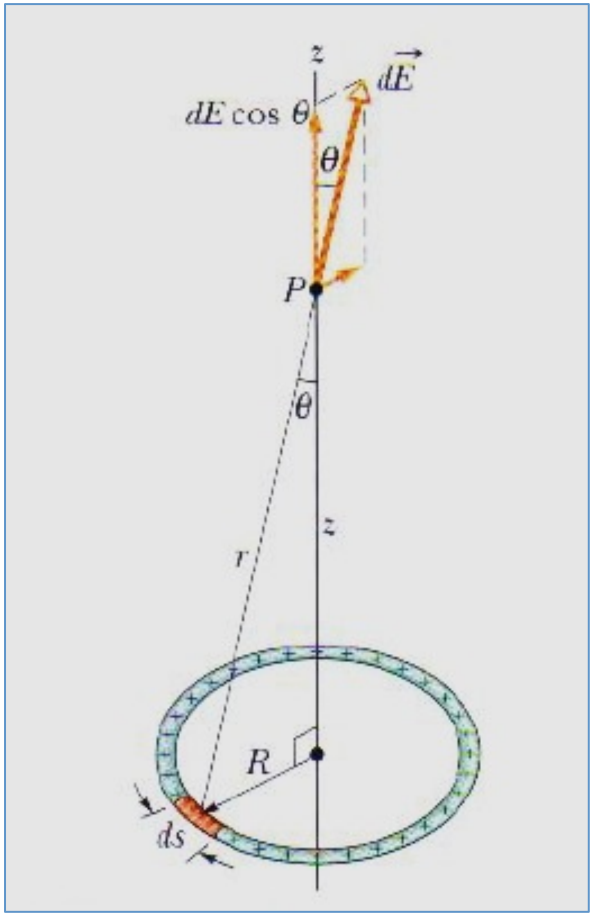
$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}. \tag{22-13}$$

Multiplicando a Eq. 22-12 pela Eq. 22-13, obtemos:

$$dE \cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}\, ds. \tag{22-14}$$

Campo elétrico produzido por uma linha de cargas

- Anel carregado



Para somar a componentes paralelas $dE \cos\theta$ produzidas por todos os elementos basta integrar a Eq. 22-14 ao longo da circunferência do anel, de $s = 0$ a $s = 2\pi R$. Como a única grandeza da Eq. 22-14 que varia durante a integração é s, as outras grandezas podem ser colocadas do lado de fora do sinal de integral. A integração nos dá

$$E = \int dE \cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds$$

$$= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}. \tag{22-15}$$

Como λ é a carga por unidade de comprimento do anel, o termo $\lambda(2\pi R)$ da Eq. 22-15 é igual a q, a carga total do anel. Assim, a Eq. 22-15 pode ser escrita na forma

$$E = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad \text{(anel carregado).} \tag{22-16}$$

TÁTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tática 1: *Como Lidar com Linhas de Cargas* Vamos apresentar um método geral para calcular o campo elétrico $\vec{E}$ produzido em um ponto P por uma linha, retilínea ou circular, com uma distribuição uniforme de cargas. O método consiste em escolher um elemento de carga dq, calcular o campo $d\vec{E}$ produzido por esse elemento e integrar $d\vec{E}$ para toda a linha.

1.° passo. Se a linha de cargas for circular, tome o comprimento do elemento de carga como sendo ds, o comprimento de um arco elementar. Se a linha for retilínea, suponha que coincide com o eixo x e tome o comprimento do elemento de carga como sendo dx. Assinale o elemento em um esboço da linha de cargas.

2.° passo. Relacione a carga dq do elemento ao comprimento do elemento usando a equação $dq = \lambda\, ds$ (se a linha for circular) ou a equação $dq = \lambda\, dx$ (se a linha for retilínea). Considere dq e λ positivos, mesmo que a carga seja negativa. (O sinal da carga será levado em consideração no próximo passo.)

3.° passo. Determine o campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P pela carga dq usando a Eq. 22-3, substituindo q nessa equação por $\lambda\, ds$ ou $\lambda\, dx$. Se a carga da linha for positiva, desenhe o vetor $d\vec{E}$ com a origem no ponto P e apontando para longe de dq; se for negativa, desenhe o vetor com a origem no ponto P e apontando na direção de dq.

4.° passo. Preste atenção na simetria do problema. Se P está sobre um eixo de simetria da distribuição de cargas, determine as componentes do campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P pela carga dq nas direções paralela e perpendicular ao eixo de simetria. Em seguida, considere um segundo elemento de carga dq' que esteja situado simetricamente em relação a dq. Determine o campo $d\vec{E}'$ produzido pelo elemento de carga dq' e suas componentes. Uma das componentes do campo produzido por dq é uma *componente subtrativa*; essa componente é cancelada por uma componente produzida por dq', e não precisa ser considerada. A outra componente produzida por dq é uma *componente aditiva*; ela se soma a uma componente produzida por dq'. Some (por integração) as componentes aditivas de todos os elementos de carga.

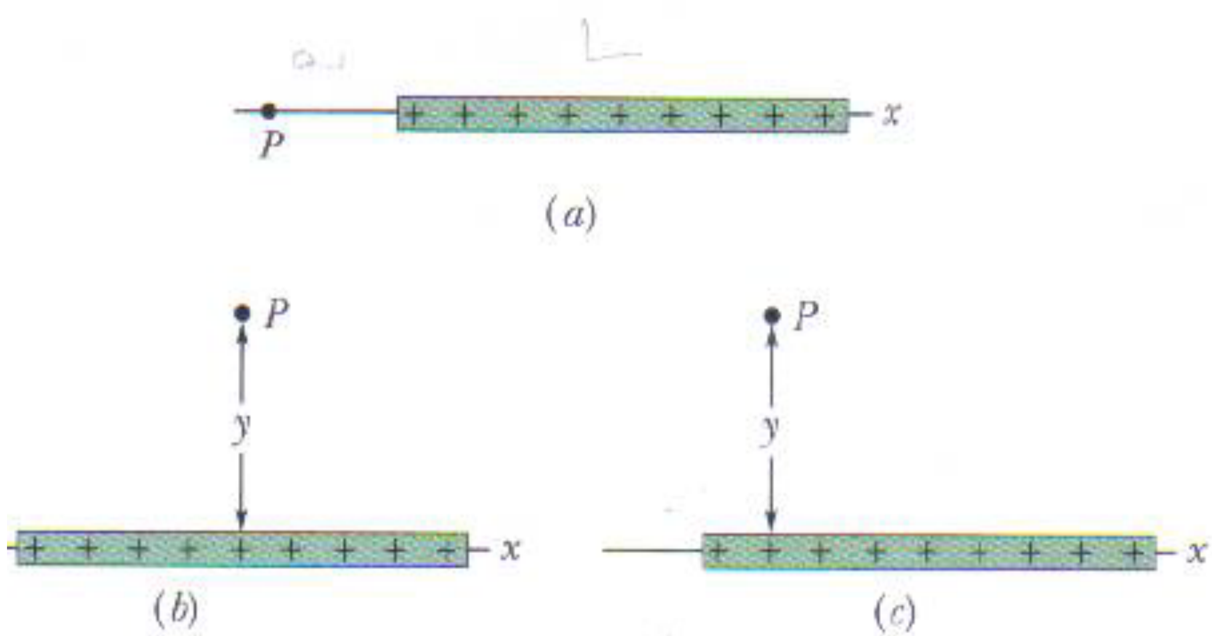
5.º passo. Seguem-se quatro tipos gerais de distribuição uniforme de cargas, com sugestões para simplificar a integral do 4.º passo.

Anel, com o ponto P no eixo (central) de simetria, como na Fig. 22-10. Na expressão de dE, substitua r^2 por $z^2 + R^2$, como na Eq. 22-12. Expresse a componente aditiva de $d\vec{E}$ em termos de θ. Isso introduz um fator cos θ, mas θ é o mesmo para todos os elementos e, portanto, não constitui uma variável. Substitua cos θ por seu valor, como na Eq. 22-13, e integre em relação a s ao longo da circunferência do anel.

Arco de circunferência, com o ponto P no centro de curvatura, como na Fig. 22-11. Expresse a componente aditiva de $d\vec{E}$ em termos de θ. Isso introduz um fator sen θ ou cos θ. Reduza as variáveis s e θ a uma única variável, θ, substituindo ds por $r\,d\theta$. Integre em relação a θ, como no Exemplo 22-3, de uma das extremidades do arco até a extremidade oposta.

Segmento de reta, com o ponto P sobre um prolongamento da linha de cargas, como na Fig. 22-12*a*. Na expressão de dE, substitua r por x. Integre em relação a x de uma das extremidades do segmento de reta até a extremidade oposta.

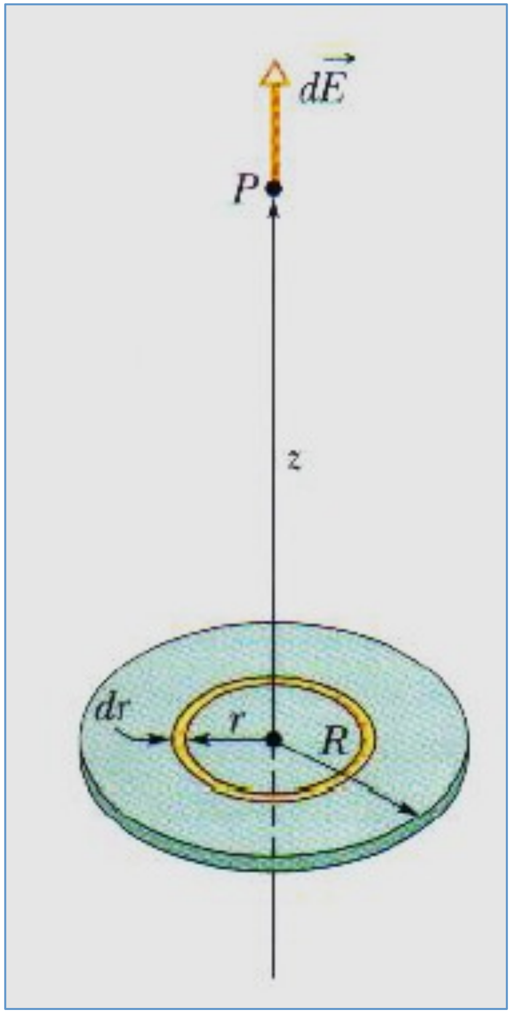
Segmento de reta, com o ponto P a uma distância perpendicular y da linha de cargas, como na Fig. 22-12b. Na expressão de dE, substitua r por uma função de x e y. Se o ponto P está sobre a mediatriz da linha de cargas, determine uma expressão para a componente aditiva de $d\vec{E}$. Isso introduz um fator sen θ ou cos θ. Reduza as variáveis x e θ a uma



única variável, x, substituindo a função trigonométrica por uma expressão (sua definição) envolvendo x e y. Integre em relação a x de uma das extremidades do segmento de reta até a extremidade oposta. Se P não está sobre um eixo de simetria, como na Fig. 22-12c, escreva uma integral para somar as componentes de dE_x e integre em relação a x para obter E_x. Escreva também uma integral para somar as componentes de dE_y e integre em relação a x para obter E_y. Use as componentes E_x e E_y da forma usual para determinar o módulo E e a orientação de $\vec{E}$.

6.° passo. Uma ordem dos limites de integração leva a um resultado positivo; a ordem inversa leva ao mesmo resultado, mas com sinal negativo. Ignore o sinal negativo. Se o resultado for pedido em termos da carga total Q da distribuição, substitua λ por Q/L, onde L é o comprimento da distribuição. No caso de um anel, L é a circunferência do anel.

Campo elétrico produzido por um disco carregado



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right) \quad \text{(disco carregado)}$$

Uma carga pontual em um campo elétrico

- Uma carga elétrica na presença de um campo elétrico fica sujeita a uma força dada por:

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

- Onde q é a carga (com o sinal) e Ē é o vetor campo elétrico existente na posição da carga q.

A força eletrostática $\vec{F}$ que age sobre uma partícula carregada submetida a um campo elétrico $\vec{E}$ tem o mesmo sentido que $\vec{E}$ se a carga q da partícula for positiva e o sentido oposto se a carga q for negativa.

Exercícios

- lista exercícios: campo elétrico.docx