

Per exemple, per $nDiv = 5$ (5 elements) el sistema acoplat resulta,

$$\begin{pmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} & K_{1,5} & K_{1,6} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} & K_{2,5} & K_{2,6} \\ K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} & K_{3,5} & K_{3,6} \\ K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} & K_{4,5} & K_{4,6} \\ K_{5,1} & K_{5,2} & K_{5,3} & K_{5,4} & K_{5,5} & K_{5,6} \\ K_{6,1} & K_{6,2} & K_{6,3} & K_{6,4} & K_{6,5} & K_{6,6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{pmatrix} \quad (1)$$

i les condicions de contorn que imposen són:

- Condicions de contorn naturals: $Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = 0$, ja que els nodes 2, 3, 4 i 5 són nodes interns i no hi ha aplicada cap força puntual.
- Condicions de contorn essencials: $U_1 = 0$, $U_6 = 2$.

Observem que no podem fixar les variables secundàries Q_1 i Q_6 , ja que no coneixem les derivades en les posicions d'aquests nodes.

Aleshores el *sistema reduït* ve donat per les equacions 2, 3, 4 i 5 del sistema (1) passant a la dreta de cada igualtat els termes coneguts de la equació, i.e, $K_{i,1}U_1 + K_{i,6}U_6$, per $i = 2, 3, 4, 5$. D'aquesta manera s'obté,

$$K_{2,2}U_2 + K_{2,3}U_3 + K_{2,4}U_4 + K_{2,5}U_5 = F_2 + Q_2 - K_{2,1}U_1 - K_{2,6}U_6$$

$$K_{3,2}U_2 + K_{3,3}U_3 + K_{3,4}U_4 + K_{3,5}U_5 = F_3 + Q_3 - K_{3,1}U_1 - K_{3,6}U_6$$

$$K_{4,2}U_2 + K_{4,3}U_3 + K_{4,4}U_4 + K_{4,5}U_5 = F_4 + Q_4 - K_{4,1}U_1 - K_{4,6}U_6$$

$$K_{5,2}U_2 + K_{5,3}U_3 + K_{5,4}U_4 + K_{5,5}U_5 = F_5 + Q_5 - K_{5,1}U_1 - K_{5,6}U_6$$

o, escrit en forma matricial,

$$\begin{pmatrix} K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} & K_{2,5} \\ K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} & K_{3,5} \\ K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} & K_{4,5} \\ K_{5,2} & K_{5,3} & K_{5,4} & K_{5,5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K_{2,1} & K_{2,6} \\ K_{3,1} & K_{3,6} \\ K_{4,1} & K_{4,6} \\ K_{5,1} & K_{5,6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_6 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Aquest és el sistema que resoldrem per a obtenir U_2 , U_3 , U_4 i U_5 . Un cop conegudes totes les U 's, podem aïllar Q_1 i Q_6 de la 1^a i 6^a equació respectivament del sistema complet (1).

Per últim, si `fixedNodes = [1,6]` és la llista dels nodes "fixos" (és a dir els nodes on s'imposen les condicions de contorn essencials) i `freeNodes = [2,3,4,5]` són tota la resta de nodes, de (2) es veu clarament que el terme independent (Q_m) i la matriu del sistema reduït (K_m) s'escriuen en Matlab com

```
Qm = F(freeNodes) + Q(freeNodes) - K(freeNodes,fixedNodes)*u(fixedNodes);  
Km = K(freeNodes,freeNodes);
```

que són les comandes que apareixen als guions de les pràctiques.