

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

PROPUESTA DE MONOGRAFÍA

**Estudio computacional de los tiempos de retorno de un
agujero negro supermasivo que experimenta un retroceso
en presencia de potenciales triaxiales**

Autor:

Juan BARBOSA

Director:

Jaime FORERO, Ph.D.

Propuesta de monografía para optar por el título de Físico

Departamento de Física

12 de noviembre de 2018

1. Introducción

La Teoría de la Relatividad General de Albert Einstein fue publicada en 1915, de ella surgen predicciones como las ondas gravitacionales, los lentes gravitacionales, y la dilatación del tiempo. El término “ondas gravitacionales” fue introducido por primera vez en una publicación de Henri Poincaré de 1905, en la que propuso la primera ecuación para un campo gravitacional invariante ante transformaciones de Lorentz [1, 2]. Actualmente se entiende por ondas gravitacionales a las variaciones periódicas de la geometría del espacio-tiempo, y tienen su origen en que la energía y densidad de momento de un campo gravitacional actúan a su vez como fuentes de gravedad [3]. A pesar de que han pasado más de 100 años desde la publicación de la teoría, aun hoy existen vacíos en el entendimiento y las implicaciones de las ecuaciones de Einstein. Lo anterior se debe, en parte, a la dificultad de resolver las ecuaciones para situaciones físicas de interés. Por ejemplo, las ondas gravitacionales sólo se pueden resolver analíticamente para campos débiles usando una forma lineal de estas ecuaciones. Sin embargo, a nivel experimental sólo es posible detectar ondas gravitacionales provenientes de cuerpos altamente masivos, como sistemas binarios de agujeros negros, los cuales sólo presentan campos fuertes. En 2016 se detectó una onda gravitacional por primera vez en la historia de la humanidad, y dicho descubrimiento fue reconocido por la comunidad científica en 2017 con el Premio Nobel de Física [4].

En particular para sistemas binarios (dos cuerpos orbitando en torno a su centro de masa), existe un fenómeno conocido como *recoil* o *kick*. Esto se debe a que al considerar la Relatividad General, el movimiento de los cuerpos genera ondas que llevan momento y energía, y que altera las trayectorias antes predichas por la Gravitación Universal, en donde la solución a las ecuaciones de movimiento son trayectorias elípticas en concordancia con las leyes de Kepler [3-5]. Esto ocasiona que poco a poco la órbita decaiga y los dos objetos se fusionen en un único cuerpo. En el momento en que tiene lugar la fusión, la amplitud de la onda aumenta considerablemente. Esto implica que existirá un movimiento del nuevo cuerpo en la dirección opuesta a la propagación de la onda, dada por la conservación de momento lineal. Es a este movimiento al que se le conoce con el nombre de retroceso o patada (*recoil* o *kick*) [5] y fue descrito por Bonnor y Rotenberg en 1966 [6].

La fusión de dos agujeros negros de un sistema binario da lugar a uno nuevo, siendo este uno de los mecanismos por el cual se generan agujeros negros supermasivos. Este tipo de agujeros negros se ha encontrado en casi todas las galaxias, y se caracterizan por tener masas entre $10^4 M_{\odot}$ a $10^{10} M_{\odot}$ (M_{\odot} , masas solares). Además se ha encontrado que su masa se correlaciona con propiedades de la galaxia entre las que se encuentran la velocidad de dispersión, luminosidad y la masa del bulbo galáctico. Incluso se ha llegado a pensar que dichas correlaciones evidencian un proceso de coevolución de los agujeros negros y sus galaxias. Entre los efectos de los retrocesos sobre los agujeros negros, se encuentra que limitan la formación de estos a masas inferiores a $10^{10} M_{\odot}$ [7].

Cuando un agujero negro experimenta un *kick* sobre él actúan la fuerza de gravedad, la fricción dinámica, la acreción y la aceleración cosmológica. La fricción dinámica se debe a la interacción de un cuerpo en movimiento con el espacio no vacío circundante, el cual genera arrastre sobre este disminuyendo su velocidad. Por otro lado, dado el campo gravitacional del agujero negro pequeños cuerpos que se encuentren en su trayectoria serán incorporados aumentando la masa del mismo, lo cual ocasiona una disminución en la velocidad por conservación del momento. Finalmente, la aceleración cosmológica se debe a la expansión del universo y tiene un valor constante para un determinado *redshift* (z) [7].

El efecto de estos sobre la trayectoria del *kick* ha sido previamente estudiada por Choksi y colaboradores [7]. Encontrando que variaciones en el valor de la aceleración cosmológica tienen poco efecto sobre las simulaciones. Para la acreción determinaron que el aumento de esta disminuye el tiempo que le toma al agujero negro volver a su posición inicial, siendo su efecto más relevante para agujeros negros de masas pequeñas. Con respecto a la fricción dinámica optaron por una descripción híbrida entre los modelos propuestos por Ostriker y Escala, logrando tener en cuenta tanto el rango subsónico como el rango altamente supersónico del arrastre [8, 9]. Finalmente, en su estudio consideraron un potencial esféricamente simétrico para el halo de la galaxia, reuniendo las contribuciones de materia oscura y materia visible en el mismo potencial [7].

En este trabajo se busca analizar el efecto de distintos potenciales triaxiales para velocidades iniciales diferentes del agujero negro. Lo anterior es de particular importancia porque con estos potenciales el momento angular no siempre es conservado, las trayectorias no son cerradas y el espacio de fase es caótico. Esto último significa que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales dan lugar a resultados finales completamente distintos. Además, dichos potenciales se observan en galaxias elípticas que rotan lentamente [10, 11]. El componente caótico representa un desafío para los métodos de integración de la ecuación de movimiento, puesto que un error numérico no es distinto a un cambio en una condición inicial. Por esta razón se busca realizar cada simulación usando integradores numéricos distintos, disponibles en la librería de Python REBOUND [12].

2. Objetivo general

Estudiar el efecto de distintos potenciales triaxiales, velocidades iniciales (\vec{v}_0) e integradores numéricos sobre los tiempos requeridos por un agujero negro supermasivo para volver a su posición inicial (t_{r_0}) luego de experimentar un retroceso, así como cuantificar la caoticidad de su trayectoria.

3. Objetivos específicos

- Obtener distribuciones de probabilidad para los t_{r_0} de cada uno de los parámetros libres del potencial triaxial, la magnitud y dirección de \vec{v}_0 .
- Cuantificar la caoticidad de la trayectoria usando exponentes de Lyapunov.
- Evaluar el desempeño de los integradores numéricos usando la información de las simulaciones.

4. Metodología

El paso inicial consiste en generar un cuerpo con $10^8 M_\odot$ usando la librería REBOUND, el cual tendrá la siguiente ecuación de movimiento:

$$\ddot{\vec{x}} = \left(-\frac{GM_h(x)}{x^2} + a_{DF} - \ddot{x} \frac{\dot{M}_\bullet}{M_\bullet} - qH^2x \right) \hat{x} \quad (1)$$

donde M_h corresponde con la masa del halo de la galaxia, a_{DF} con la aceleración debida a la fricción dinámica, la cual se modela usando la fórmula de Chandrasekhar para la materia oscura y el modelo híbrido descrito por Choksi para la materia visible [7]. El tercer término tiene en cuenta la acreción de masa por el agujero negro, y el último la aceleración cosmológica.

Dicha ecuación será integrada usando un esquema *Leapfrog*, el cual se encuentra implementado en la librería REBOUND. Usando como condiciones iniciales $\vec{x} = (0, 0, 0)$ km y $\dot{\vec{x}} = (70, 0, 0)$ kms⁻¹, e intervalos de integración temporales de 1000 años, se busca reproducir los comportamientos observados por Choksi y colaboradores, para comprobar que el algoritmo implementado funcione de manera adecuada.

Posteriormente serán introducidas las modificaciones al potencial cambiando $M_h(x)$ por $M_h(x, y, z)$, donde los pesos de cada dimensión serán determinados de manera aleatoria para cada simulación. Al mismo tiempo se asignarán velocidades iniciales aleatorias, logarítmicamente espaciadas en el rango de 0 kms⁻¹ hasta 3000 kms⁻¹, sin ninguna dirección preferente. Para cada sistema generado se realizará la evolución en el tiempo usando integradores numéricos distintos. El tiempo aproximado de cada simulación se encuentra en el orden de 100^6 años, por lo cual serán necesarias cerca de cien mil interacciones por cada conjunto de parámetros escogidos.

Las simulaciones serán realizadas en el cluster de la universidad (HPC) con el fin de paralelizar procesos, de forma que haciendo uso de sus recursos se minimice el tiempo de simulación y de esta forma lograr la mayor cantidad de simulaciones posibles, con el fin de obtener una cantidad significativa de datos de validación. A partir de estos, se obtendrán las distribuciones de probabilidad de los tiempos de retorno, y la cuantificación de la caoticidad de la trayectoria.

5. Consideraciones éticas

Se manejará un repositorio de uso privado a través de Github en donde se encontrarán los códigos implementados en cada parte del proceso, junto con los resultados obtenidos, de forma que se asegure la reproducibilidad del modelo hallado, al mismo tiempo que se permita el seguimiento del uso de recursos. Además al mantener la información abierta se asegura que no se están utilizando resultados obtenidos por otros investigadores de forma directa.

6. Cronograma

TABLA 1: Cronograma de actividades

Actividades	Semana															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Tarea 1	x															
Tarea 2	x	x														
Tarea 3		x	x	x												
Tarea 4					x	x										
Tarea 5							x	x								
Tarea 6									x	x	x					
Tarea 7												x	x	x	x	x

- **Tarea 1:** Instalación de la librería REBOUND en el cluster.
- **Tarea 2:** Realización de tutoriales y ejemplos básicos de REBOUND para entender su funcionamiento.
- **Tarea 3:** Implementación de una simulación con los parámetros estudiados por Choksi [7].
- **Tarea 4:** Implementación de una simulación con un potencial triaxial.
- **Tarea 5:** Optimizar el tamaño del paso en el esquema de integración *WHFast* y *IAS15*.
- **Tarea 6:** Implementación de un algoritmo automatizado para barrer el espacio de parámetros de velocidades iniciales y parámetros del potencial triaxial, para los integradores *Leapfrog*, *WHFast* y *IAS15*.
- **Tarea 7:** Análisis de resultados y escritura de la monografía.

Referencias

- (1) Straumann, N., *General relativity*; Springer Science & Business Media: 2012.
- (2) Bassan, M. *Astrophysics and Space Science Library* **2014**, 404, 275-290.
- (3) Hoynig, P. *Relativistic Astrophysics and Cosmology: A Primer* **2006**, 133-154.
- (4) Brügmann, B. *Science* **2018**, 361, 366-371.
- (5) Hughes, S. A.; Favata, M. y Holz, D. E. en *Growing Black Holes: Accretion in a Cosmological Context*; Springer: 2005, págs. 333-339.
- (6) Bonnor, W. y Rotenberg, M. *Proc. R. Soc. Lond. A* **1966**, 289, 247-274.
- (7) Choksi, N.; Behroozi, P.; Volonteri, M.; Schneider, R.; Ma, C.-P.; Silk, J. y Moster, B. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **2017**, 472, 1526-1537.
- (8) Ostriker, E. C. *The Astrophysical Journal* **1999**, 513, 252.
- (9) Escala, A.; Larson, R. B.; Coppi, P. S. y Mardones, D. *The Astrophysical Journal* **2005**, 630, 152.
- (10) Buote, D. A.; Jeltema, T. E.; Canizares, C. R. y Garmire, G. P. *The Astrophysical Journal* **2002**, 577, 183.
- (11) Binney, J *Comments on Astrophysics* **1978**, 8, 27-36.
- (12) Larson, J. y Sarid, G. en *Lunar and Planetary Science Conference*, 2017; vol. 48.