

# Pràctica 7: Pèndol simple. 2018-2019

Objectius: Resolució de EDOs, Mètode d'Euler, predictor/corrector, convergència

— Nom del programa **P7-1819.f**.

Considera la dinàmica d'un pèndol simple de massa  $0.95 \text{ kg}$  i longitud  $\ell = 1.05 \text{ m}$ , que ve descrita per l'equació diferencial,

$$\ell \ddot{\phi} = -g \sin \phi \quad (0.10)$$

amb  $g = 1.66 \text{ ms}^{-2}$  (situat a la Lluna). Considera  $t \in (0, 6T_N)$ , amb  $T_N = 2\pi/\omega_N$  i  $\omega_N = \sqrt{g/\ell}$ . Programa mètodes d'Euler normal i el predictor/corrector senzill per calcular  $\phi(t)$  i  $\dot{\phi}(t)$ .

El predictor/corrector ve definit per l'algorisme,

$$\begin{aligned} \vec{y}_{n+1}^p &= \vec{y}_n + h\vec{f}(x_n, \vec{y}_n) \\ \vec{y}_{n+1} &= \vec{y}_n + (h/2)(\vec{f}(x_n, \vec{y}_n) + \vec{f}(x_{n+1}, \vec{y}_{n+1}^p)) \end{aligned} \quad (0.11)$$

- a) **Petites oscil·lacions.** Estudia la dinàmica del pèndol per a  $\phi(0) = 0.075 \text{ rad}$  amb  $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$ . Fes una figura **P7-1819-fig1.png** amb  $\phi(t)$  vs.  $t$ , comparant els dos mètodes amb la predicció obtinguda aproximant  $\sin \phi \simeq \phi$ . Fes servir **1400** passos de temps.
- b) **Oscil·lacions grans.** Estudia la dinàmica del pèndol per  $\phi(0) = \pi - 0.12 \text{ rad}$  amb  $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$ . Fes una figura **P7-1819-fig2.png** amb  $\phi(t)$  vs.  $t$ , comparant els resultats obtinguts amb els dos mètodes. Genera una figura **P7-1819-fig3.png** comparant les trajectòries a l'espai fàsic,  $(\phi, \dot{\phi})$ . Fes servir **1400** passos de temps.
- c) **Energia.** Calcula l'energia cinètica,  $K(t) = (1/2)m(\dot{\phi}(t))^2\ell^2$ , potencial  $V(t) = -mg\ell \cos(\phi(t))$  i total  $E_{\text{total}}(t) = K(t) + V(t)$  del pèndol (fes dues funcions, **EKIN**( $\phi, \dot{\phi}$ ) i **EPOT**( $\phi, \dot{\phi}$ )). Pel cas  $\phi(0) = \pi - 0.012 \text{ rad}$ , amb  $\dot{\phi}(0) = 0.1 \text{ rad/s}$  estudia l'evolució d' $K(t)$  i  $V(t)$ . Genera una figura **P7-1819-fig4.png** comparant l'evolució de l'energia cinètica i total amb el temps calculades amb els dos mètodes. Fes servir **1400** passos de temps.

Pels apartats d),e),extra) fes servir només el mètode predictor/corrector.

- d) **Transició.** Considera la dinàmica a partir de  $\phi(0) = 0$  amb  $\dot{\phi}(0) = 2\sqrt{g/\ell} \pm 0.08 \text{ rad/s}$ . Compara la dinàmica del dos casos i fes una figura mostrant les trajectòries a l'espai fàsic **P7-1819-fig5.png**. A què es correspon la transició observada? Fes servir **5000** passos de temps i un  $t \in (0, 12T_N)$ .
- e) **Convergència del mètode.** Per  $\phi(0) = 3.05 \text{ rad}$  i  $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$  i  $t \in [0, 10T_N]$  estudia l'evolució de l'energia total del sistema com a funció del temps fent servir **250, 500, 3300 i 45000** passos de temps. Genera una figura **P7-1819-fig6.png** amb la comparació.
- Extra) **Animació.** Treballa amb un nombre de passos adient. Genera una animació gif del moviment del pèndol en un cas d'oscil·lacions grans, mostrant  $\phi(t)$  i  $\dot{\phi}(t)$  i el moviment a l'espai fàsic, **P7-ani.gif**.

Entregable: **P7-1819.f**, **P7-1819-fig1.png**, **P7-1819-fig2.png**, **P7-1819-fig3.png**, **P7-1819-fig4.png**, **P7-1819-fig5.png**, **P7-1819-fig6.png**, **P7-1819-resf.dat**, scripts de gnuplot, **P7-ani.gif**