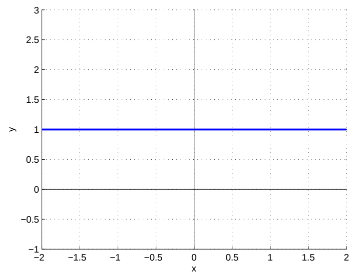
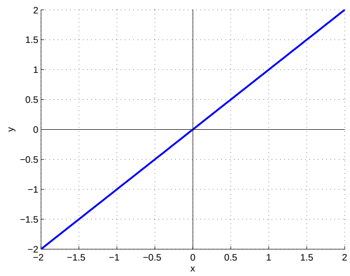
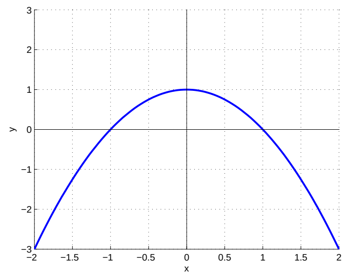
Práctica 2 -Primitivas - Integrales indefinidas-

1. Hallar una primitiva f para cada función g. Dar los dominios de f y g.

   (a) $g(x) = -2$ (b) $g(x) = -2x^2 + \dfrac{1}{2}x + x^{\frac{-2}{3}}$ (c) $g(x) = -5x + 3\sqrt{x} - 2$

   (d) $g(x) = \sqrt{x}\,(2x + \sqrt{x})$ (e) $g(x) = \operatorname{sen}(x) - 3\cos(x) + e^x$ (f) $g(x) = \left(x^2 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$

2. Los siguientes gráficos corresponden a la derivada de una función. Para cada una de ellas, dibujar dos funciones que tengan la derivada indicada.

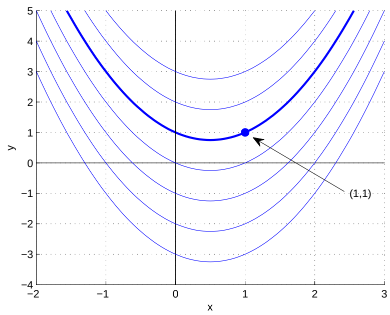
3. Resolver los siguientes PVI, hallando una función y que cumpla:

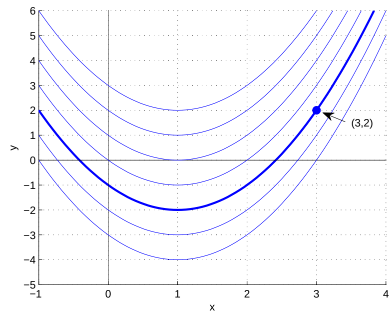
   (a) $\begin{cases} y'(x) = 3x \\ y(0) = 7 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y'(x) = x^3 \\ y(1) = -5 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} y'(\theta) = -\cos(\theta) \\ y(\pi/2) = 3 \end{cases}$

4. Indicar qué ecuación corresponde a cada familia de curvas y determinar la función solución para el punto indicado.

   (a) $\dfrac{dy}{dx} = 2(x-1)$

   (b) $\dfrac{dy}{dx} = 2x - 1$





5. Plantear y resolver los PVI para cada uno de los siguientes problemas. *Recordar que si la posición de un móvil en el instante t está determinada por la función $x(t)$, la velocidad y la aceleración instantáneas resultan $v(t) = x'(t)$ y $a(t) = x''(t)$ respectivamente.*

   (a) La velocidad de un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial $v_0 = 12\text{m/seg}^2$, se expresa por la fórmula $v(t) = 12 - 10t$ donde t es el tiempo transcurrido en segundos. Si fue lanzado desde el suelo, a qué distancia de la posición inicial se encontrará este cuerpo a los t segundos de haber sido lanzado?

(b) Un móvil se desplaza por un camino. Se sabe que la velocidad en el instante t viene dada por $v(t) = t(t-100)$km/h. Si en el instante inicial $t = 0$ el móvil se encuentra a 30 km del punto de medición, cuál es la posición $s(t)$ para $0 \leq t \leq 100$?

(c) Un cohete está en reposo en el instante $t = 0$. Mediante mediciones en el interior del cohete se comprueba que experimenta una aceleración $a(t) = \sqrt{t}+1$ para todo $t \geq 0$, donde el tiempo se mide en segundos y la aceleración en m/seg^2. Qué velocidad tiene en el instante $t = 64$ seg? A qué distancia está del punto de partida en ese instante?

6. (Ley de enfriamiento de Newton)

Por la ley de enfriamiento de Newton se sabe que el ritmo o velocidad de cambio de la temperatura es proporcional a su diferencia con la temperatura ambiente. Si y denota la temperatura (en °C) de un objeto en un habitación cuya temperatura se mantiene constante a 16°C y la temperatura un objeto baja de 38°C a 32°C en 10 minutos, cuánto tiempo se requerirá para bajar a 27°C la temperatura de ese objeto?

7. Calcular mediante el método de integración por partes.

(a) $\int x \cos(x)\, dx$ (b) $\int x^2 \operatorname{sen}(x)\, dx$ (c) $\int s^2\, e^s\, ds$

(d) $\int \ln(x)\, dx$ (e) $\int (x-1)\ln(x)\, dx$ (f) $\int \frac{\ln(3x)}{x^2}\, dx$

8. Calcular mediante el método de sustitución.

(a) $\int 5\cos(5s)\, ds$ (b) $\int t \operatorname{sen}(5t^2)\, dt$ (c) $\int \frac{x}{x^2+1}\, dx$

(d) $\int \frac{1}{2x-3}\, dx$ (e) $\int x^{-1} \ln(x)\, dx$ (f) $\int \operatorname{sen}(\alpha)\cos^{-2}(\alpha)\, d\alpha$

(g) $\int_0^1 \mathrm{e}^{-4x}\, dx$ (h) $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln(t))}{t}\, dt$ (i) $\int (t+1)(t^2+2t+5)^{-2/3}\, dt$

(j) $\int \frac{1}{2+2x+x^2}\, dx$ (k) $\int \frac{\mathrm{e}^{x}}{\sqrt{1-\mathrm{e}^{2x}}}\, dx$ (l) $\int \operatorname{tg}(x)\, dx$

9. Calcular mediante el método de fracciones simples.

(a) $\int 4(x-2)^{-1}(x-1)^{-1}\, dx$ (b) $\int \frac{3x-2}{(x+2)(x+3)}\, dx$ (c) $\int \frac{2x+2}{x^2-4}\, dx$

(d) $\int \frac{x}{(x-2)^2(x+3)}\, dx$ (e) $\int \frac{x^3-2x}{x^2-1}\, dx$ (f) $\int (x^2-1)^{-2}\, dx$

(g) $\int \frac{7x-6}{3x^3+6x^2+3x}\, dx$ (h) $\int \frac{x^2+3x}{(x+2)^3}\, dx$ (i) $\int \frac{2}{x(x^2+1)}\, dx$

10. Calcular las siguientes integrales utilizando los métodos adecuados.

(a) $\int \frac{\cos(\ln(t))}{t}\,dt$

(b) $\int x^{-1}\ln^2(x)\,dx$

(c) $\int \ln(\sqrt{s+1})\,ds$

(d) $\int x^2(x+9)^{-1/2}\,dx$

(e) $\int \frac{t^3}{t^2+1}\,dt$

(f) $\int \frac{3x+1}{5x^2+4x+2}\,dx$

(g) $\int \frac{x}{(x^2+1)^3}\,dx$

(h) $\int \mathrm{sen}\,(\ln(\theta))\,d\theta$

(i) $\int -3\,\mathrm{sen}\,(2x)\cos(2x)\,dx$

(j) $\int \mathrm{e}^{\sqrt{t+3}}\,dt$

(k) $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x}\,dx$

(l) $\int x\sqrt{x+1}\,dx$

(m) $\int \frac{\mathrm{sen}\,(x)}{\sqrt{4+5\cos(x)}}\,dx$

(n) $\int \ln(\cos(\theta))\tan(\theta)\,d\theta$

(o) $\int \frac{\mathrm{e}^{x}}{1+\mathrm{e}^{2x}}\,dx$

(p) $\int \frac{x^3+2}{x^2(x-1)}\,dx$

(q) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1}\,dx$

(r) $\int \frac{3\mathrm{e}^{2x}}{2+5\mathrm{e}^{2x}+2\mathrm{e}^{4x}}\,dx$

(s) $\int (x+3)^2x^{3/4}\,dx$

(t) $\int \mathrm{e}^{3x}\,dx$

(u) $\int \frac{8x^2-14x+13}{8x^2-16x+10}\,dx$

(v) $\int \frac{\ln(\alpha)\mathrm{sen}\,(\ln(\alpha))}{\alpha}\,d\alpha$

(w) $\int \frac{\mathrm{e}^{x}+3\mathrm{e}^{2x}}{1+\mathrm{e}^{2x}}\,dx$

(x) $\int (x^3+x)\cos(x^2+1)\,dx$

(y) $\int \ln(\mathrm{sen}\,(\alpha))\,\mathrm{sen}^2(\alpha)\cos(\alpha)\,d\alpha$

11. Ejercicios adicionales. Utilizar el método que considere más conveniente para resolver las siguientes integrales:

(a) $\int \mathrm{e}^{2x}\cos(3x)\,dx$

(b) $\int (1+5x^2)^{-1}\,dx$

(c) $\int x^2\mathrm{e}^{x^3}\,dx$

(d) $\int \frac{x+3}{x^2(x-2)}\,dx$

(e) $\int \frac{2x+3}{8x^2-16x+10}\,dx$

(f) $\int \frac{2}{x^2+4x+7}\,dx$

(g) $\int \frac{(1+\ln(x))^2}{x}\,dx$

(h) $\int x\ln(\sqrt{x+5})\,dx$

(i) $\int \cos(\sqrt{2t+3})\,dt$

(j) $\int \frac{1}{\cos(x)(1-\cos^{-2}(x))}\,dx$

(k) $\int \alpha^{-1/2}\sqrt{3+\sqrt{\alpha}}\,d\alpha$

(l) $\int x(x^2-1)^4\ln(x-1)dx$