Hidden Markov Models - Uma Breve Introdução

José Roberto S. de Moura

Coordenador do Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da GAVB

Agenda

Motivação

Alguns Exemplos de Uso

Applied Soft Computing
Volume 60, November 2017, Pages 229-240

Multivariate time series anomaly detection: A framework of Hidden Markov Models

Jinbo Li [a], Witold Pedrycz [a, b, c], Iqbal Jamal [d]

Energy Economics
Volume 32, Issue 6, November 2010, Pages 1507-1519

Forecasting oil price trends using wavelets and hidden Markov models

Edmundo G. de Souza e Silva [a], Luiz F.L. Legey [a], Edmundo A. de Souza e Silva [b]

April 2017, 13(2): 757-773. doi: 10.3934/jimo.2016045

Hidden Markov models with threshold effects and their applications to oil price forecasting

Dong-Mei Zhu [1], Wai-Ki Ching [2], Robert J. Elliott [3,4], Tak-Kuen Siu [5] and Lianmin Zhang [6]

Hidden Markov Models for failure diagnostic and prognostic

Publisher: IEEE
Cite This PDF

D. A. Tobon-Mejia ; K. Medjaher ; N. Zerhouni ; G. Tripot All Authors

Open Access Article

Clustering Multivariate Time Series Using Hidden Markov Models

by Shima Ghassempour [1,2,*], Federico Girosi [2] and Anthony Maeder [1,2]
[1] School of Computing, Engineering and Mathematics, University of Western Sydney, Campbelltown, NSW 2751 , Australia
[2] Centre for Health Research, University of Western Sydney, Campbelltown, NSW 2751 , Australia
[*] Author to whom correspondence should be addressed.

Int. J. Environ. Res. Public Health **2014**, *11*(3), 2741-2763; https://doi.org/10.3390/ijerph110302741

Hidden Markov Models for the Prediction of Impending Faults

Publisher: IEEE
Cite This PDF

Abdenour Soualhi ; Guy Clerc ; Hubert Razik ; Mohamed El badaoui ; François Guillet All Authors

Modelos de Markov

Modelos de Markov

Os **Modelos de Markov** são **processos estocásticos** nos quais o **estado da variável aleatória no próximo instante de tempo** depende apenas da saída da variável no instante atual.

O Princípio de Markov

Princípio de Markov

Um **processos estocástico** $S = \{R_1, R_2, \ldots, R_n\}$, de estados $\{R_i\}_{i=1}^{n}$, será um processo de Markov se respeitar

$$Pr(R_{n+1} \,|\, R_1, \ldots, R_n) = Pr(R_{n+1}|R_n),$$

também chamada de **propriedade de Markov**.

Isso significa que o estado em que estaremos no próximo instante de tempo, depende apenas do estado atual.

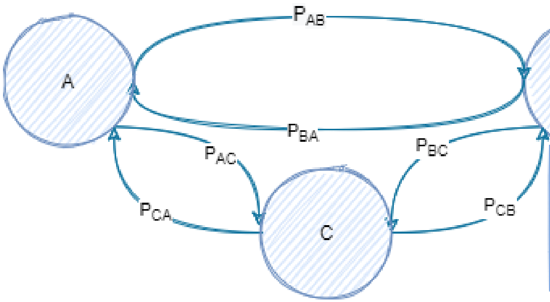
Cadeias de Markov

O **Modelo de Markov** mais simple que nós temos são as **Cadeias de Markov**: pocessos de Markov com **tempo discreto**.

Dado um **conjunto de observáveis** $(x_1 \ldots x_n)$, que obedeçam o **princípio de Markov**, então a **distribuição de probabilidades conjunta** para N observações fica

$$Pr(x_1 \ldots x_N) = Pr(\mathrm{x}_1) \prod_{n=2}^{N} Pr(\mathrm{x}_n \,|\, \mathrm{x}_{n-1})$$

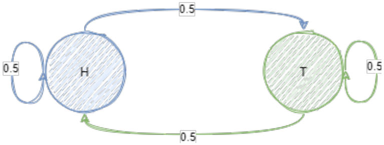
Representação Gráfica



	A	B	C
A	0	P_{AB}	P_{AC}
B	P_{BA}	0	P_{BC}
C	P_{CA}	P_{CB}	0

Exemplo01: Moedas Justas

Vamos considerar o lançamento de uma moeda justa, o que significa que temos dois estados possíveis Head (H) e Tail (T). Como a moeda é justa, podemos transitar entre um estado e outro com uma probabilidade de 0.5, assim como se manter no atual.

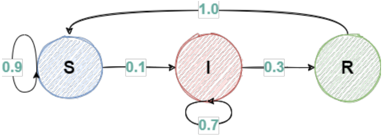


Matriz de Transição:

$$A = \begin{bmatrix} P_{HH} & P_{HT} \\ P_{TH} & P_{TT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Exemplo 02: Modelo Epidemiológico

O modelo SIR (Sucetível - Infectado - Recupeado), é um dos modelos epidemiológicos mais simples que temos. Neste exemplo vamos considerar que não existe imunização, ou seja, após a pessoa se recuperar da doença, ela volta para o estado de sucetível. O modelo está exemplificado no diagrama abaixo.



Matriz de Transição:

$$A = \begin{bmatrix} P_{SS} & P_{SI} & P_{SR} \\ P_{IS} & P_{II} & P_{IR} \\ P_{RS} & P_{RI} & P_{RR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.7 & 0.3 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

Implementação

Ir para a Implementação

Hidden Markov Models

MC de Ordem Suprior e Análise do Número de Parâmetros

MC de 2^a: MC onde o próximo estado depende tanto do atual, quanto do anterior

$$Pr(x_1 \dots x_n) = Pr(x_1)Pr(x_2|x_1)\prod_{n=3}^{N} Pr(x_n|x_{n-1}, x_{n-2}).$$

Nesse caso, temos que a d.p. conjunta de X_n, dados X_{n-1} e X_{n-2}, é independente de todas as demais observações.

Se tivermos que as observações são **variáveis discretas**, tendo K estados, então $Pr(X_n|X_{n-1})$ de uma MC de 1^a ordem, será especificada por um conjunto de $K-1$, para cada um dos K estados de X_{n-1}, o que nos dá um total de $K(K-1)$ **parâmtros**

MC de Ordem M

Extendendo para uma MC de ordem M e usando o mesmo raciocínio que o anterior, chegamos a um número de

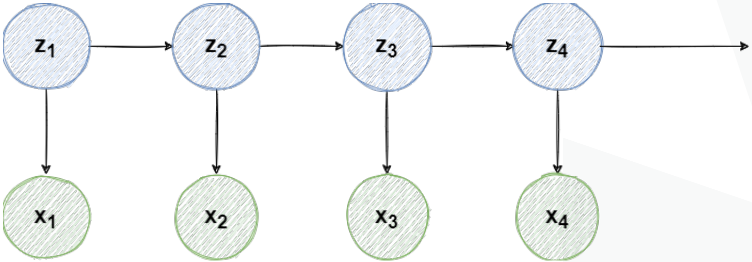
$$K^{M-1}(K-1)$$

parâmetros, ou seja, temos um **crescimento exponencial**.

Solução para M grande: Introdução de **variáveis latentes**.

Para cada observação x_n, associamos uma variável latente z.

Obs.: Quando as variáveis latentes formam uma MC de 1^a, elas formam uma classe de models chamada **modelos de espaço de estados**.



Exemplo: Jogo de Moedas Viciadas

Vamos considerar a situação em que temos duas moedas viciadas: M_1 e M_2.

- $P(M_1) = P(M_2) = 0.5$
- M_1: $P(H) = 0.7$ e $P(T) = 0.3$
- M_2: $P(H) = 0.2$ e $P(T) = 0.8$