

## 2013 年多校联训 2 题解

### A.Balls Rearrangement

问题等价求  $\text{sigma}(x)$  满足  $x \bmod A > x \bmod B$ . 反之亦然。不妨设  $A > B$ ,  $[B, A)$  显然满足,  $[0, B)$  是不满足的。在下一个周期,  $x \bmod B$  的起始点是  $A \bmod B$ , 因此满足的区间是  $[A \bmod B, A)$ 。起始点不同的方案最多只有  $B$  个。可用  $\text{dp}$  解决。注意边界问题即可。

### B.Warm up

问题简化后建一条边后图的桥的数量尽量少。原图根据桥来重建可以得到一棵树, 要添加一条边覆盖尽量多的桥, 显然是在树上找一条最长路, 用总边数-最长路的长度即是答案。但其实树不用显示建出来, 经典的  $\text{dfs}$  找桥的方法, 在  $\text{dfs}$  过程中就能顺便  $\text{dp}$  出每个点向下最长的长度, 保留最大的两个就是最长路。注意爆栈, 这个问题出题人不是有意卡的, 是因为  $\text{judge}$  的栈实在太小, 标程也挂了, 后来是加了两行增栈的代码。

### C.Points

问题是给两个点集, 问是否可以通过反转, 旋转, 伸缩, 重合。

所以, 反转操作可以枚举。对于一个点集, 可算出一个中心, 对于其它点根据这个中心进行排序, 对于每个点, 利用一个  $\text{pair} \langle \text{rate}, \text{angle} \rangle$ ,  $\text{rate}$  是它到中心的距离和上一个的距离的比值,  $\text{angle}$  是转过的角度, 得到一个  $\text{pair}$  的序列, 问题转化成两个序列是否可通过循环旋转其中一个得到另一个, 可用  $\text{kmp}$  在  $O(n+m)$  的时间内判断。把其中一个扩展一倍, 然后匹配即可。

### D.Vases and Flowers

典型的数据结构题目。线段树可满足两个操作, 从某个位置开始放入  $f$  个, 记录每条线段剩下多少空间即可。删除一样。注意  $f=0$  是输出 `can not put any one` 即可。

### E.Play with Sequence

可以证明任意两个度序列相等的图都可以通过一系列转化为一个‘规整’的图  $k$ 。也就是说把分别找到  $g$  和  $h$  转成  $k$  的序列, 拼起来就行了。具体的证明可以参考“图论导引”, 在第一章第 34 页。

### F.Game

树上有两种点, 黑和白, 要求选一个点出发, 走一条路径, 如果碰到  $C$  个黑点就必须停, 求权最大的路径。典型的树型  $\text{dp}$  题。因为  $C$  很小, 可以加多一维状态表示经过了多少个黑点的最长路。注意的地方是开始点可黑可白, 但结束点必须是黑的。除非一条路径上的点都是白的。有人枚举起点, 然后遍历, 碰到超过  $C$  个黑点就停, 然后就过了, 可能是出题人出数据时没考虑这种情况, 黑点比较稠密。

### G.Weapon

题意说说有个多个无限长的圆柱, 求一个最小的半径, 使得存在两个圆柱有交集。说白了, 就是求三维空间中任意两条直线距离的最小值。旋转一下坐标就可以了。

### H.Palindrome Sub-Array

求一个最大的左右对称，上下对称的子正方形。方法很多种，可以分奇偶，二分长度，然后用 hash 判是否对称。

#### I.Warm up 2

简单题，可以用二分图匹配或直接找连通块算个数即可。

#### J.Fruit Ninja Extreme

搜索，其实不需要什么剪枝，因为题目有个条件说两个相邻的 cut 必须  $\leq w$ 。排序后利用这个条件，还有用了一个 cut 后再计算出其他剩下多少个水果， $< 3$  的直接不用搜。可行的状态其实很少，可以再加上一个最优化剪枝。