

Agendamiento de mina de SLS usando programación entera mixta

Programación en PuLP - Python

Autor:	Jorge Salvo Marín
Profesor:	Juan L. Yarmuch
Profesor Auxiliar:	Erick Sanhueza
Ayudantes:	Gabriel Ojeda Francisco Arévalo

Fecha de entrega: 25 de julio, 2021

Santiago, Chile

Índice de Contenidos

1. Introducción y Antecedentes	1
1.1. Objetivos	1
1.2. Antecedentes	1
2. Resultados	2
2.1. Carta Gantt	2
3. Análisis	3
3.1. Análisis de sensibilidad	3
3.1.1. Sensibilidad de capacidad metros horizontales	3
3.1.2. Sensibilidad de capacidad metros verticales	3
3.1.3. Sensibilidad de capacidad anual de la mina	4
3.1.4. Sensibilidad de la tasa de descuento	4
3.2. Análisis generales y conclusiones	4
4. Anexo	6
4.1. Precedencia	6
4.2. Actividades	6
4.3. Modelo de optimización	7
4.4. Carta Gantt - Análisis de sensibilidad	8

Índice de Figuras

1. Simplificación del diseño de actividades a optimizar.	1
2. Carta Gantt de la optimización.	2
3. Variación porcentual del VAN con una sensibilidad del 20 %.	5
4. Precedencias.	6
5. Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de M_h y a la derecha con un 120 % de M_h . . .	8
6. Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de M_r y a la derecha con un 120 % de M_r . . .	8
7. Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de M_c y a la derecha con un 120 % de M_c . . .	9
8. Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de la tasa de descuento y a la derecha con un 120 % de la tasa de descuento.	10

Índice de Tablas

1. Parámetros Mina.	1
2. Resultados de optimización con análisis de sensibilidad de M_h	3
3. Resultados de optimización con análisis de sensibilidad de M_r	3
4. Resultados de optimización con análisis de sensibilidad de M_c	4
5. Resultados con análisis de sensibilidad en la tasa de descuento.	4
6. Tonelajes y costos de las actividades.	6

1. Introducción y Antecedentes

1.1. Objetivos

El objetivo del presente reporte es definir la secuencia de extracción de caserones y desarrollos (horizontales y verticales) para una mina de SLS que maximice el flujo de caja descontados en el tiempo (VAN) mediante el uso de la librería *PuLP* de *Python*.

1.2. Antecedentes

Se define una simplificación del diseño de la mina SLS, con sus respectivas actividades (secciones de rampa, accesos y caserones) como se muestra en la Figura 1 y la precedencia de actividades en la Figura 4 del Anexo 4.1.

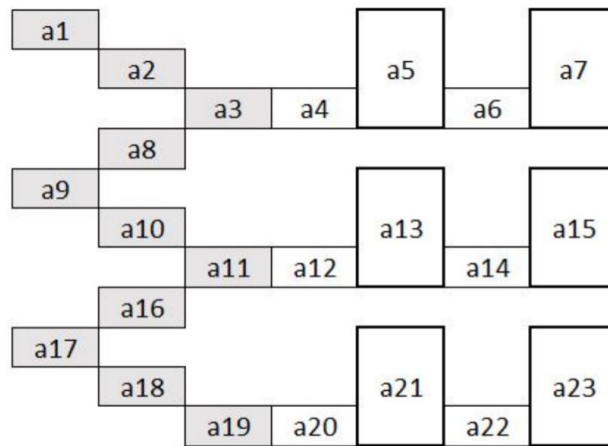


Figura 1: Simplificación del diseño de actividades a optimizar.

Cada actividad tiene asociado un costo de extracción y una cantidad de recursos a extraer, el detalle de ellos se muestran en la Tabla 6 del Anexo 4.2. En ellos, los recursos representan metros en caso de los desarrollos y tonelaje en el caso de los caserones. A continuación, en la Tabla 1, se muestran las capacidades que maneja la mina de SLS.

Tabla 1: Parámetros Mina.

Tipo de desarrollo		Capacidad
Desarrollo Vertical	M_r	900 [m/año]
Desarrollo Horizontal	M_h	900 [m/año]
Capacidad Mina	M_c	1500 [t/año]

El modelo de optimización usado para el problema se explica en el Anexo 4.3.

2. Resultados

Usando todas las restricciones enunciadas en la sección de Antecedentes y Anexo 4.3, se obtiene una secuencia de explotación según se muestra en la Carta Gantt de la Figura 2, con un valor en el tiempo neto igual a:

- $VAN = \$ 5,425.6$

Y con un tiempo total de extracción de la mina de:

- $LOM = 6$ años.

2.1. Carta Gantt

Para futuras referencias, la Carta Gantt indica los períodos en que se realiza cada actividad. En color rojo: desarrollos. En verde: caserones. Cuando un caserón aparezca como explotado en mas de un período significa que fue parcialmente extraído en cada uno y se señalará debidamente que fracción del caserón fue extraída en cada período.

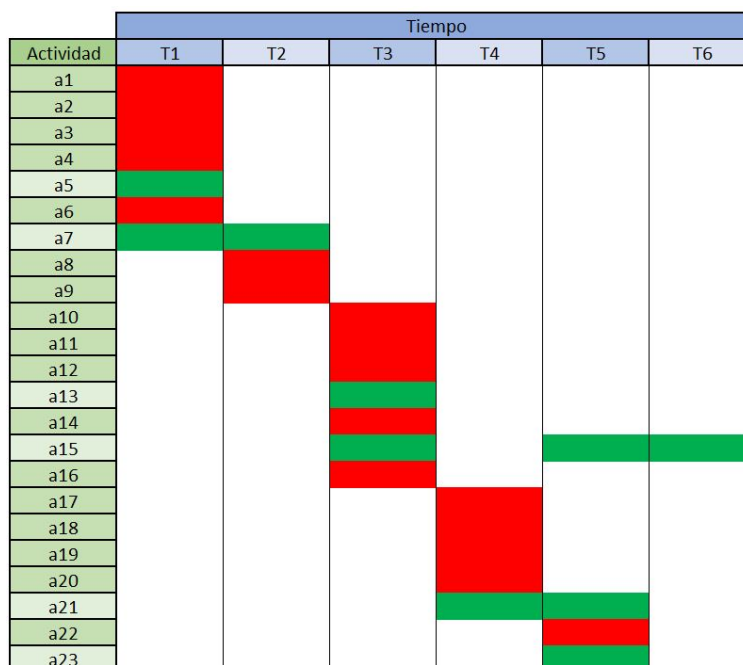


Figura 2: Carta Gantt de la optimización.

- **a7**: 0.42 en período 1 y 0.58 en período 2.
- **a15**: 0.5 en período 3, 0.125 en el período 5 y 0.375 en el período 6.
- **a21**: 0.75 en período 4 y 0.25 en período 5.

3. Análisis

3.1. Análisis de sensibilidad

Se realizan análisis de sensibilidad de un 20 % para la capacidad de la mina, capacidad de metros anuales horizontales, verticales y de la tasa de descuento, con el objetivo de conocer los parámetros que mas afectan en el tiempo de extracción total de la mina y el beneficio neto en el tiempo (VAN).

3.1.1. Sensibilidad de capacidad metros horizontales

Para este análisis se varía el parámetro M_h , correspondiente a la capacidad de metros anuales de desarrollo horizontal. La Carta Gantt de la Figura 5 del Anexo 4.4 muestra que con una capacidad del 120 % de M_h se logran extraer todos los caserones en el mismo tiempo que con los parámetros iniciales. Sin embargo con una capacidad del 80 % de M_h se extrae en 7 años y dejando al final los caserones a_{21} y a_{23} , distinto a la secuencia inicial, en donde el último caserón extraído era el a_{15} de menor beneficio.

Lo anterior repercute en el VAN, y en la Tabla 2 se muestra un resumen de estos resultados, donde se evidencia la disminución del beneficio al disminuir la capacidad.

Tabla 2: Resultados de optimización con análisis de sensibilidad de M_h .

Sensibilidad	VAN	LOM
20 % mayor	5,425.6	6 años
20 % menor	4,513.1	7 años

3.1.2. Sensibilidad de capacidad metros verticales

En este caso, se varía el parámetro M_r , correspondiente a la capacidad de metros anuales de desarrollo vertical, rampa.

Al igual que el análisis anterior, para una sensibilidad del 120 % de M_r la Carta Gantt (Figura 6 del Anexo 4.4) y el beneficio neto en el tiempo es el mismo que el inicial (Tabla 3), en cambio, para un 80 % de M_r se ve reducido, no sólo el tiempo total de extracción de la mina, sino también la cantidad de caserones extraídos, deja fuera los caserones a_{21} y a_{23} , siendo el primero el de mayor beneficio y, en consecuencia, el beneficio neto en el tiempo con esta sensibilidad es ampliamente menor.

Tabla 3: Resultados de optimización con análisis de sensibilidad de M_r .

Sensibilidad	VAN	LOM
20 % mayor	5,425.6	6 años
20 % menor	403.8	5 años

3.1.3. Sensibilidad de capacidad anual de la mina

En este caso, se varía el parámetro M_c , correspondiente a la capacidad de toneladas anuales extraídas, producción mina.

Lo que se observa en la Carta Gantt (Figura 7 del Anexo 4.4) es que este parámetro es mas sensible en cuanto al tiempo de extracción total, según se observa en la Tabla 4, para un 80 % de M_c se logra extraer la mina completa en un año más y obteniendo un beneficio un poco menor que originalmente. En contraparte, para un 120 % de M_c , se extrae en un año menos, pero logrando un beneficio un poco mayor.

Tabla 4: Resultados de optimización con análisis de sensibilidad de M_c .

Sensibilidad	VAN	LOM
20 % mayor	5,515.7	5 años
20 % menor	5,332.8	7 años

3.1.4. Sensibilidad de la tasa de descuento

La variación de la tasa de descuento en realidad no afecta la secuencia de extracción, como lo muestra la Carta Gantt de la Figura 8 del Anexo 4.4, dado que es un parámetro netamente económico. Afecta al beneficio en el tiempo según la Fórmula 1.

$$VAN = \sum_t \sum_a \frac{w_a x_{at}}{(\delta + 1)^t} \quad (1)$$

Con δ igual a la tasa de descuento, w_a los recursos por actividad y x_{at} el estado de la sección en un período. Los resultados están en la Tabla 5.

Tabla 5: Resultados con análisis de sensibilidad en la tasa de descuento.

Sensibilidad	VAN	LOM
20 % mayor	5,854.8	6 años
20 % menor	5,035.9	6 años

3.2. Análisis generales y conclusiones

A continuación, en la Figura 3, se muestra la variación porcentual de los beneficios en el tiempo aplicando una sensibilidad de un 20 % en cada parámetro, en el caso de las barras verdes cuando el parámetro es el 80 % del original, y en celeste cuando corresponde al 120 %.

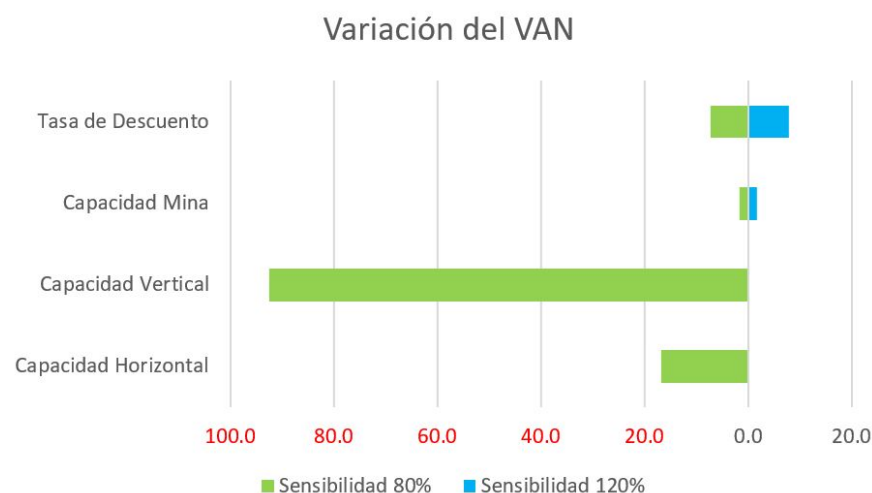


Figura 3: Variación porcentual del VAN con una sensibilidad del 20%.

Del gráfico anterior se destaca la pérdida de beneficio que se obtiene cuando disminuye la capacidad de avance vertical (rampa). Esto se explica porque para llegar al primer caserón se deben explotar 3 secciones de rampa (1 período justo), en cambio a los niveles mas bajos vendrían siendo 4, lo cual no se logra en un período, en consecuencia se tienen períodos de solo pérdidas y los caserones mas alejados no se incluyen en la secuencia.

Tanto en la sensibilidad de la capacidad horizontal como vertical, aumentando la magnitud de esta, no se ve un cambio en el beneficio dado que no se consigue extraer los caserones antes que en la agenda original. En el caso de la capacidad de la mina, la variación porcentual es baja y el mayor impacto está en el tiempo de extracción. Finalmente, la variación en la tasa de descuento al ser un parámetro económico tiene su influencia directa en el beneficio pero este varía bajo el 10 %.

Siempre los primeros caserones extraídos son el a_5 y a_7 en ese orden, es decir, el caserón más cercano que tenga un mayor beneficio, esta lógica se sigue para los siguientes niveles. Un claro ejemplo de esto es la explotación del caserón a_{15} , el cual no se alcanza a explotar completamente en el período 3 por las restricción de capacidad de la mina, luego, para el período 4 los desarrollos ya alcanzaron al caserón a_{21} , el cual presenta mayor beneficio y se explota primero, por restricción de capacidad el caserón a_{15} puede continuarse en el período 5 y 6, luego del a_{23} . La posibilidad de extraer caserones en 1, 2 o 3 fases dependerá exclusivamente de la capacidad de la mina, aumentar la capacidad de la mina (Figura 7) permite explotar los caserones en menos fases.

En cuanto al modelo usado para la optimización, existen inconsistencias, al considerar que actividades distintas se pueden realizar temporalmente traspuestas, al tiempo en que se está extrayendo una sección de la rampa para llegar al caserón, se está extrayendo el mismo caserón, por ejemplo, en el modelo se extrae de a_1 hasta a_7 en un solo período, lo cual es imposible, dado que en el primer período solo se podría hacer hasta a_3 (la parte de la rampa), el resto se estaría realizando simultáneamente. Por lo tanto, se puede mejorar el modelo añadiendo esta restricción entre actividades, añadiendo un set de precedencias estricta. Por último se puede hacer las secciones de rampa continuas, ya que entre períodos puede quedar a medias una parte de la rampa, as secciones discretas le quitan fidelidad al modelo.

4. Anexo

4.1. Precedencia

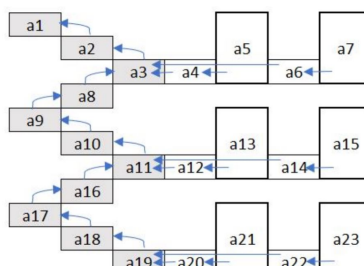


Figura 4: Precedencias.

4.2. Actividades

Tabla 6: Tonelajes y costos de las actividades.

Actividad	Tipo	Costo	Recursos
1	Rampa	-100	300
2	Rampa	-100	300
3	Rampa	-100	300
4	Acceso	-50	500
5	Caserón	600	1,00
6	Acceso	-50	300
7	Caserón	200	1,200
8	Rampa	-110	300
9	Rampa	-110	300
10	Rampa	-110	300
11	Rampa	-110	300
12	Acceso	-55	600
13	Caserón	400	700
14	Acceso	-55	200
15	Caserón	250	1,600
16	Rampa	-120	300
17	Rampa	-120	200
18	Rampa	-120	300
19	Rampa	-120	300
20	Acceso	-55	800
21	Caserón	8,000	2,000
22	Acceso	-120	100
23	Caserón	230	800

4.3. Modelo de optimización

El modelo de optimización considera los siguientes supuestos:

- El diseño del *layout* es dado e invariante en el tiempo.
- El material al interior de los caserones es conocido.
- Los parámetros económicos y las capacidades son conocidos e invariantes en el tiempo.
- Las actividades de desarrollo y extracción pueden modelarse con un conjunto de precedencias.
- Los desarrollos tienen que estar terminados antes de comenzar el minado de los caserones.
- Cada caserón es homogéneo en cuanto a leyes y densidades.
- La tasa de descuento es de 0.1.

El modelo matemático se escribe de la siguiente forma:

$$\max f(x) = \sum_{t \in T} \delta_t \sum_{a \in A} w_a x_{at} \quad (2)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

1. Precedencia de actividades:

$$x_{ut} \leq \sum_{T \leq t} x_{vt} \quad (3)$$

2. Restricción de capacidades:

$$\sum_{a \in A} f_a^i x_{at} \leq M_t^i \text{ con } t \in T, f^i \in F^i, i \in (r, h, c) \quad (4)$$

3. La actividad solo se puede realizar una vez en todo el horizonte temporal:

$$\sum_{t \in T} x_{at} \leq 1, \text{ con } a \in A \quad (5)$$

4. Variables:

$$(x_a \in 0, 1), \text{ para } a \in A - C \text{ y } (x_a \in [0, 1]) \text{ para } a \in C \quad (6)$$

4.4. Carta Gantt - Análisis de sensibilidad

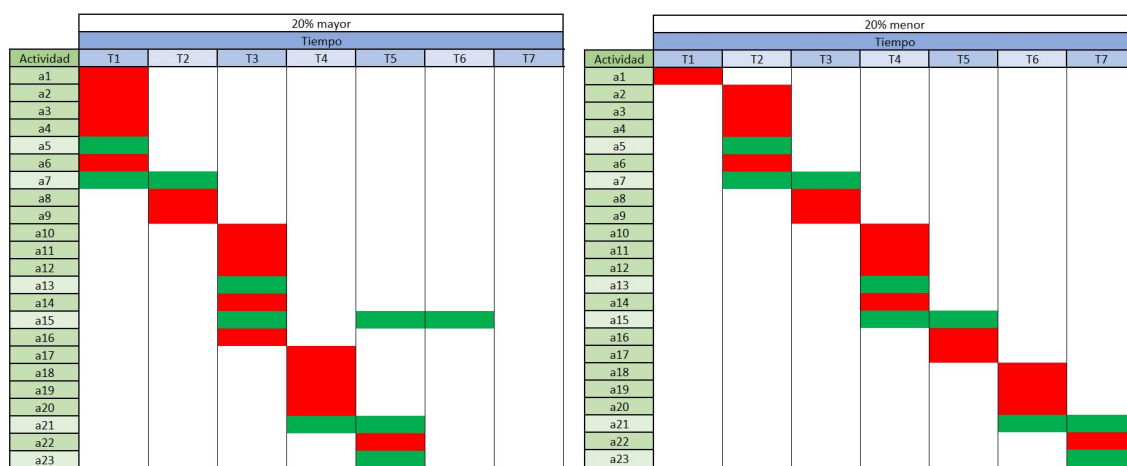


Figura 5: Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de M_h y a la derecha con un 120 % de M_h .

Para el 120 % de M_h :

- **a7**: 0.42 en período 1 y 0.58 en período 2.
- **a15**: 0.5 en período 3, 0.125 en el período 5 y 0.375 en el período 6.
- **a21**: 0.75 en período 4 y 0.25 en período 5.

Para el 80 % de M_h :

- **a7**: 0.42 en período 2 y 0.58 en período 3.
- **a15**: 0.5 en período 4 y 0.5 en el período 5.
- **a21**: 0.75 en período 6 y 0.25 en período 7.

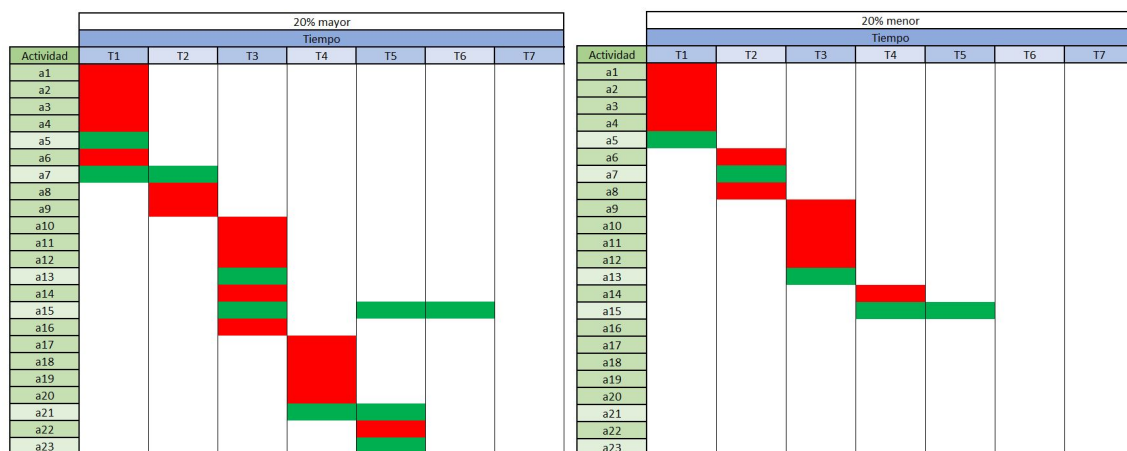


Figura 6: Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de M_r y a la derecha con un 120 % de M_r .

Para el 120 % de M_v :

- **a7**: 0.42 en período 1 y 0.58 en período 2.
- **a15**: 0.5 en período 3, 0.125 en el período 5 y 0.375 en el período 6.
- **a21**: 0.75 en período 4 y 0.25 en período 5.

Para el 80 % de M_v :

- **a15**: 0.94 en período 4 y 0.06 en el período 5.

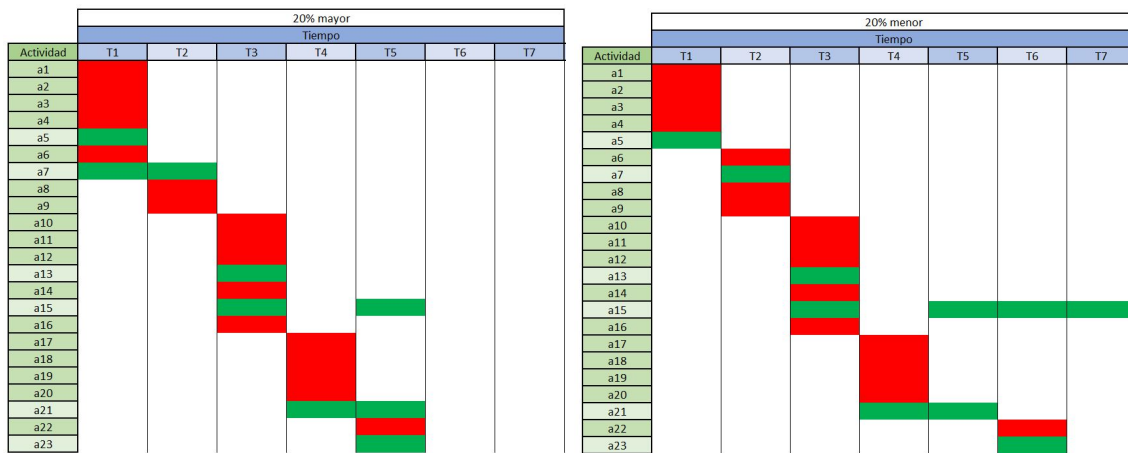


Figura 7: Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de M_c y a la derecha con un 120 % de M_c .

Para el 120 % de M_c :

- **a7**: 0.67 en período 1 y 0.33 en período 2.
- **a15**: 0.6875 en período 3 y 0.3125 en el período 5.
- **a21**: 0.9 en período 4 y 0.1 en período 5.

Para el 80 % de M_c :

- **a15**: 0.3125 en período 3, 0.25 en el período 5, 0.25 en el período 6 y 0.1875 en el período 7.
- **a21**: 0.6 en período 4 y 0.4 en período 5.

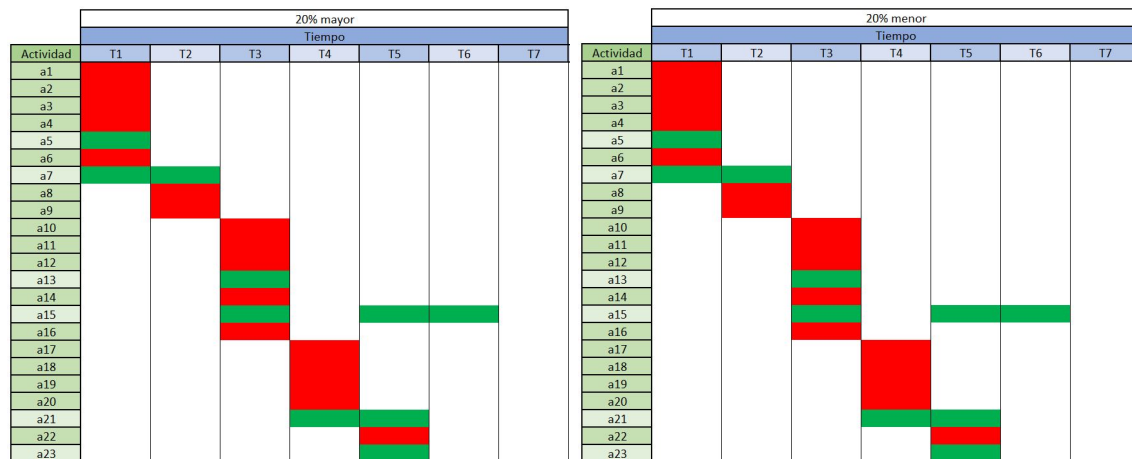


Figura 8: Carta Gantt: A la izquierda con un 80 % de la tasa de descuento y a la derecha con un 120 % de la tasa de descuento.

Para el 120 % de δ :

- **a7**: 0.42 en período 1 y 0.58 en período 2.
- **a15**: 0.5 en período 3, 0.125 en el período 5 y 0.375 en el período 6.
- **a21**: 0.75 en período 4 y 0.25 en período 5.

Para el 80 % de δ :

- **a7**: 0.42 en período 1 y 0.58 en período 2.
- **a15**: 0.5 en período 3, 0.125 en el período 5 y 0.375 en el período 6.
- **a21**: 0.75 en período 4 y 0.25 en período 5.