INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN

edX | Galileo Universidad

La Revolución en la Educación

Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Semana 1

Alberth Alvarado, Ph.D.

Agenda

- ¿Qué es una ecuación diferencial?
- ¿A qué nos referimos con resolver una ecuación diferencial?
- Problema de Valores Iniciales
- Teorema de Existencia y Unicidad
- Solución Singular
- Solución en Forma Implícita
- Resumen

Agenda

- ¿Qué es una ecuación diferencial?
- ¿A qué nos referimos con resolver una ecuación diferencial?
- Problema de Valores Iniciales
- Teorema de Existencia y Unicidad
- Solución Singular
- Solución en Forma Implícita
- Resumen

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

Iniciemos por responder *¿qué es una ecuación?*

$$x^2 - 5x + 6$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0, \;\; x \in \mathbb{R}$$

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

Iniciemos por responder *¿qué es una ecuación?*

$$x^2 - 5x + 6$$

Expresión Algebraica.

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0, \;\; x \in \mathbb{R}$$

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

Iniciemos por responder *¿qué es una ecuación?*

$$x^2 - 5x + 6$$ Expresión Algebraica.

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$ Función.

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0, \;\; x \in \mathbb{R}$$

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

Iniciemos por responder *¿qué es una ecuación?*

$x^2 - 5x + 6$	Expresión Algebraica.
$f(x) = x^2 - 5x + 6$	Función.
$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$	Identidad.
$x^2 - 5x + 6 = 0, \;\; x \in \mathbb{R}$	

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

Iniciemos por responder *¿qué es una ecuación?*

$x^2 - 5x + 6$	Expresión Algebraica.
$f(x) = x^2 - 5x + 6$	Función.
$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$	Identidad.
$x^2 - 5x + 6 = 0, \;\; x \in \mathbb{R}$	**Ecuación.**

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

Iniciemos por responder *¿qué es una ecuación?*

$x^2 - 5x + 6$	Expresión Algebraica.
$f(x) = x^2 - 5x + 6$	Función.
$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$	Identidad.
$x^2 - 5x + 6 = 0, \ \ x \in \mathbb{R}$	**Ecuación.**

Definición 1.1 (Ecuación)

Una ecuación es una *proposición abierta* escrita sobre un *universo* U, que involucra una *relación de equivalencia* y que no se cumple para cualquier valor de la(s) variable(s).

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

- ¿Qué buscamos al *resolver* una ecuación?

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

- ¿Qué buscamos al *resolver* una ecuación? *buscamos el "valor" de la(s) variable(s) dentro del universo U que hacen verdadera la proposición.*

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

- ¿Qué buscamos al *resolver* una ecuación? *buscamos el "valor" de la(s) variable(s) dentro del universo U que hacen verdadera la proposición.*
- Por ejemplo, consideremos para $x \in \mathbb{R}$:

¿Qué es una ecuación diferencial ordinaria?

- ¿Qué buscamos al *resolver* una ecuación? *buscamos el "valor" de la(s) variable(s) dentro del universo U que hacen verdadera la proposición.*

- Por ejemplo, consideremos para $x \in \mathbb{R}$:

Ecuación	**Clase**	**Algoritmo de Solución**
$ax + b = 0$	*Lineal*	$x = -\frac{b}{a}, \ a \neq 0$
$ax^2 + bx + c = 0$	*Cuadrática*	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \ a \neq 0$
$P_n(x) = 0$	*Polinomial*	Sin algoritmo general para $n > 4$.
$T(x) = 0$	*Trigonométrica*	Sin algoritmo general.

Definición 1.2 (Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO))

Sea $y = f(x)$ una función definida sobre un intervalo $\mathcal{I} : a < x < b$. Una *EDO* es una ecuación en la que aparece la *función incógnita* $y = f(x)$ y una o más de sus derivadas $(y', y'', y''', \ldots, y^{(n)})$. En general, escribiremos:

$$F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0.$$

Definición 1.2 (Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO))

Sea $y = f(x)$ una función definida sobre un intervalo $\mathcal{I}: a < x < b$. Una *EDO* es una ecuación en la que aparece la *función incógnita* $y = f(x)$ y una o más de sus derivadas $(y', y'', y''', \ldots, y^{(n)})$. En general, escribiremos:

$$F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0.$$

Notas:

- En este caso, nuestro *universo* es el de funciones diferenciables hasta el orden n.

Definición 1.2 (Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO))

Sea $y = f(x)$ una función definida sobre un intervalo $\mathcal{I} : a < x < b$. Una *EDO* es una ecuación en la que aparece la *función incógnita* $y = f(x)$ y una o más de sus derivadas $(y', y'', y''', \ldots, y^{(n)})$. En general, escribiremos:

$$F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0.$$

Notas:

- En este caso, nuestro *universo* es el de funciones diferenciables hasta el orden n.
- *¿Por qué ordinaria?* pues, consideramos a la incógnita y función de *una* sola variable x, i.e. $y = f(x)$

Definición 1.2 (Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO))

Sea $y = f(x)$ una función definida sobre un intervalo $\mathcal{I} : a < x < b$. Una *EDO* es una ecuación en la que aparece la *función incógnita* $y = f(x)$ y una o más de sus derivadas $(y', y'', y''', \ldots, y^{(n)})$. En general, escribiremos:

$$F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0.$$

Notas:

- En este caso, nuestro *universo* es el de funciones diferenciables hasta el orden n.
- *¿Por qué ordinaria?* pues, consideramos a la incógnita y función de *una* sola variable x, i.e. $y = f(x)$
- Si la función incógnita depende de más de una variable, entonces la ecuación es llamada *ecuación diferencial en derivadas parcial (EDP)*.

Algunos ejemplos de EDOs:

- $\dfrac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$. (Ley de Enfriamiento de Newton).
- $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx$. (Segunda Ley de Newton).

Algunos ejemplos de EDPs:

- $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ con $u = u(x, y)$. (Ecuación de Laplace).
- $\dfrac{\partial u}{\partial t} - \alpha \left[\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] = 0$ con $u = u(t, x, y)$. (Ecuación de Calor).

Orden y Grado de una EDO

- El *orden de una EDO* corresponde al orden de la *mayor derivada* en la ecuación.
- El *grado de una EDO* algebraica respecto de sus derivadas es el grado algebraico de su derivada de *mayor* orden.

Orden y Grado de una EDO

- El *orden de una EDO* corresponde al orden de la *mayor derivada* en la ecuación.

- El *grado de una EDO* algebraica respecto de sus derivadas es el grado algebraico de su derivada de *mayor* orden.

- **Ejemplo**: determinar el *orden* y el *grado* de las siguientes EDOs:

  a) $$\frac{d^2y}{dx^2} + 7\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x.$$

  b) $$\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \sin x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + xy = 1.$$

  c) $$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \pi\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 4e^{2x}.$$

Orden y Grado de una EDO

- El *orden de una EDO* corresponde al orden de la *mayor derivada* en la ecuación.

- El *grado de una EDO* algebraica respecto de sus derivadas es el grado algebraico de su derivada de *mayor* orden.

- **Ejemplo**: determinar el *orden* y el *grado* de las siguientes EDOs:

  a) $$\frac{d^2y}{dx^2} + 7\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x.$$ 2o. orden y 1er. grado.

  b) $$\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \sin x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + xy = 1.$$

  c) $$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \pi\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 4e^{2x}.$$

Orden y Grado de una EDO

- El *orden de una EDO* corresponde al orden de la *mayor derivada* en la ecuación.

- El *grado de una EDO* algebraica respecto de sus derivadas es el grado algebraico de su derivada de *mayor* orden.

- **Ejemplo**: determinar el *orden* y el *grado* de las siguientes EDOs:

  a) $$\frac{d^2y}{dx^2} + 7\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x.$$ 2o. orden y 1er. grado.

  b) $$\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \sin x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + xy = 1.$$ 1er. orden y 3er. grado.

  c) $$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \pi\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 4e^{2x}.$$

Orden y Grado de una EDO

- El *orden de una EDO* corresponde al orden de la *mayor derivada* en la ecuación.
- El *grado de una EDO* algebraica respecto de sus derivadas es el grado algebraico de su derivada de *mayor* orden.
- **Ejemplo**: determinar el *orden* y el *grado* de las siguientes EDOs:

$a)$ $$\frac{d^2y}{dx^2} + 7\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x.$$ 2o. orden y 1er. grado.

$b)$ $$\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \sin x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + xy = 1.$$ 1er. orden y 3er. grado.

$c)$ $$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \pi\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 4e^{2x}.$$ 3er. orden y 4o. grado.

Agenda

- ¿Qué es una ecuación diferencial?
- ¿A qué nos referimos con resolver una ecuación diferencial?
- Problema de Valores Iniciales
- Teorema de Existencia y Unicidad
- Solución Singular
- Solución en Forma Implícita
- Resumen

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

1. Si se le pide *resolver* la EDO dada ¿qué buscamos?

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

1. Si se le pide *resolver* la EDO dada ¿qué buscamos?

   Dentro del universo de funciones diferenciables, buscamos una función $y = f(x)$ tal que su derivada sea ella misma.

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

1. Si se le pide *resolver* la EDO dada ¿qué buscamos?

   Dentro del universo de funciones diferenciables, buscamos una función $y = f(x)$ tal que su derivada sea ella misma.

2. Resuelva la ED dada.

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

1. Si se le pide *resolver* la EDO dada ¿qué buscamos?

   Dentro del universo de funciones diferenciables, buscamos una función $y = f(x)$ tal que su derivada sea ella misma.

2. Resuelva la ED dada.

   Inmediatamente pensamos en $y = e^x$ o bien la *solución trivial* $y = 0$.

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

1. Si se le pide *resolver* la EDO dada ¿qué buscamos?

   Dentro del universo de funciones diferenciables, buscamos una función $y = f(x)$ tal que su derivada sea ella misma.

2. Resuelva la ED dada.

   Inmediatamente pensamos en $y = e^x$ o bien la *solución trivial* $y = 0$.

3. ¿Existen más soluciones para la EDO dada?

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

1. Si se le pide *resolver* la EDO dada ¿qué buscamos?

   Dentro del universo de funciones diferenciables, buscamos una función $y = f(x)$ tal que su derivada sea ella misma.

2. Resuelva la ED dada.

   Inmediatamente pensamos en $y = e^x$ o bien la *solución trivial* $y = 0$.

3. ¿Existen más soluciones para la EDO dada?

   Si, existen *infinitas* soluciones representadas por una familia de soluciones a un parámetro $y = c\,e^x$ con $c \in \mathbb{R}$.

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

4. Geométricamente, ¿qué nos dice la EDO dada?

Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

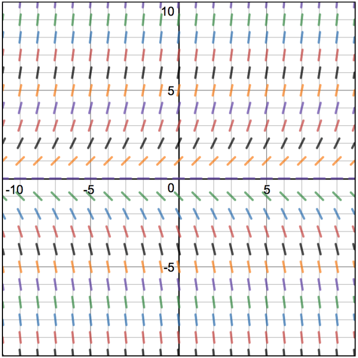
4. Geométricamente, ¿qué nos dice la EDO dada?

   Para ello construiremos un **Campo Direccional**, con el cual estudiaremos el *comportamiento* de las soluciones de una EDO a partir de un diagrama que contiene segmentos de recta sobre el plano xy correspondientes a la pendiente de la función solución.

Considere la EDO: $y' = y$.

4. Geométricamente, ¿qué nos dice la EDO dada?

   Para ello construiremos un **Campo Direccional**, con el cual estudiaremos el *comportamiento* de las soluciones de una EDO a partir de un diagrama que contiene segmentos de recta sobre el plano xy correspondientes a la pendiente de la función solución.

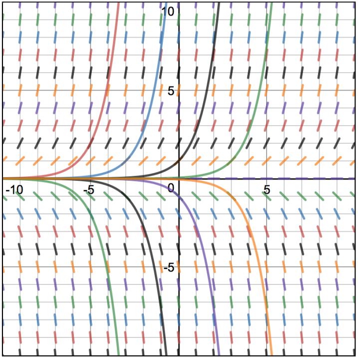


Ejemplo 1

Considere la EDO: $y' = y$.

4. Geométricamente, ¿qué nos dice la EDO dada?

   Para ello construiremos un **Campo Direccional**, con el cual estudiaremos el *comportamiento* de las soluciones de una EDO a partir de un diagrama que contiene segmentos de recta sobre el plano xy correspondientes a la pendiente de la función solución.



Solución de una EDO

Definición 2.1 (Solución de una EDO)

Sea $y = f(x)$ una *función* definida sobre un intervalo $\mathcal{I} : a < x < b$. Se dice que la función $y = f(x)$ es una solución (en forma *explícita*) de la ecuación diferencial ordinaria:

$$F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0,$$

si

$$\forall x \in \mathcal{I}, \quad F\left(x, f(x), f'(x), f''(x), \ldots, f^{(n)}(x)\right) = 0.$$

Notas:

- En palabras sencillas, $y = f(x)$ es solución de una EDO si al sustituirla en dicha ecuación hace *verdadera* la proposición.
- Si $y = f(x)$ *no* representa una *función*, entonces y *no* puede ser considerada una solución de la EDO.

Agenda

- ¿Qué es una ecuación diferencial?
- ¿A qué nos referimos con resolver una ecuación diferencial?
- Problema de Valores Iniciales
- Teorema de Existencia y Unicidad
- Solución Singular
- Solución en Forma Implícita
- Resumen

Ejemplo 2

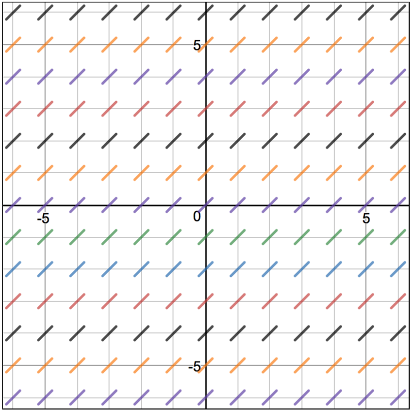
Dada la EDO: $y' - 1 = 0.$

$a)$ Determine el *orden* y el *grado* de la EDO.

$b)$ Determine y describa el *conjunto solución* para dicha ecuación.

$c)$ ¿Qué sucede con el conjunto solución si agregamos la *condición* $y(0) = 1$?

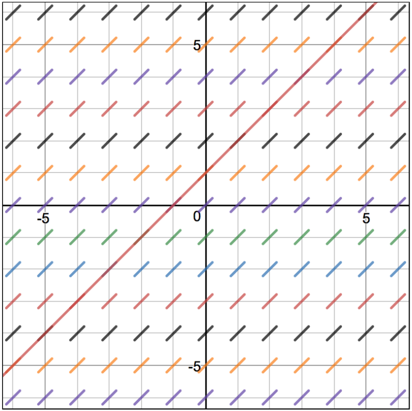
Ejemplo 2



EDO: $y' - 1 = 0$

Familia de Rectas Paralelas a un Parámetro: $y = x + c, \quad c \in \mathbb{R}.$

Ejemplo 2



EDO: $y' - 1 = 0$

Familia de Rectas Paralelas a un Parámetro: $y = x + c, \quad c \in \mathbb{R}.$

Solución Particular: $y = x + 1.$

Ejemplo 3

Dada la EDO: $y'' = 0.$

$a)$ Determine el *orden* y el *grado* de la EDO.

$b)$ Determine y describa el *conjunto solución* para dicha ecuación.

$c)$ ¿Qué sucede con el conjunto solución si agregamos las *condiciones* $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$?

Definición 3.1 (PVI)

Al problema:

Resolver: $$F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$$

sujeto a: $$\underbrace{y(x_0) = y_0,\ y'(x_0) = y_1, \ldots,\ y^{(n-1)}(x_0) = y_{n-1}.}_{\textbf{condiciones iniciales}}$$

con $y_0,\ y_1,\ \ldots\ , y_{n-1} \in \mathbb{R}$ se le llama *problema de valores iniciales (PVI) de n-ésimo orden*.

- A la familia n-paramétrica de soluciones de una EDO de orden n le llamaremos **Solución General de la EDO.**

- A la solución de una EDO de orden n que *no* contiene parámetros arbitrarios (i.e. a las constantes c_1, $c_2, \ldots, c_n$ se les ha asignado un valor finito) le llamaremos **Solución Particular de la EDO.**

Agenda

- ¿Qué es una ecuación diferencial?
- ¿A qué nos referimos con resolver una ecuación diferencial?
- Problema de Valores Iniciales
- Teorema de Existencia y Unicidad
- Solución Singular
- Solución en Forma Implícita
- Resumen

Teorema 4.1 (Existencia y Unicidad para EDO de Primer Orden)

Considere el problema de Cauchy:

$$y' = F(x, y) \quad \textit{sujeto a} \quad y(x_0) = y_0.$$

Si para una vecindad del punto $P(x_0, y_0)$, i.e.

$$V_P = \{\, (x, y) \mid x_0 - \varepsilon_1 < x < x_0 + \varepsilon_1,\ y_0 - \varepsilon_2 < y < y_0 + \varepsilon_2 \}\,,$$

se verifica que:

$i)$ $F(x, y)$ *es una función continua en V_P, y*

$ii)$ $\dfrac{\partial F(x, y)}{\partial y}$ *es también continua en dicha vecindad V_P,*

entonces el problema tiene solución única en una vecindad del punto P.

Ejemplo 4

Considere el PVI:

$$(x^2 + y^2)y' = xy \quad \text{sujeto a} \quad y(1) = 0.$$

a) ¿Existe solución para dicho problema? ¿Es única?

b) ¿Puede afirmar lo mismo si la condición inicial se modifica a $y(0) = 0$?

Agenda

Ejemplo 5

Considere la EDO: $\quad y = x\,y' + (y')^2\,.$

a) Verifique que la familia uni-paramétrica $y = c\,x + c^2$ es la solución general de la EDO.

b) ¿Es la función $y = -\dfrac{x^2}{4}$ también una solución de la EDO?

Ejemplo 5

Considere la EDO: $y = x\,y' + (y')^2\,.$

$a)$ Verifique que la familia uni-paramétrica $y = c\,x + c^2$ es la solución general de la EDO.

$b)$ ¿Es la función $y = -\dfrac{x^2}{4}$ también una solución de la EDO?

Notar que:

- La función $y = -\dfrac{x^2}{4}$ es solución de la EDO, sin embargo dicha solución *no* puede obtenerse a partir de la solución general.
- Aquellas soluciones que no pueden ser obtenidas a partir de la solución general de una EDO (familia n-paramétrica) son llamadas **Soluciones Singulares**.

Agenda

- ¿Qué es una ecuación diferencial?
- ¿A qué nos referimos con resolver una ecuación diferencial?
- Problema de Valores Iniciales
- Teorema de Existencia y Unicidad
- Solución Singular
- Solución en Forma Implícita
- Resumen

Ejemplo 6

Verificar si la relación $x^2 + y^2 = c^2,\ c > 0$ es o no *solución (en forma implícita)* de la EDO

$$y\,y' = -x$$

en el intervalo $\mathcal{I} : -c < x < c$.

Nota:

Se dice que una relación $f(x, y) = 0$ es una **Solución en Forma Implícita** de la EDO: $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$ en un intervalo $\mathcal{I}$ si:

(i) existe al menos una *función* ϕ que satisface la relación $f(x, y) = 0$, y

(ii) que también satisface la EDO en $\mathcal{I}$.

Agenda

- ¿Qué es una ecuación diferencial?
- ¿A qué nos referimos con resolver una ecuación diferencial?
- Problema de Valores Iniciales
- Teorema de Existencia y Unicidad
- Solución Singular
- Solución en Forma Implícita
- Resumen

Resumen

En esta primera lección, hemos trabajado con:

- Terminología asociada al concepto de *Ecuación Diferencial Ordinaria*, $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$ con $y = f(x)$.

Resumen

En esta primera lección, hemos trabajado con:

- Terminología asociada al concepto de *Ecuación Diferencial Ordinaria*, $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$ con $y = f(x)$.
- Solución en forma *implícita* y *explícita* de una EDO.

Resumen

En esta primera lección, hemos trabajado con:

- Terminología asociada al concepto de *Ecuación Diferencial Ordinaria*, $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$ con $y = f(x)$.
- Solución en forma *implícita* y *explícita* de una EDO.
- Solución *general*, solución *particular* y solución *singular* de una EDO.

Resumen

En esta primera lección, hemos trabajado con:

- Terminología asociada al concepto de *Ecuación Diferencial Ordinaria*, $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$ con $y = f(x)$.
- Solución en forma *implícita* y *explícita* de una EDO.
- Solución *general*, solución *particular* y solución *singular* de una EDO.
- Teorema de *Existencia* y *Unicidad* para EDOs de primer orden.

Resumen

En esta primera lección, hemos trabajado con:

- Terminología asociada al concepto de *Ecuación Diferencial Ordinaria*, $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$ con $y = f(x)$.
- Solución en forma *implícita* y *explícita* de una EDO.
- Solución *general*, solución *particular* y solución *singular* de una EDO.
- Teorema de *Existencia* y *Unicidad* para EDOs de primer orden.
- Comportamiento de las soluciones de una EDO a través de *campos direccionales*.

Algunas Observaciones Importantes

- En general, no todas las ecuaciones diferenciales ordinarias poseen soluciones en términos de *funciones elementales*.

Algunas Observaciones Importantes

- En general, no todas las ecuaciones diferenciales ordinarias poseen soluciones en términos de *funciones elementales*.

- En este curso, nos enfocaremos en estudiar ciertas clases importantes de EDOs que pueden resolverse *analíticamente* y presentaremos sus *algoritmos de solución*.

Algunas Observaciones Importantes

- En general, no todas las ecuaciones diferenciales ordinarias poseen soluciones en términos de *funciones elementales*.

- En este curso, nos enfocaremos en estudiar ciertas clases importantes de EDOs que pueden resolverse *analíticamente* y presentaremos sus *algoritmos de solución*.

- Los *métodos numéricos* (a ser estudiados brevemente en la Parte 2 de este curso) se utilizan para atacar problemas como:

$$y' = e^{x^2} \quad \text{o} \quad x^2 + y^2 = y',$$

que no poseen solución en términos de funciones elementales.

Algunas Observaciones Importantes

- En general, no todas las ecuaciones diferenciales ordinarias poseen soluciones en términos de *funciones elementales*.

- En este curso, nos enfocaremos en estudiar ciertas clases importantes de EDOs que pueden resolverse *analíticamente* y presentaremos sus *algoritmos de solución*.

- Los *métodos numéricos* (a ser estudiados brevemente en la Parte 2 de este curso) se utilizan para atacar problemas como:

$$y' = e^{x^2} \quad \text{o} \quad x^2 + y^2 = y',$$

  que no poseen solución en términos de funciones elementales.

- La Transformada de Laplace es otra herramienta muy útil en la resolución de EDOs.

Referencias

[1] Tenenbaum, M. y H. Pollard: *Ordinary Differential Equations*.
Dover Publications, 1985.

[2] Zill, D. y W. Wright: *Ecuaciones Diferenciales con Problemas con Valores en la Frontera*.
Cengage Learning, 8a. edición, 2015.

Descargo de Responsabilidad

La información contenida en este descargable de formato PDF es un reflejo del material virtual presentado en la versión online del curso. Por lo tanto, su contenido, gráficos, links de consulta, acotaciones y comentarios son responsabilidad exclusiva de su(s) respectivo(s) autor(es) por lo que su contenido no compromete a edX ni a Universidad Galileo.

Edx y Universidad Galileo, no asumen ninguna responsabilidad por la actualidad, exactitud, oblicaciones de derechos de autor, integridad o calidad de los contenidos proporcionados y se aclara que la utilización de este descargable se encuentra limitada de manera expresa para los propósitos educacionales del curso.