

---

**Nom:** .....

---

La teoria de percolació estudia les propietats de connectivitat de sistemes discrets (reticles, xarxes, etc). El significat original del verb percolar és el de fer passar un fluid a través d'un medi porós, com l'aigua que passa a través del café molt. Aquests tipus de sistemes pateixen una transició de fase en funció del grau de porositat del medi. Per sota d'un cert llindar de porositat no existeixen camins per on el fluid pugui passar mentre que per sobre d'aquest llindar el fluid pot travessar el medi. Un model simplificat d'aquest fenomen consisteix en un reticle com el de la figura 1, on cada connexió existeix amb una probabilitat  $p$ . Si  $p = 0$  tots els camins estan bloquejats i el fluid no pot passar (porositat nul·la). Per  $p = 1$  tots els camins existeixen, es a dir, la porositat és màxima. A més a més, el sistema està sotmès a la força de la gravetat de manera que el fluid només es pot moure de dalt cap a baix. Diem que el sistema està percolant quan existeix un camí que connecta un node de la capa superior amb un de la capa inferior.

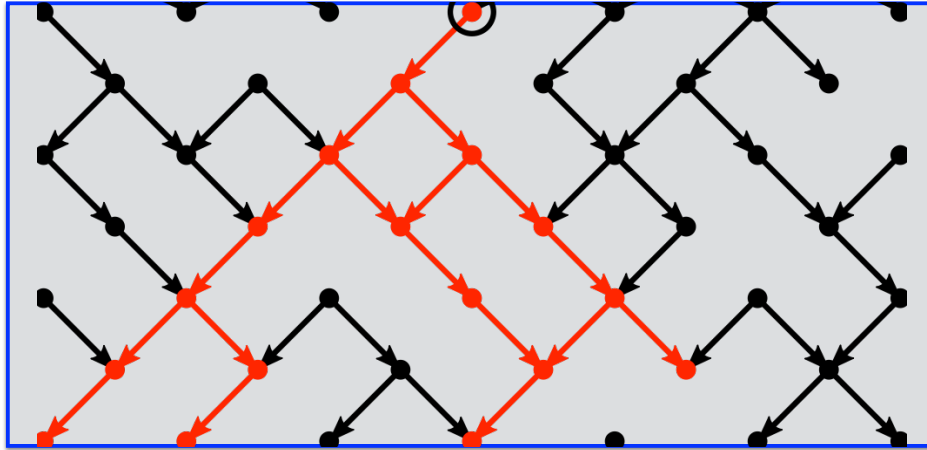
Per tal de simplificar el problema, eliminem els camins que es creuen, de manera que els modelem com arbres perfectes amb un factor de ramificació 2, tal i com s'indica a la figura 2. En aquest cas, la condició de percolació es pot traduir en el fet de que el procés de ramificació es mantingui viu al menys durant  $L$  generacions, on  $L$  és el gruix del percolador.

1. **(5 punt)** Escriu un programa anomenat “percolacio1.f” que generi un procés de ramificació començant amb un únic node on cada un dels fills d'un node existeixen amb probabilitat  $p$ . Feu que el procés s'aturi si arriba a un nombre prefixat  $L$  de generacions o bé si una generació no té descendència. Genera una realització amb  $p = 0.3$  i  $p = 0.6$  ( $L = 10$  en tots dos casos). Escriu al fitxer “percolacio1.dat” el nombre de nodes en cada generació.
2. **(3 punts)** Escriu un programa anomenat “percolacio2.f” que per un valor fixat de  $p$  generi 10000 realitzacions del procés de l'apartat anterior i calculi la fracció  $g$  de realitzacions que aconsegueixen sobreviure  $L$  generacions. Calcula aquesta fracció pels valors de  $p$  i  $L$  de l'apartat anterior.
3. **(2 punts)** Escriu un programa anomenat “percolacio3.f” que posi el programa anterior dins un bucle que variï el valor de  $p$  entre 0 i 1 (en intervals de 0.05). Pinta en una gràfica la fracció de realitzacions percolades  $g$  en funció de  $p$  per valors de  $L = 8, 10, 12, 14$ . Compareu aquests resultats amb el valor teòric

$$g = \frac{2p - 1}{p^2} \quad ; \quad p \geq 0.5$$

---

Model original

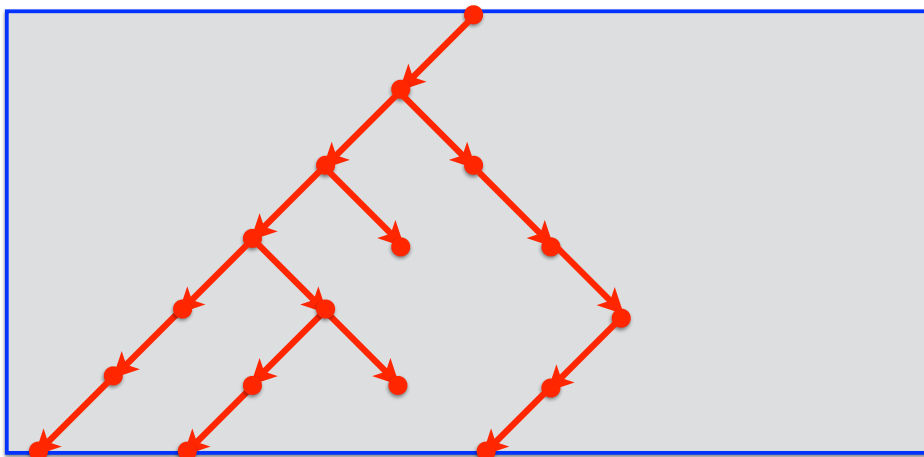


Gravetat



Figura 1: Esquema del model de percolador sotmès a un gradient gravitatori. Cada connexió existeix amb probabilitat  $p$ .

Model simplificat



Gravetat



Figura 2: Model simplificat. Noteu que hem transformat els camins en vermell en un arbre perfecte amb factor de ramificació 2.