técnicas avanzadas de gráficos

ingeniería multimedia

Seminario 11

Radiosidad (Radiosity)

Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Alicante

Radiosity

- Visualizaciones muy realistas
- Ventajas
  - Mejora la reflexión difusa → Escenas interiores
  - Trabaja en el espacio 3D → Independiente de la vista
- Inconvenientes
  - Alto coste computacional
  - No incorpora reflexión especular

Iluminación local vs Radiosity

Principios del método

- Método para modelar la reflexión difusa
- Divide la escena en áreas (patches) con iluminación constante
- La intensidad de un área se calcula como una función de las fuentes de luz y de las interacciones entre superficies
- Incorpora el cálculo de sombras difuminadas de manera implícita

Principios del método

- Se basa en la teoría de la transferencia de calor entre superficies
- Es posible plantear un sistema de ecuaciones que describa las reflexiones entre superficies en un entorno cerrado
- Se asume que las superficies son ***difusores*** (no emiten luz) y/o ***emisores*** (fuentes de luz) perfectos → la luz se refleja o emite en todas direcciones con igual intensidad

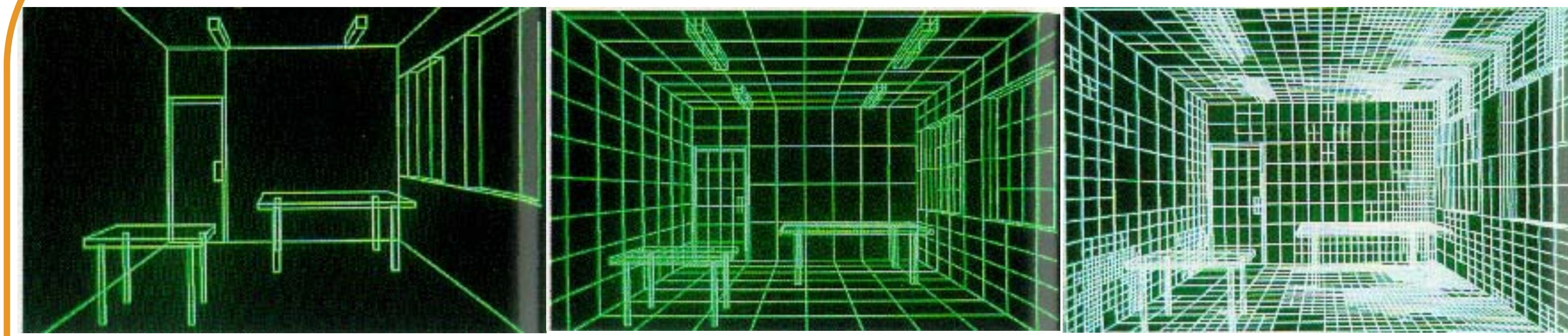
Formulación del método

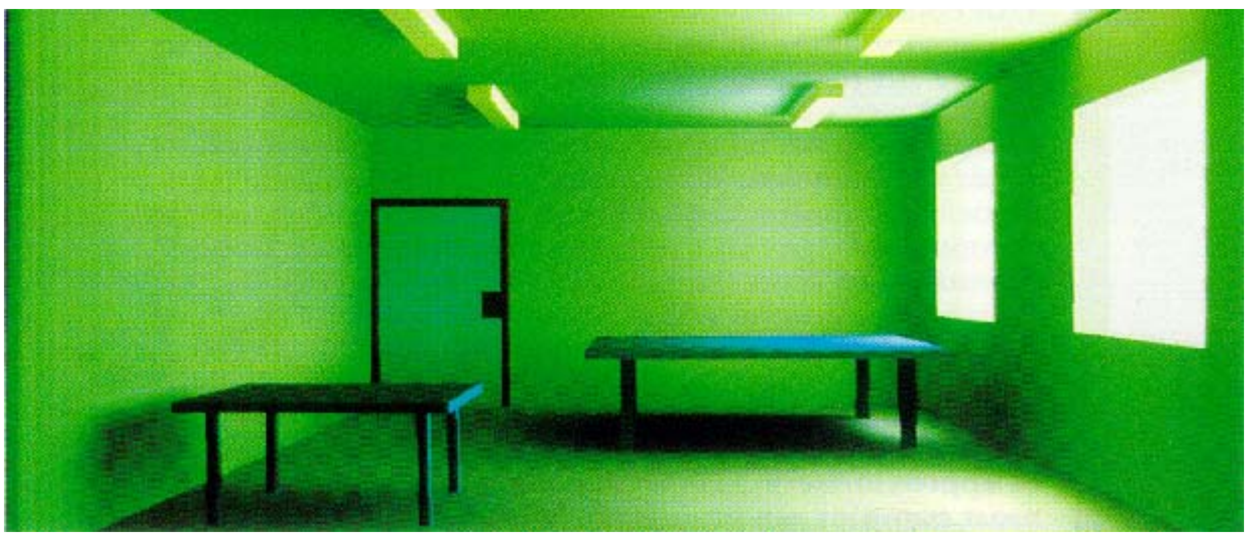
- Sea una escena dividida en áreas rectangulares (patches) → la calidad de la solución depende de la discretización
- La intensidad (radiosidad) de cada área se supone constante
- Radiosidad (B) de una de las áreas: cantidad de energía que sale de la superficie = suma de todas las energías emitidas y reflejadas en la superficie

Formulación del método

- Sean dos áreas (patches) A_i y A_j de la escena: el intercambio de energía entre los dos es una función de:
  - Energías emitidas y reflejadas por los dos patches
  - Relaciones geométricas entre los dos patches: distancia, orientación relativa, …
- Ejemplo: Alto intercambio de energía si los patches están cerca y paralelos

Formulación del método





Formulación del método

- ***Ecuación de radiosidad (continua)***:

$$\underbrace{B_i}_{\text{radiosidad}} \cdot \underbrace{dA_i}_{\text{área}} = \underbrace{E_i}_{\text{energía emitida}} \cdot \underbrace{dA_i}_{\text{área}} + \underbrace{\rho_i}_{\text{coef. reflexión}} \cdot \underbrace{\int_j B_j \cdot dA_j \cdot F_{dA_j dA_i}}_{\text{energía procedente de las demás áreas}}$$

radiosidad X área = energía emitida X área + coef. reflexión X energía procedente de las demás áreas

B_i	radiosidad (intensidad) del área *i* (en $J/_{s \cdot m^2}$ o $W/_{m^2}$)
E_i	luz emitida por el área *i* (en $J/_{s \cdot m^2}$ o $W/_{m^2}$)
ρ_i	reflectividad del área *i* (luz que refleja el área)
F_{dAjdAi}	factor de forma entre las áreas *j* e *i* (fracción de energía que emite *j* y llega a *i*)

- Esta ecuación no es resoluble por métodos analíticos

Formulación del método

- Se resuelve mediante una aproximación discreta
- La escena se discretiza en áreas disjuntas de radiosidad constante
- Para una escena dividida en *n* áreas, la ecuación en notación simplificada es:

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^{n} B_j \cdot A_j \cdot F_{ji}$$

- Existe una relación de reciprocidad en el factor de forma:

$$F_{ij} A_i = F_{ji} A_j \quad \rightarrow \quad F_{ji} = F_{ij} \frac{A_i}{A_j}$$

Formulación del método

- Dividiendo por A_i la ecuación de radiosidad y aplicando la reciprocidad: **relación básica de radiosidad**

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^{n} B_j \cdot F_{ij}$$

$\boldsymbol{B_i}$ radiosidad del área *i*

$\boldsymbol{E_i}$ luz emitida por el área *i*

ρ_i reflectividad del área *i*

$\boldsymbol{F_{ij}}$ factor de forma entre las áreas *i* y *j* (fracción de energía que emite *i* y llega a *j*)

Formulación del método

- En un entorno cerrado existe equilibrio de energía → Repitiendo la relación básica de radiosidad para cada área formulamos un sistema de ecuaciones lineales

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1-\rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \cdots & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_2 F_{21} & 1-\rho_2 F_{22} & \cdots & -\rho_2 F_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \cdots & 1-\rho_n F_{nn} \end{bmatrix}}_{M\ =\ \text{Matriz de radiosidad}} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

- En forma matricial: ***M·B=E***

Formulación del método

- $E_i \begin{cases} = 0, \text{ si la superficie sólo es un } \textit{difusor} \\ \neq 0, \text{ si la superficie es también un } \textit{emisor} \end{cases}$

- $F_{ii} = 0$ para superficies planas o convexas

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1, \ \forall i \\ \rho_i \leq 1, \ \forall i \end{array}\right\} \text{ Matriz diagonalmente dominante:}$$

$$\boxed{\left|M_{ii}\right| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \left|M_{ij}\right|}$$

- Al ser la matriz DD, el método de Gauss-Seidel converge

Formulación del método

- Resolución iterativa por Gauss-Seidel

  Dar un valor inicial al vector B, p.ej:

  $B_i^{(0)}=E_i$

  Repetir para cada iteración m

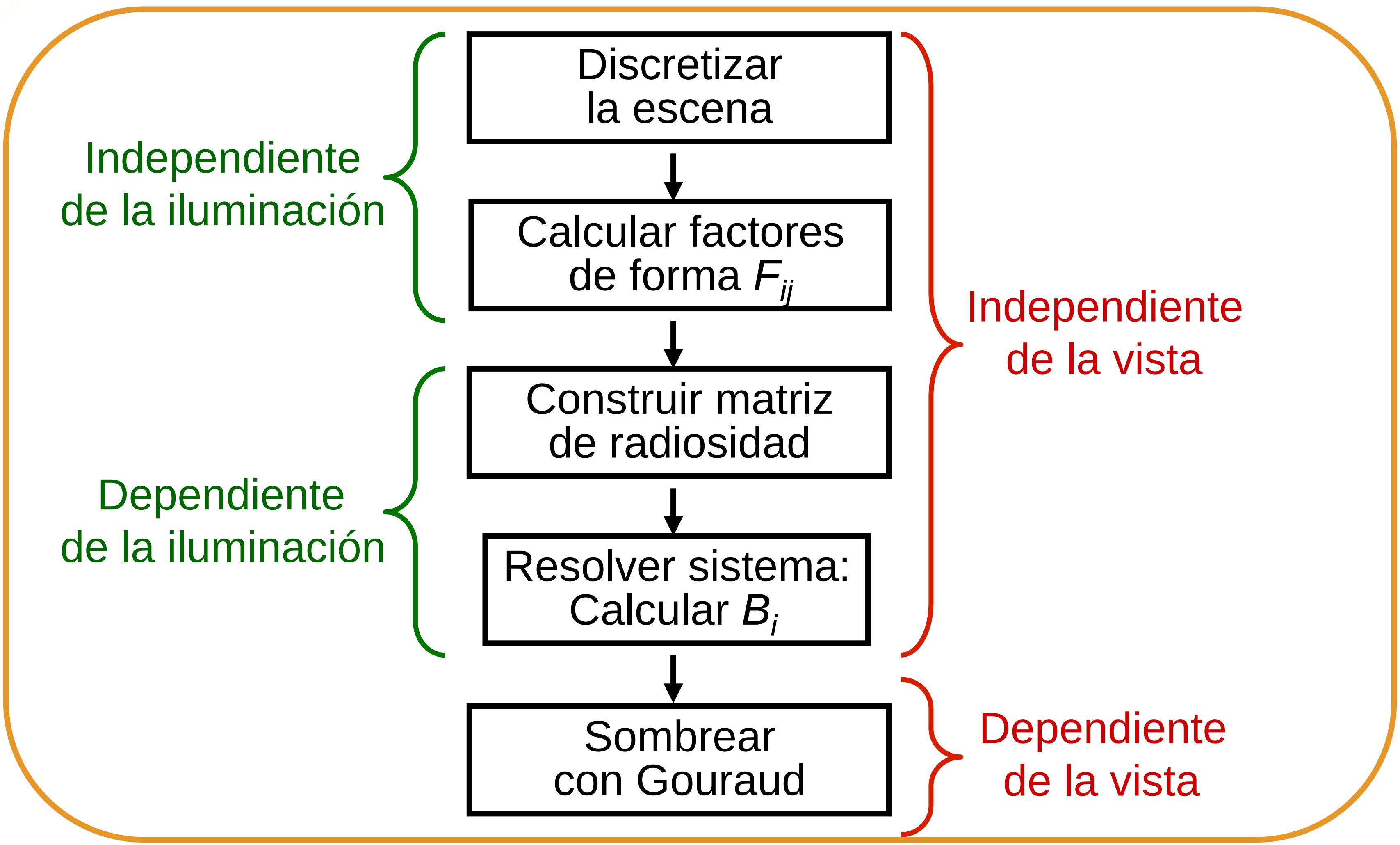
  $$B_i^{(m)} = -\sum_{j=1}^{i-1}\frac{M_{ij}}{M_{ii}}B_j^{(m)} - \sum_{j=i+1}^{n}\frac{M_{ij}}{M_{ii}}B_j^{(m-1)} + \frac{E_i}{M_{ii}} \quad 1 \le i \le n$$

  Hasta que el método converja

Formulación del método

- En un sistema RGB, debemos plantear un sistema de ecuaciones para cada componente R, G y B
- Para cada patch se obtiene un valor de intensidad B_i
- Este valor es independiente del punto de vista
- Para cada vista concreta puede utilizarse el sombreado de Gouraud.
- La visualización, una vez resuelto el sistema, se produce en tiempo real

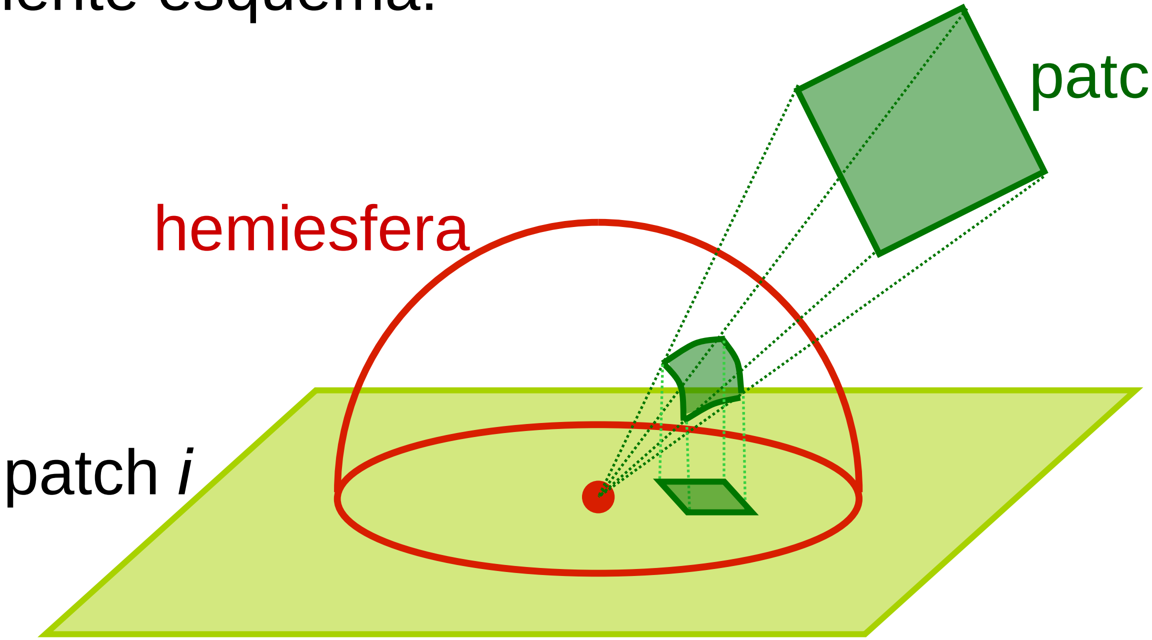
Algoritmo básico



Factores de forma

Analogía de Nusselt

- F_{ij} = fracción de energía que emite el patch *i* y llega al patch *j* = fracción de un círculo unitario alrededor del patch *i* que ocupa la proyección del patch *j* según el siguiente esquema:



Factores de forma

Método del hemicubo

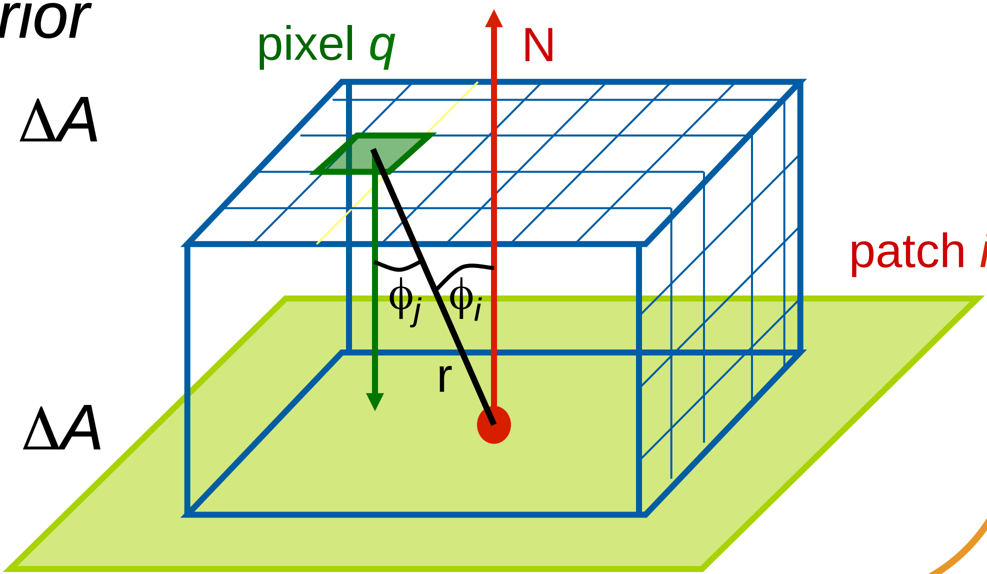
- F_{ij} se aproxima con un hemicubo discretizado
- Cada "pixel" del cubo es un patch de área ΔA con factor de forma $\Delta F_q = \dfrac{\cos\phi_i \cos\phi_j}{\pi r^2}\Delta A$

Pixels de la parte superior

$$\Delta F_q = \frac{1}{\pi(x^2+y^2+1)^2}\Delta A$$

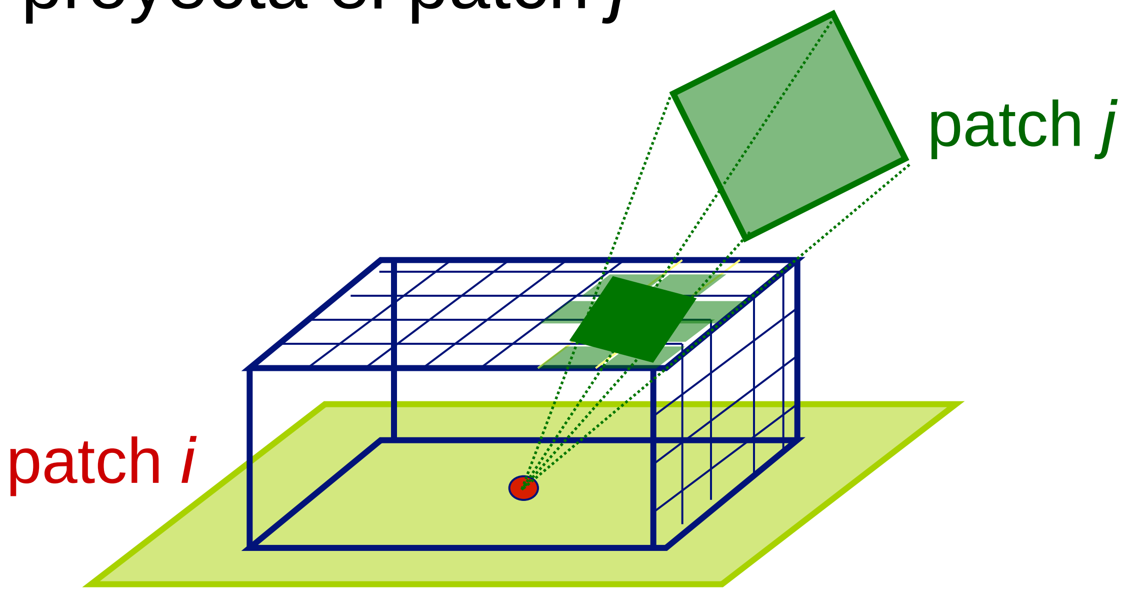
Pixels de los laterales

$$\Delta F_q = \frac{z}{\pi(y^2+z^2+1)^2}\Delta A$$



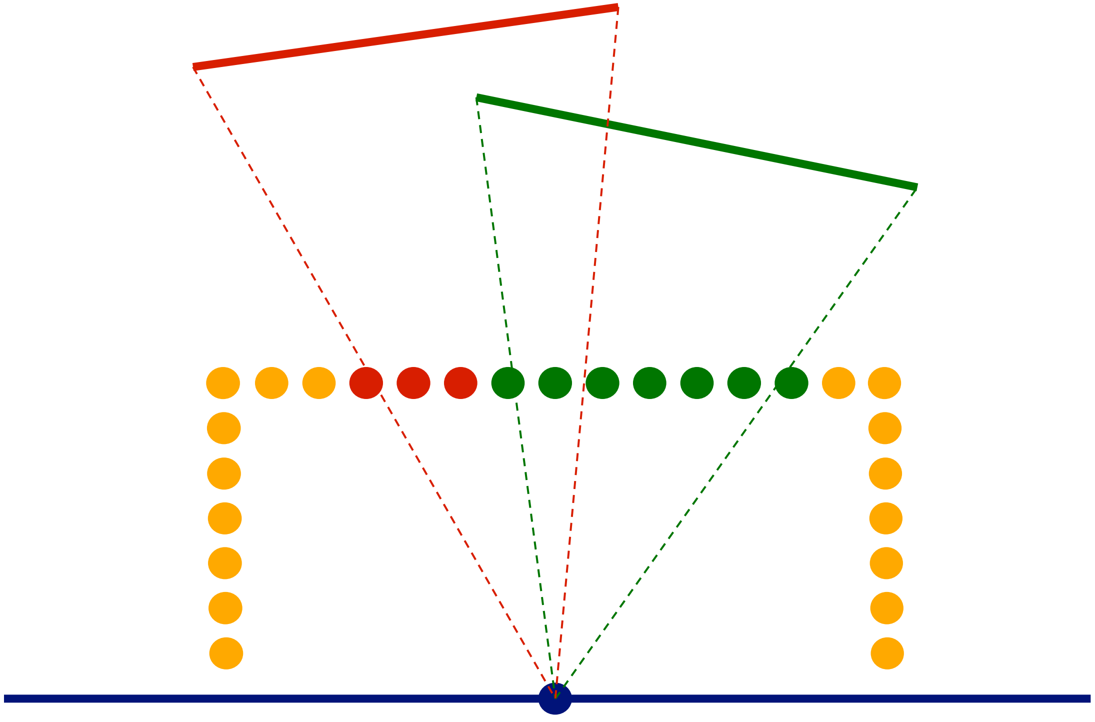
Factores de forma
Método del hemicubo

- F_{ij} se calcula proyectando el patch *j* en el hemicubo del patch *i*
- F_{ij} = suma de los ΔF_q de los pixels sobre los que se proyecta el patch *j*



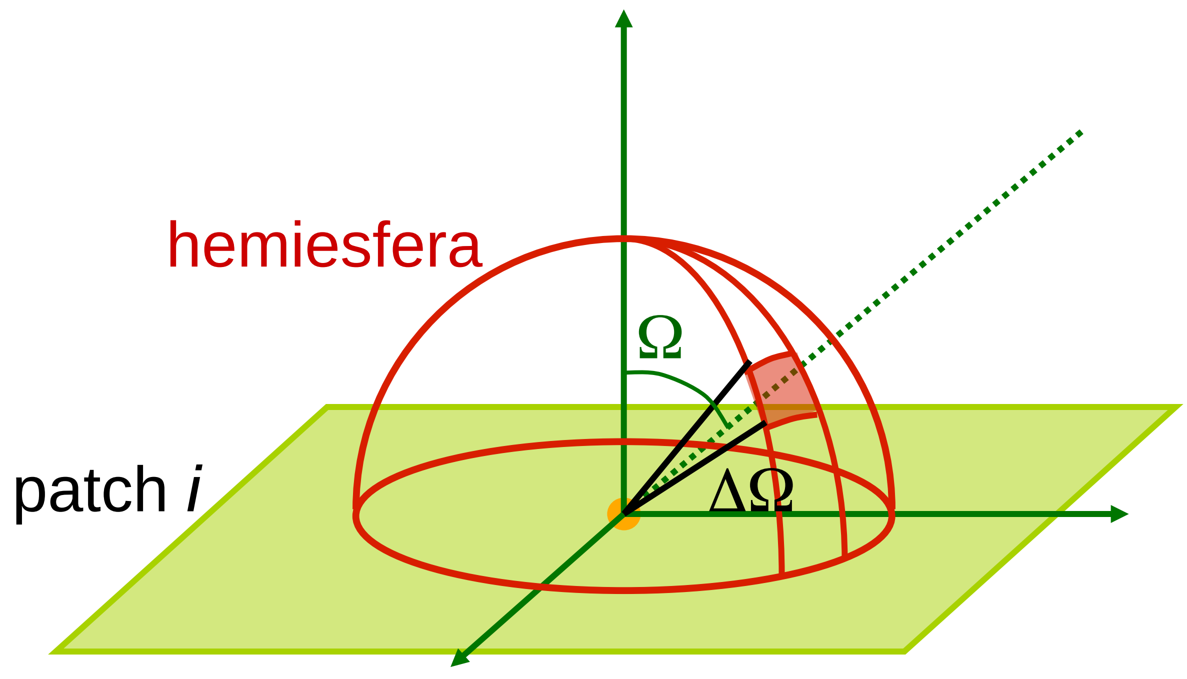
Factores de forma
Método del hemicubo

- Problema de la Oclusión: se utiliza un buffer de etiquetas (similar al Z-Buffer)



Factores de forma
Método del trazado de rayos

- F_{ij} se aproxima con una hemiesfera discretizada
- Cada "pixel" de la esfera es un patch de área ΔA con factor de forma $\Delta F_q = \text{sen}^2 \Delta\Omega$



Factores de forma

Método del trazado de rayos

- Se traza un rayo desde el centro de cada patch pasando por el centro de cada pixel de la hemiesfera
- Se calcula la primera intersección con un patch *k* de la escena
- El factor de forma del pixel que se atraviesa, contribuye a F_{ik}:

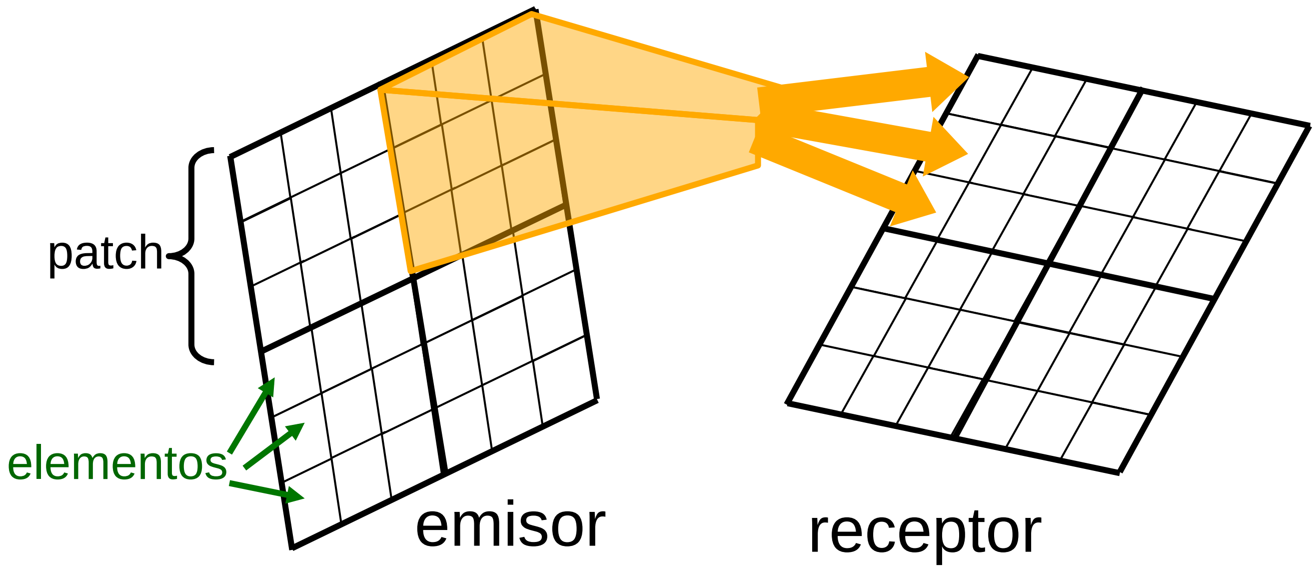
$$F_{ik} = F_{ik} + \Delta F_q$$

Discretización de la escena

- El Algoritmo de Radiosidad asigna un único valor de radiosidad a cada patch
- Patches grandes → efectos visuales inadecuados
- La discretización de la escena condiciona los siguientes factores:
  - Coste computacional: más patches → más factores de forma → mayor coste
  - Calidad de la imagen: más patches → mayor calidad (especialmente en los patches con gradiente alto)
- Técnicas para aumentar la calidad
  - Aumentar el número de patches → alto coste
  - Subestructuración

Subestructuración

- Se basa en que la discretización afecta más a los receptores de luz que a los emisores
- Los patches se dividen en "elementos" de menor tamaño:
  - Cuanto actúan de emisores se utilizan los patches
  - Cuando actúan de receptores se utilizan los elementos



Subestructuración

- Obtiene iterativamente una solución mejorada a partir de una solución inicial con pocos patches
- Los factores de forma se calculan entre cada elemento y los patches, en vez de entre elementos

N patches

M elementos o patches en total

- Subestructuración: (N<<M)
  N x M factores de forma
- División en patches:
  M x M factores de forma

Subestructuración

- Los factores de forma elemento-patch y patch-patch se relacionan mediante:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i}\sum_{q=1}^{R} F_{(iq)j} A_{(iq)}$$

F_{ij}: factor de forma entre patch *i* y *j*

$F_{(iq)j}$: factor de forma entre el elemento *q* del patch *i* y el patch *j*

$A_{(iq)}$: área del elemento *q* del patch *i*

R: número de elementos del patch *i*

- La radiosidad de un elemento puede calcularse a partir de la del patch al que pertenece

$$B_{iq} = E_{iq} + \rho_{iq}\sum_{j=1}^{n} B_j F_{(iq)j}$$

B_{iq}: radiosidad del elemento *q*

B_j: radiosidad del patch *j*

$F_{(iq)j}$: factor de forma entre el elemento *q* del patch *i* y el patch *j*

Subestructuración

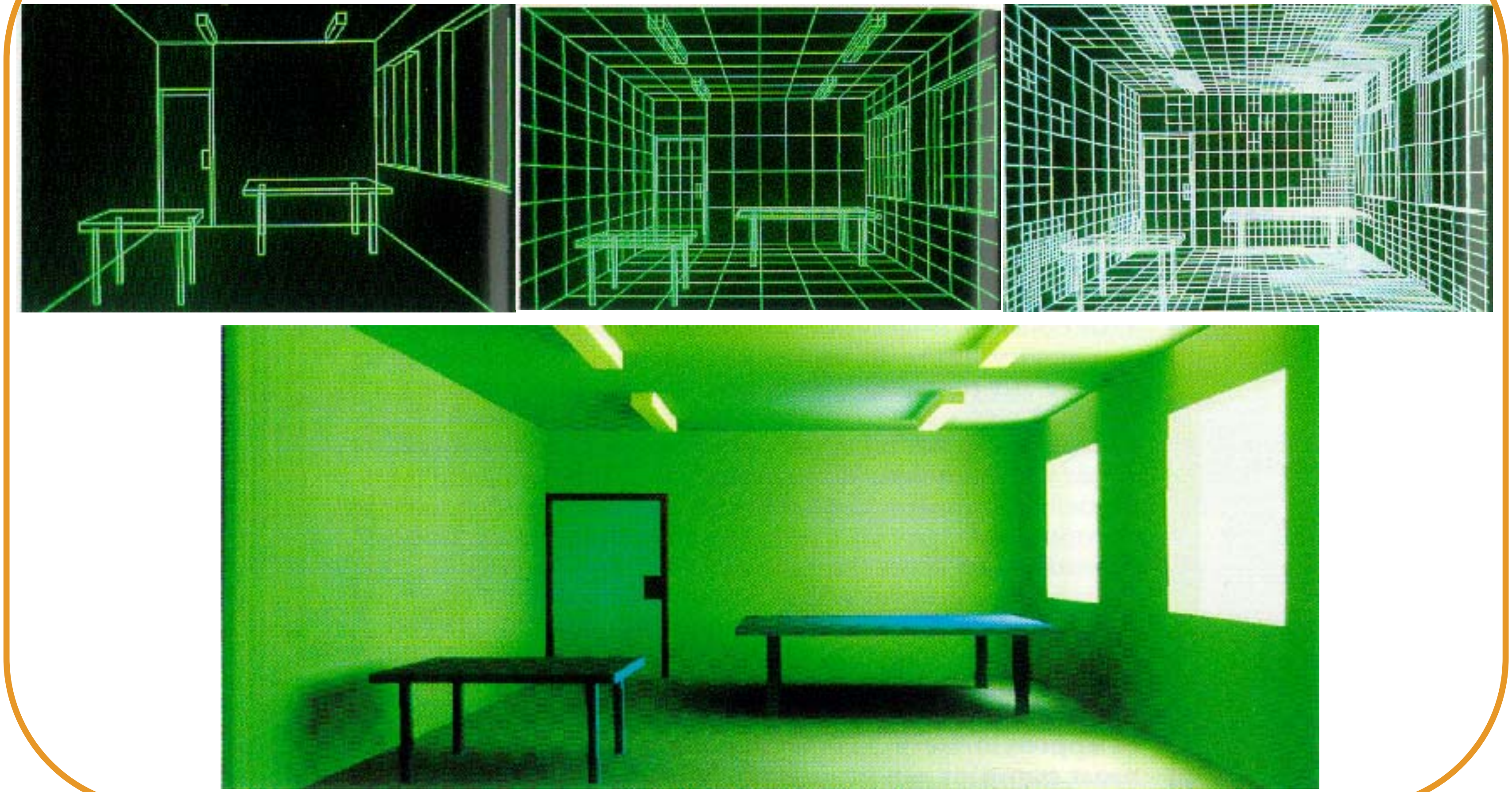
- Consecuencias de la subestructuración:
  – El efecto acumulado de los elementos de un patch es idéntico al del patch completo
  – La división de un patch en elementos no afecta a la cantidad de luz que refleja
  – Una vez calculada la solución para los patches, la radiosidad dentro de cada uno se puede resolver independientemente
  – La división se puede aplicar iterativamente hasta obtener la precisión deseada

Subestructuración

- Algoritmo

```
Discretizar: dividir la escena en patches
Obtener la solución inicial para los patches
Mientras no se alcance la precisión deseada
   Para cada patch con gradiente alto
         Dividir el patch en elementos
         Calcular factores de forma elemento-patches
         Calcular la radiosidad para cada elemento
   Fin Para
Fin Mientras
```

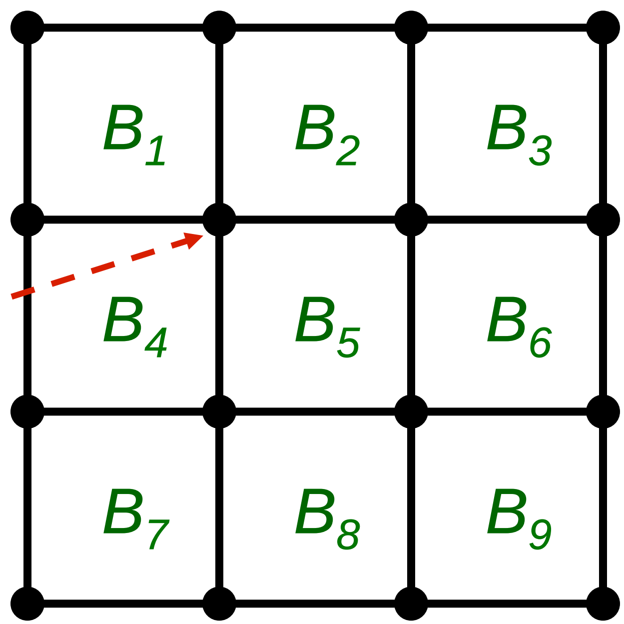
Formulación del método



Sombreado

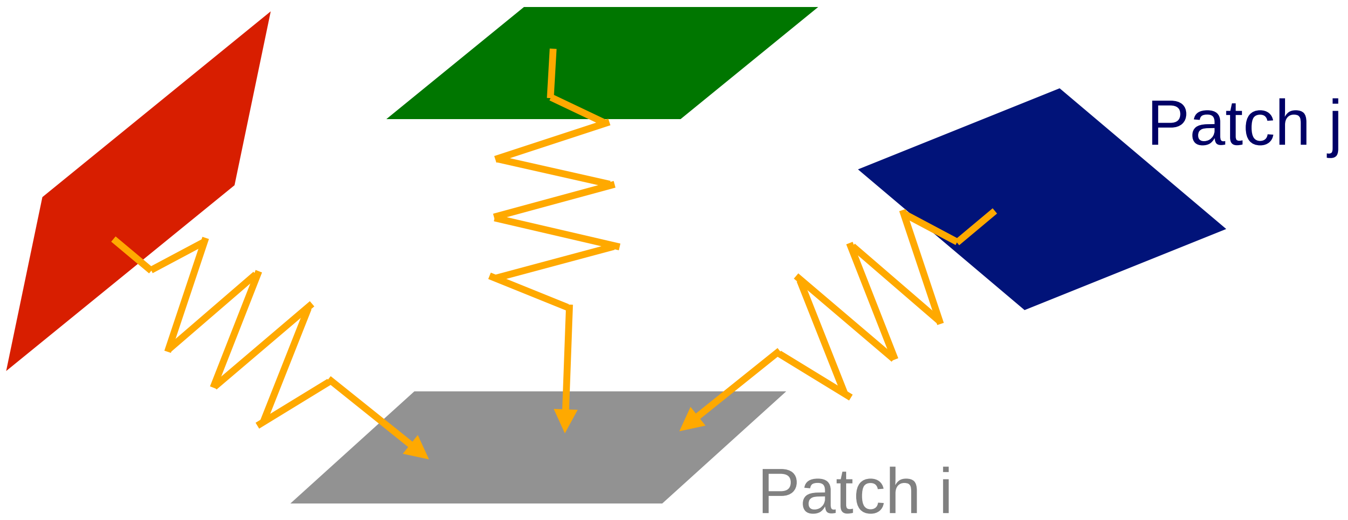
- Suele utilizarse Gouraud
- Intensidad en los vértices: media de la intensidad de las áreas adyacentes

$$\frac{B_1+B_2+B_4+B_5}{4}$$



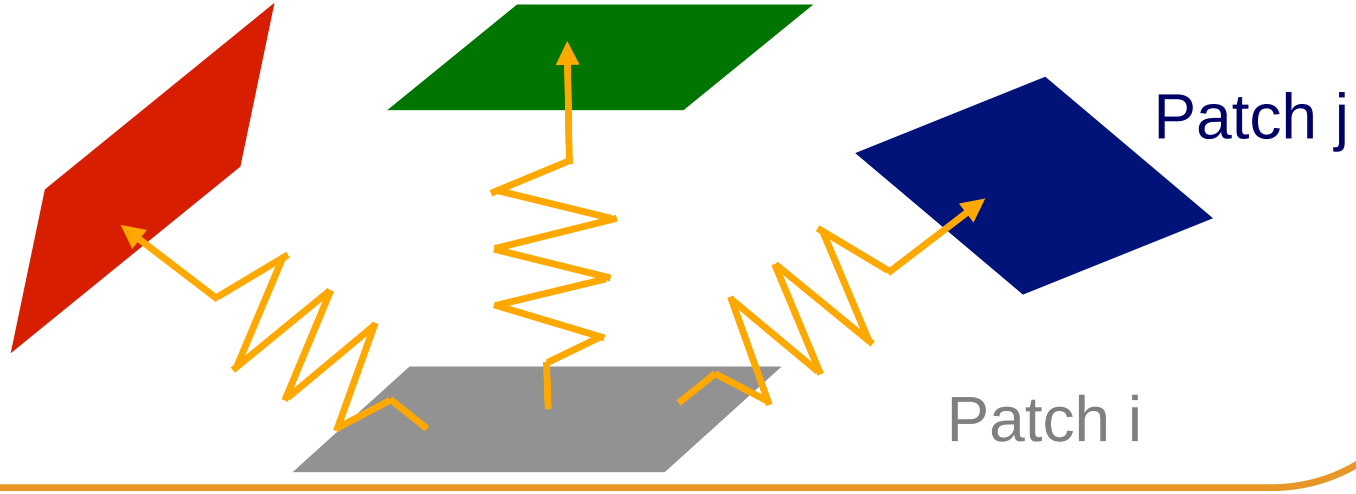
Resolución por Gauss-Seidel

- En cada iteración se resuelve la radiosidad de un patch debido a la luz que recibe de los demás



Resolución por detallamiento sucesivo

- En cada iteración se calcula la radiosidad que emite un patch y como incide en los demás:
  - B_i debido a $B_j = \rho_i \cdot B_j \cdot F_{ji}$
  - B_j debido a $B_i = \rho_j \cdot B_i \cdot F_{ij} = \rho_j \cdot B_i \cdot F_{ji} \cdot \dfrac{A_i}{A_j}$



Resolución por detallamiento sucesivo

- En cada iteración, un patch *i* emite su luz y se calcula como incide en los demás
- Si la escena se visualiza después de cada iteración, se parte de una escena oscura que va iluminándose conforme se procesan los diferentes patches
- Primero se suelen procesar los patches que emiten luz
- También se puede introducir una componente ambiental que se reduzca en cada iteración

Resolución por detallamiento sucesivo

- Algoritmo

```
Ordenar patches por orden de emisión de luz
  decreciente
Para cada patch i hacer
    Para cada patch j ≠ i
```

$$\Delta Rad = \rho_j \cdot \Delta B_i \cdot F_{ij} \cdot \frac{A_i}{A_j}$$

$$\Delta B_i = \Delta B_i + \Delta Rad$$

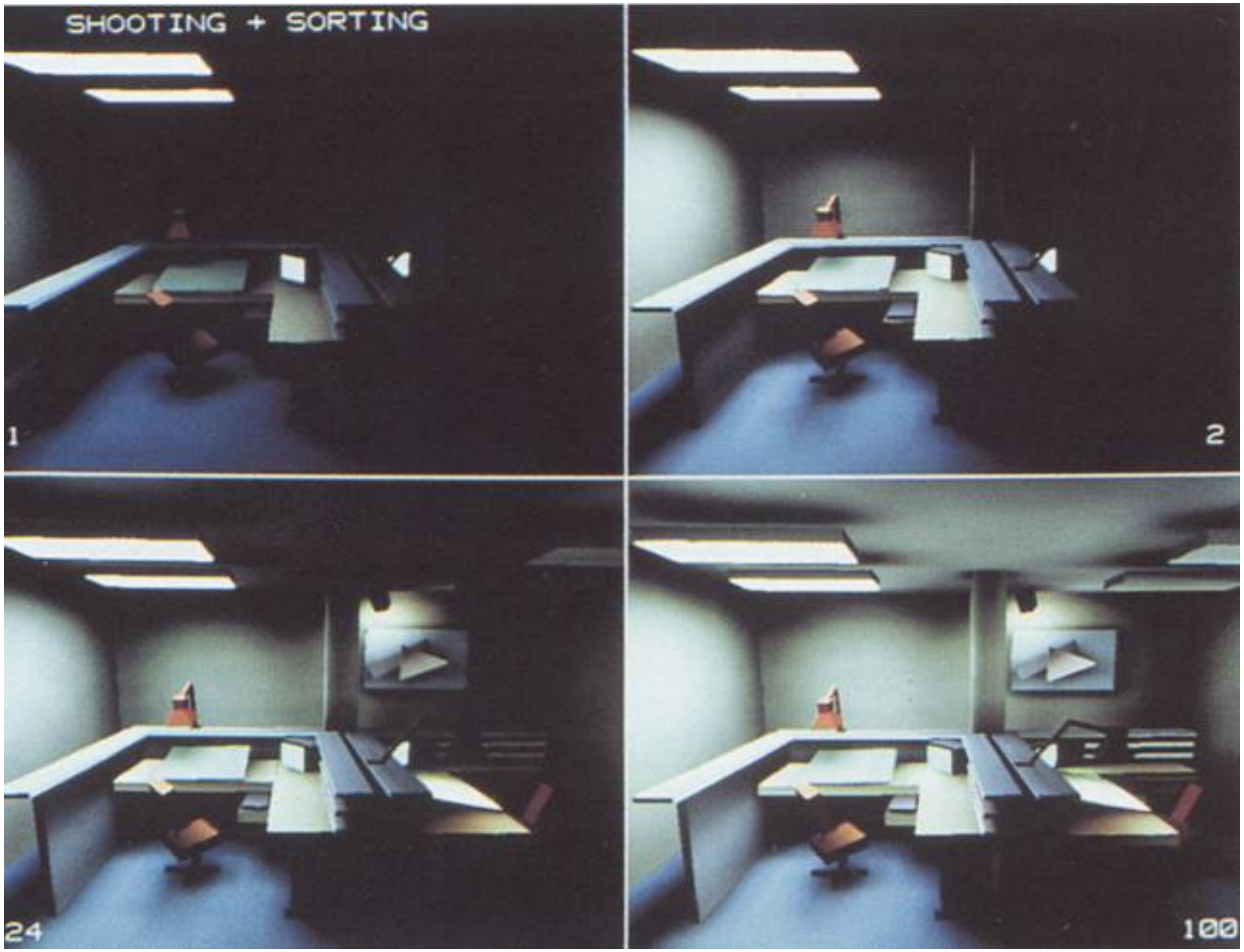
$$B_j = B_j + \Delta Rad + \text{Ambiental}$$

```
    Fin Para
    Reducir Ambiental
```

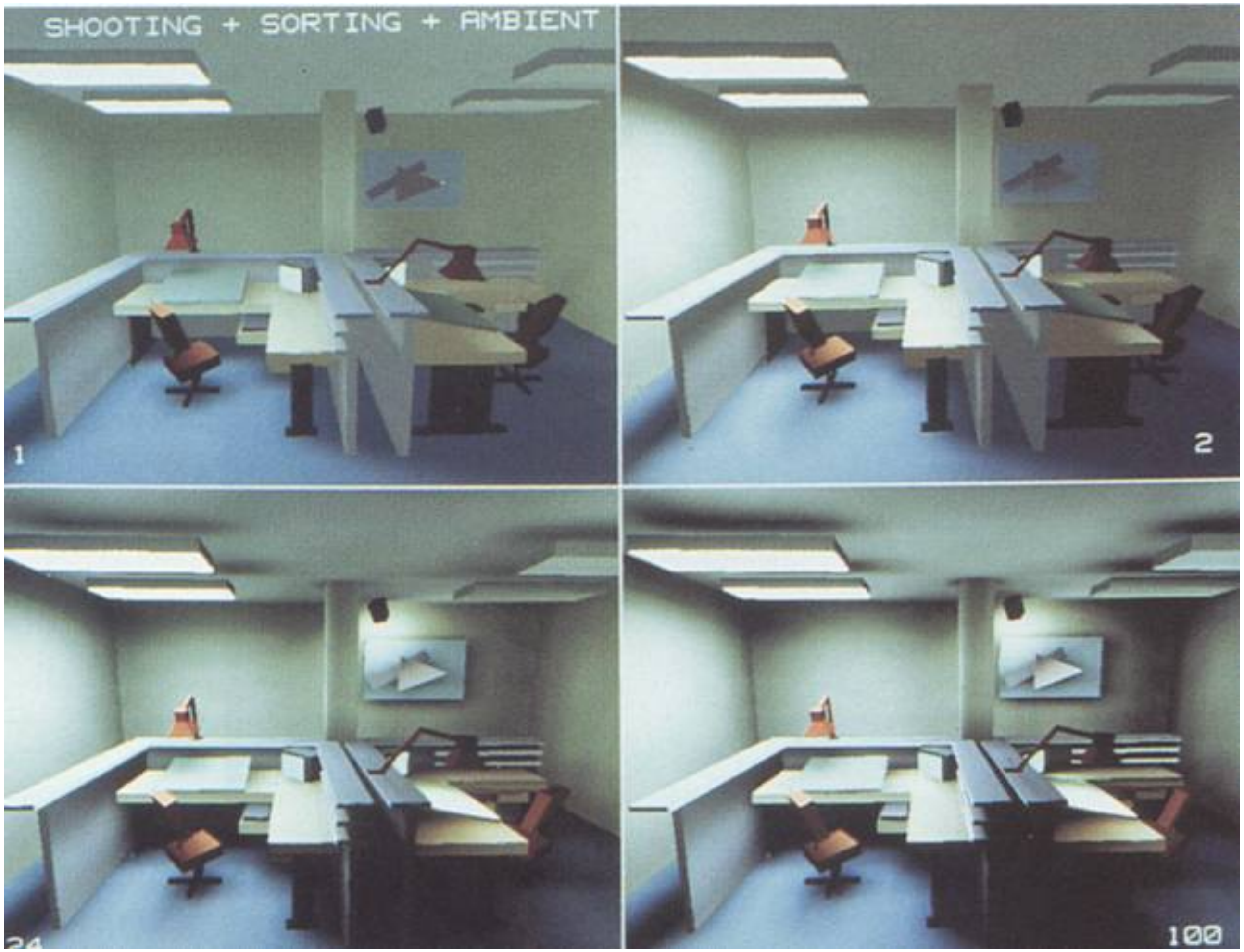
$$\Delta B_i = 0$$

```
Fin Para
```

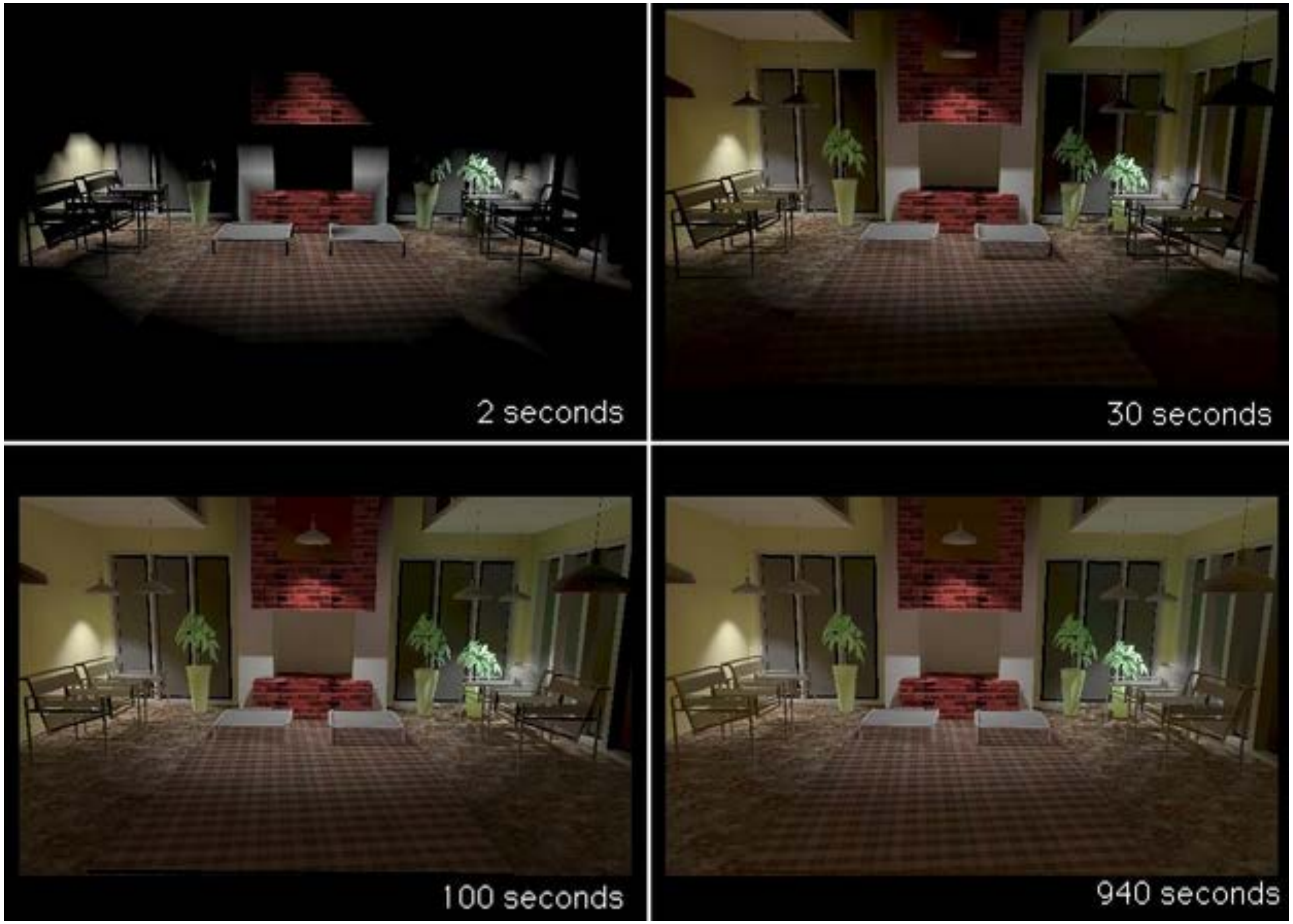
Resolución por detallamiento sucesivo



Resolución por detallamiento sucesivo



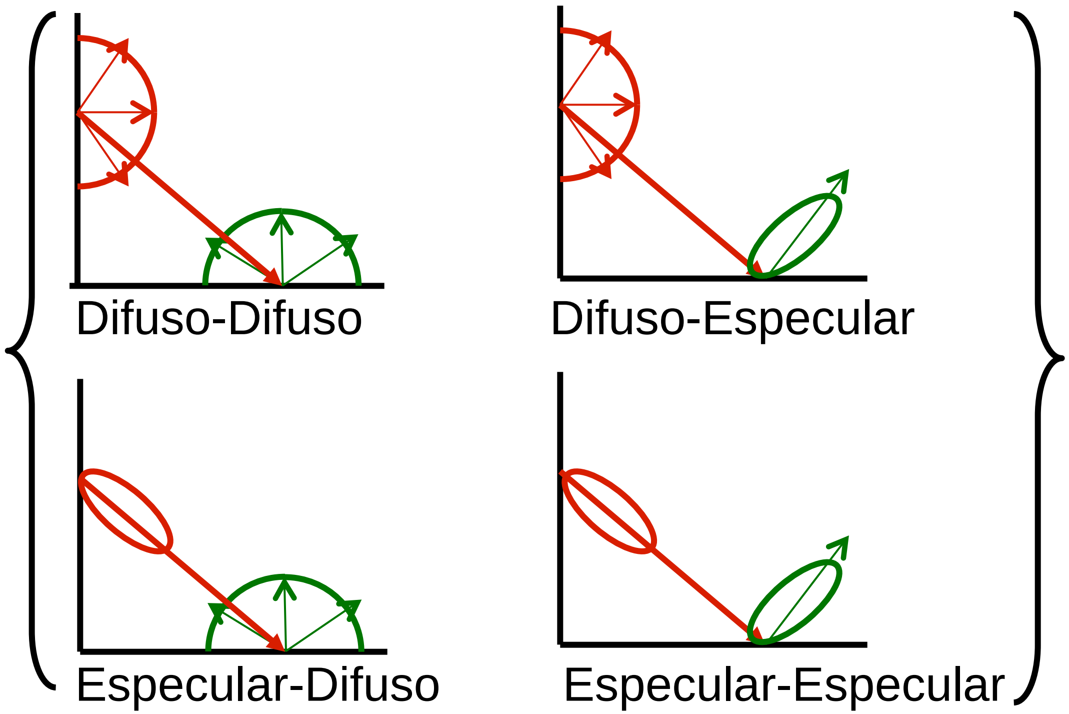
Resolución por detallamiento sucesivo



Métodos híbridos
Trazado de rayos y radiosidad

- Existen cuatro mecanismos de transmisión de la luz entre superficies:

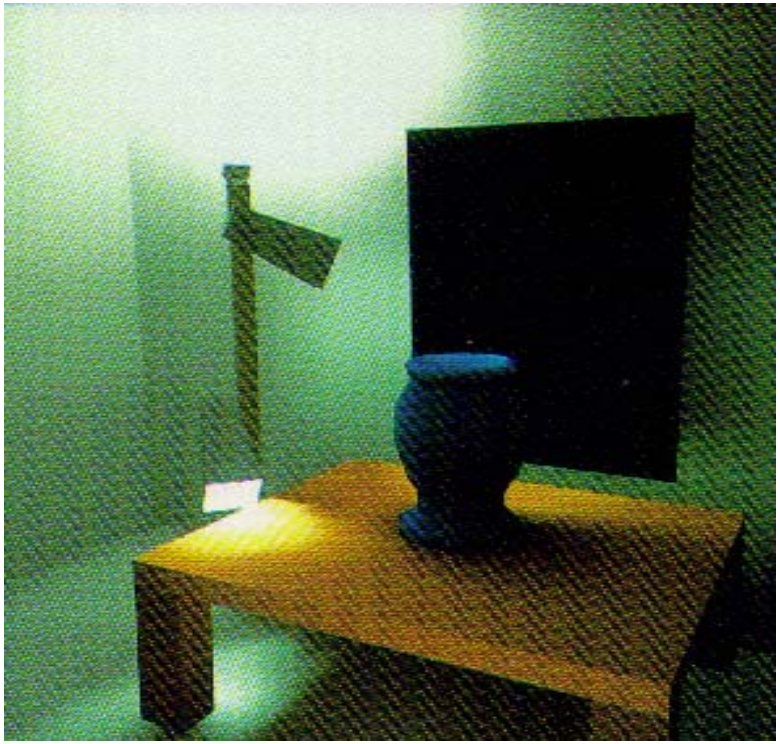
RADIOSIDAD: Independiente de la vista



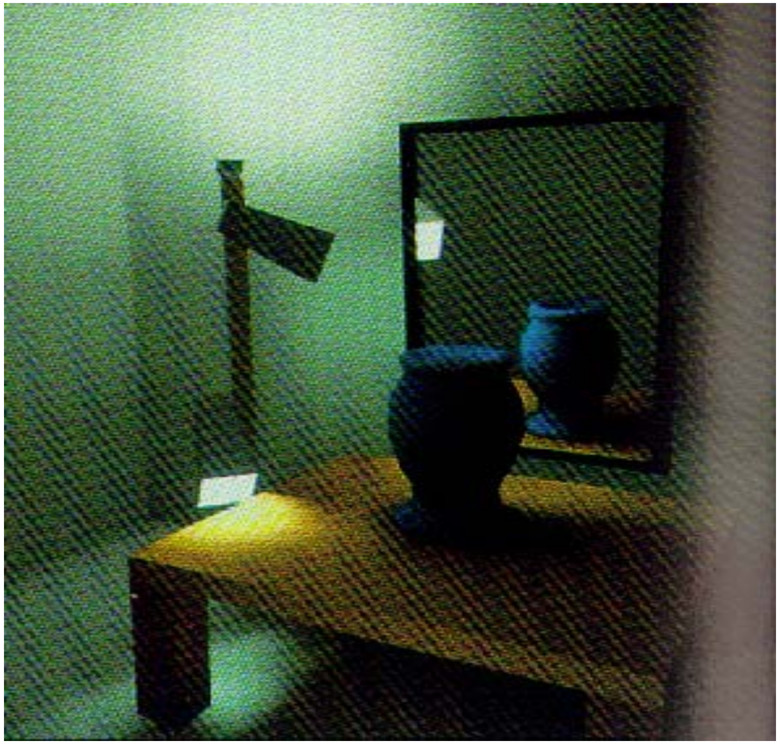
TRAZADO DE RAYOS: Dependiente de la vista

- Método híbrido:
  1. Calcular iluminación con el algoritmo de Radiosidad (independiente de la vista)
  2. Aplicar el algoritmo de Trazado de Rayos, con los siguientes cambios:
     - No son necesarios los rayos de sombra (las sombras ya se habrán obtenido por radiosidad)
     - Considerar sólo dos componentes:
       - Componente reflexiva (trazar rayo reflejado de la forma habitual)
       - Componente difusa (utilizar la iluminación obtenida por radiosidad en vez de iluminación local de Phong)

Métodos híbridos
Trazado de rayos y radiosidad

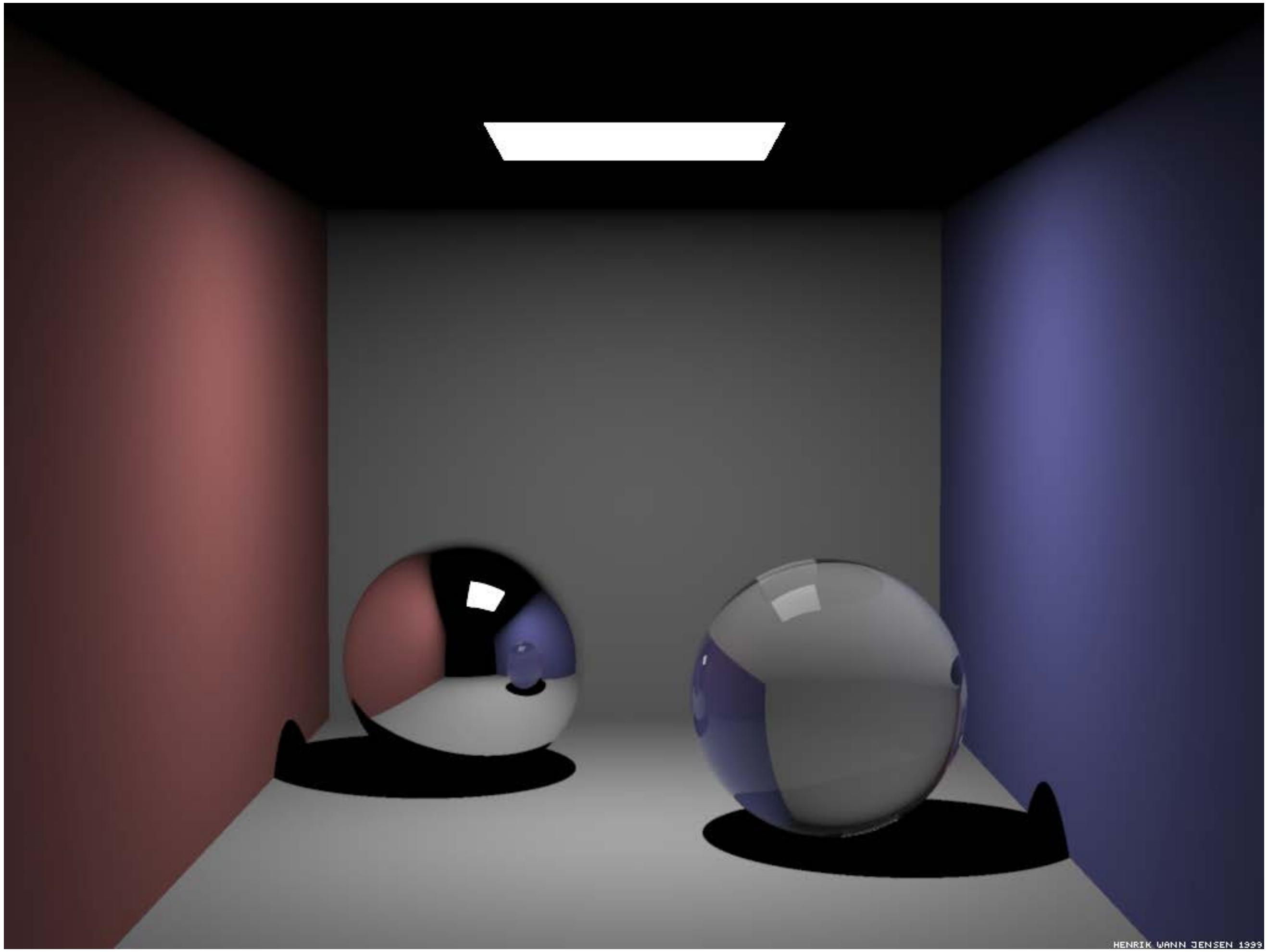


Paso 1: Sólo Radiosidad

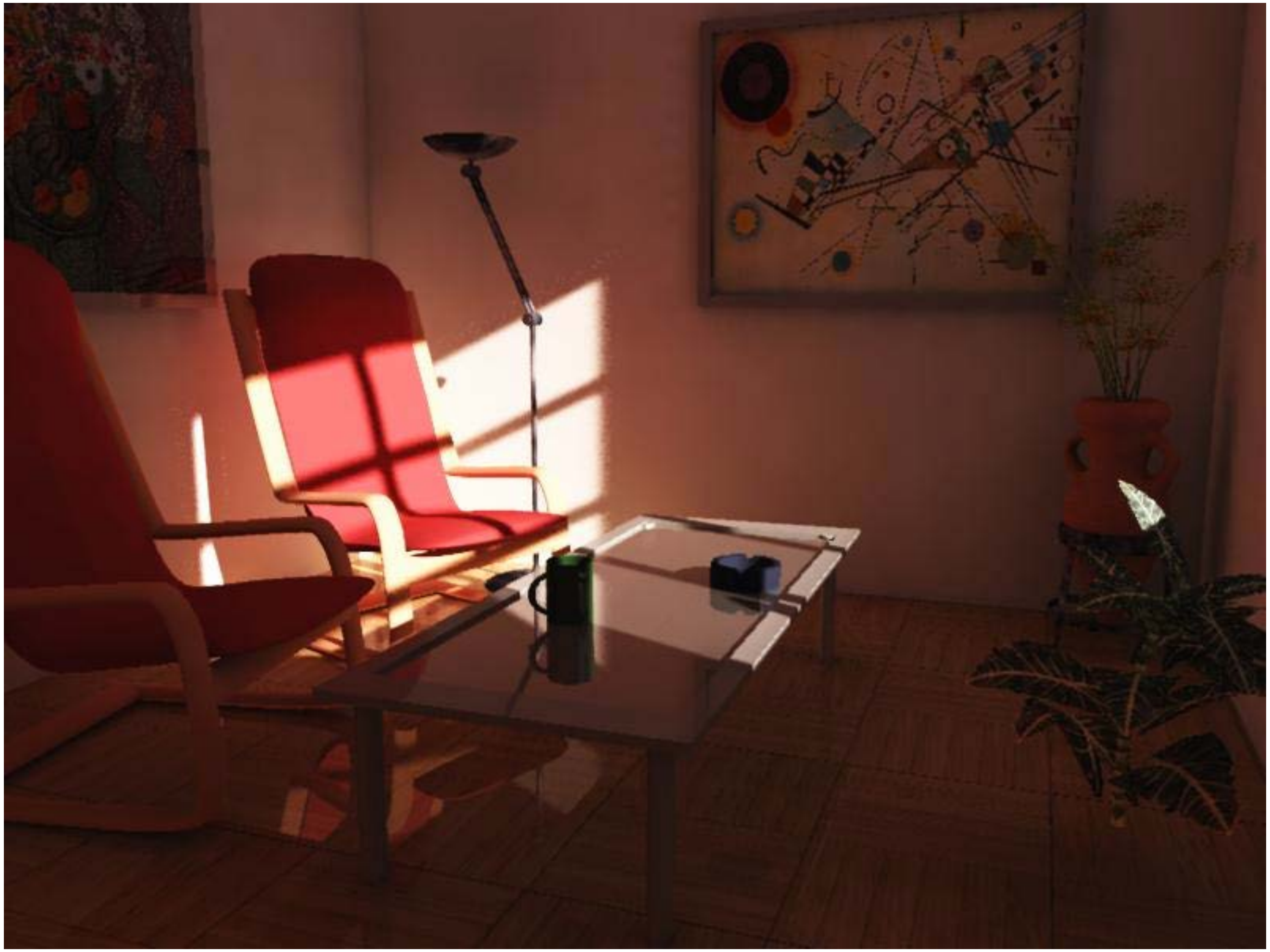


Paso 2: Radiosidad + Trazado de rayos

Métodos híbridos
Trazado de rayos y radiosidad



Ejemplos



Ejemplos

Ejemplos