



Universidad de  
**los Andes**



**FACULTAD  
DE INGENIERÍA  
Y CIENCIAS  
APLICADAS**

Métodos Computacionales en Obras Civiles 2019-20  
Profesores: José Antonio Abell y Álvaro Paul

# Proyecto 1

## Evolución Térmica en Hormigones Masivos

**Integrantes:**

Felipe Lorca  
John Sharman  
Francisca Sievers  
Catalina Solano

**Fecha de entrega:**

12 de agosto 2019

## Introducción

La hidratación del cemento es una reacción química exotérmica en la cual se libera calor. Esto puede afectar las propiedades posteriores del hormigón, por lo que a través de una simulación numérica en diferencias finitas, se puede intentar predecir el comportamiento de esta liberación de calor considerando distintas condiciones de borde, parámetros, términos de fuente calórica y discretización para predecir datos reales y usarlos para mejorar las predicciones modeladas.

Inicialmente se simularán 10 casos en 1-D variando condiciones de borde, parámetros, términos de fuente calórica y discretización, de los cuales se podrá visualizar la temperatura a lo largo de una barra unitaria. Posteriormente se extenderá a simulaciones en 2-D y 3-D.

## Análisis de casos

**1.- Parámetros de hierro:** El primer caso a analizar fue con hierro, este material tiene un coeficiente de conductividad térmica  $k = 79,5 \text{ W/m}^*\text{K}$ , un calor específico  $c = 450 \text{ J/kg}^*\text{K}$  y una densidad de  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ . Además, las condiciones de borde en las fronteras fueron: en la posición inicial  $u(0,t) = 0^\circ\text{C}$  y en la posición final  $u(L,t) = 20^\circ\text{C}$ . La discretización ( $n$ ) elegida fue de 100 intervalos, para una unidad de largo  $L = 1$  y la función de Gauss fue usada para interpretar la inyección de calor en el momento inicial que posteriormente se va difuminando hasta convertirse en una recta que une la condiciones de bordes anteriormente mencionadas. Para llegar a este punto demoró aproximadamente  $t = 20\,000 \text{ s}$  (ver Figura 1).

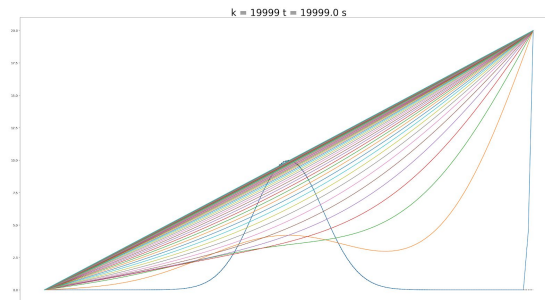


Figura 1: Hierro

**2.- Parámetros de hormigón:** Para este caso se observó el comportamiento del hormigón ante la difusión de calor. Se mantuvieron las mismas condiciones de borde y discretización que en el primer caso. Los parámetros de este material son: conductividad térmica  $k = 1,63 \text{ W/m}^*\text{K}$ , un calor específico  $c = 880 \text{ J/kg}^*\text{K}$  y una densidad de  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ . Con los datos mencionados, la difusión del calor necesitó aproximadamente  $t = 500\,000 \text{ s}$  para llegar a la recta esperada (ver Figura 2).

Esto hace sentido, ya que al tener menos densidad que el hierro hay más espacios de aire, también el calor específico es más alto, lo que significa que se necesita más energía para aumentar la temperatura, y por último, la conductividad térmica es pequeña, por lo que tiene una capacidad reducida para conducir el calor. Todo lo mencionado anteriormente dificulta el paso del calor y explica el aumento en el tiempo necesario para que llegue a graficar una recta.

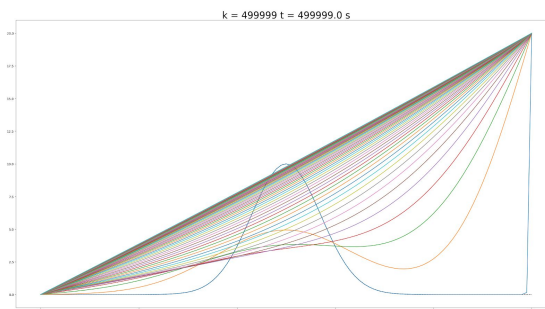


Figura 2: Hormigón

**3.- Parámetros de acero inoxidable:** El tercer caso corresponde al acero inoxidable, que tiene una constante de conductividad térmica  $k = 16,3 \text{ W/m}^{\circ}\text{K}$ , un calor específico  $c = 510 \text{ J/kg}^{\circ}\text{K}$  y una densidad de  $\rho = 7980 \text{ kg/m}^3$ . El resto de los datos ingresados son los mismos del primer caso. El cambio es una menor conductividad térmica y un menor calor específico en relación al hierro, lo que produce también una demora en la difusión del calor, de tal forma que tiene una demora de  $t = 100\,000 \text{ s}$  (ver figura 3) para llegar a una recta que una las condiciones de borde.

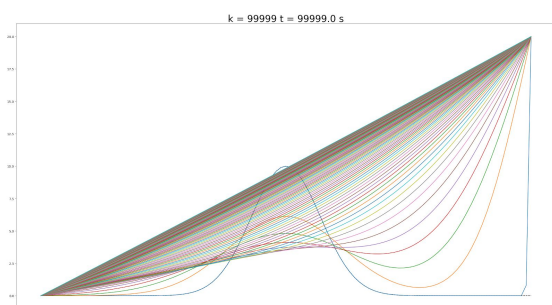


Figura 3: Acero inoxidable

**4.- Fuente de calor constante en un extremo:** En esta prueba, se recreó una situación donde inicialmente la barra de hierro se encontraba con una exposición térmica en medio de ésta, distribuida de forma gaussiana. Además, se simuló un baño térmico en uno de sus extremos de  $20^{\circ}\text{C}$  relativos por sobre la temperatura base de la barra dejando así el otro extremo libre, vale decir, sin intercambio de calor con su entorno.

Las calorías que ingresan por el extremo fijo (baño térmico) viajan a través de la barra hacia el otro extremo aumentando gradualmente su temperatura, hasta que toda la barra alcanza la misma temperatura homogeneizando también la carga inicial de calor (ver figura 4).

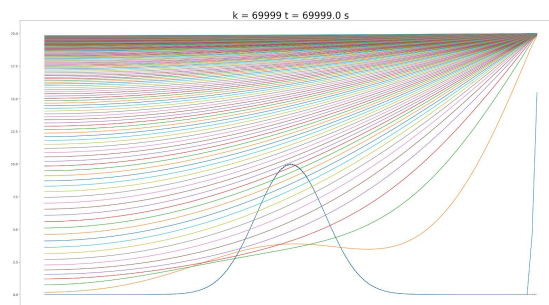


Figura 4: Extremo libre

**5.- Exposición centrada inicial, sin baño térmico:** Equivalente a la simulación anterior, se buscó simular el efecto de una carga de temperatura a la que fue expuesta inicialmente la barra de hierro distribuida de forma gaussiana. En este caso, ambos extremos están térmicamente aislados, vale decir, sin intercambio de calor con el entorno, por lo que se puede observar como la temperatura se dispersa por la barra y termina distribuyendo de forma homogénea sobre todo su largo.

En este caso, las calorías de la carga calórica inicial se dispersan a lo largo de todo el objeto disminuyendo la temperatura de los puntos con más calorías y repartiendolos hacia los puntos con menor carga (ver figura 5).

Dado que no hay intercambio de calor con el ambiente, el área bajo la campana de Gauss inicial, (representando las calorías en cada punto de la barra), es equivalente al área bajo cada una de las curvas posteriores en los diferentes tiempos.

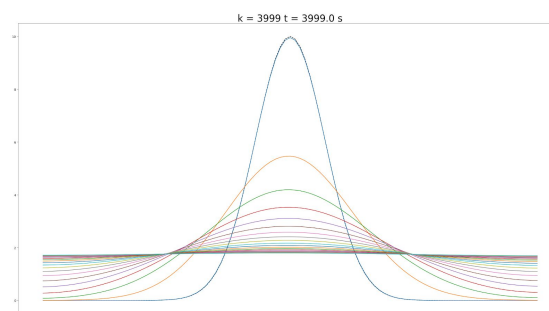


Figura 5: Dos extremos libres

**6.- Baños térmicos diferenciados:** En este caso se analizó cómo se debería comportar una barra de hierro con una condición inicial de temperatura distribuida de forma gaussiana simulando una aplicación previa de calor en el centro de esta, y tras liberarla, se aplicaron baños térmicos con  $20^{\circ}\text{C}$  de diferencia en ambos extremos, atando estos a un valor, para así poder ver la forma en que el calor se distribuye a lo largo de ésta.

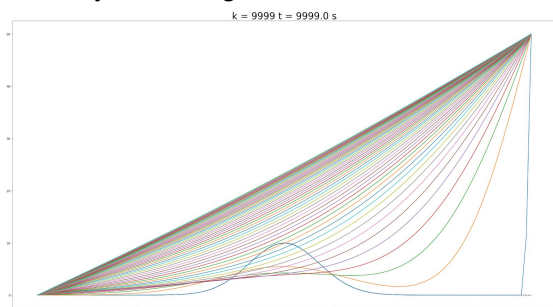


Figura 6: Baños térmicos diferenciados

**7.- Fuente de calor constante:** En el séptimo caso se utilizó hierro para la modelación, además, se utilizaron las mismas condiciones de borde y discretización que para el quinto caso. Con esto se le aplicó una fuente calórica constante durante los primeros 10 segundos en el tercio central del largo unitario. Se pudo apreciar que la temperatura aumentó en forma constante en el centro y luego se distribuyó de forma simétrica a los dos extremos hasta lograr una temperatura uniforme. Esto demoró tiempo total de  $t = 4500 \text{ s}$  (ver figura 7).

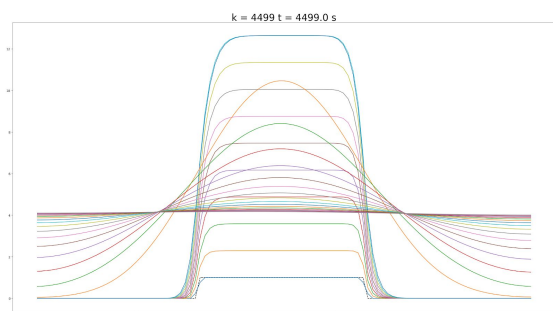


Figura 7: Calor constante

**8.- Fuente de calor variable:** En el octavo caso se utilizó hierro para la modelación, además, se utilizaron las mismas condiciones de borde y discretización que para el quinto caso. Con esto se le aplicó una fuente calórica variable durante los primeros 10 segundos en el tercio central del largo unitario. Se pudo apreciar que la temperatura aumentó de forma variable el centro y luego se distribuyó de forma simétrica a los dos extremos hasta lograr una temperatura uniforme. Esto demoró tiempo total de  $t = 3500 \text{ s}$  (ver figura 8).

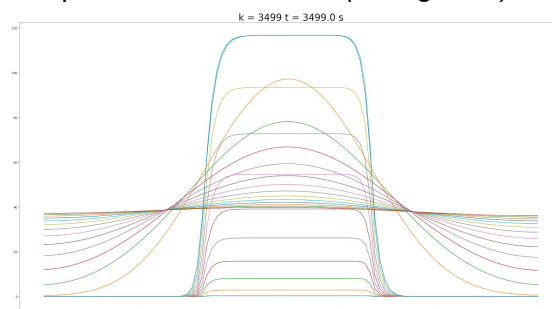


Figura 8: Calor variable

**9.- Discretización baja:** Para este caso se utilizaron los mismos valores que en el octavo caso pero se cambió el valor para discretizar, usando un valor mucho menor que en el anterior (de  $n = 100$  a  $n = 5$ ). Esto con el objetivo de demostrar que usar un valor muy bajo, da resultados muy toscos y de poca precisión (ver figura 9).

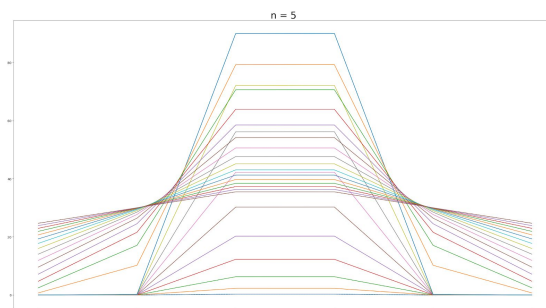


Figura 9: Discretización baja

**10.- Discretización alta:** Para este caso se utilizaron los mismos datos del octavo caso pero a diferencia del noveno caso,

se utilizó un valor más alto para discretizar ( $n = 200$ ) con el cual se podría esperar una mayor precisión en los datos, pero este termina alterando la simulación esperada de forma negativa. Esto ocurre debido al fenómeno de pérdida de significancia. Los valores posteriores a cierto punto, son tan pequeños que sus decimales son truncados y genera un “error” que genera una especie de “ruedo” en comparación con la Figura 8.

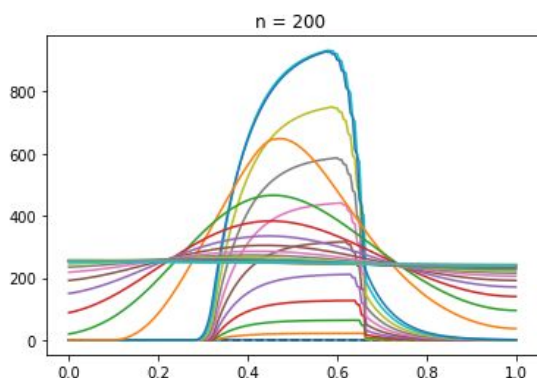


Figura 10: Discretización alta

se tomó una fuente de calor constante y otra que varía con el tiempo.

Por último, al cambiar la discretización manejamos los intervalos espaciales para que el gráfico se vea lo suficientemente continuo para que no se evalúen puntos de sobra, lo que hace menos óptimo el desarrollo.

## Conclusión

A partir de todos los casos descritos anteriormente, se obtuvo un amplio conocimiento de la simulación de difusión de calor en una dimensión.

Al cambiar los parámetros de los materiales se puede hacer que tome más o menos tiempo para que llegue a una relación lineal entre las fronteras.

En los casos de condiciones de borde ( $u(0,t)$ ;  $u(L,t)$ ), se determina las circunstancias a las que está expuesta la barra. Estas pueden ser definidas por las temperaturas de las fronteras o libres, al estar aisladas, de tal forma que varíen con la misma difusión del calor.

Las fuentes calóricas ( $q(t,x)$ ) influyen en el tiempo y lugar en que se aplica el calor, estas pueden insertar o extraer calor según una función deseada. En este caso