Dinámica de galaxias, una simulación con $N \log N$ iteraciones.
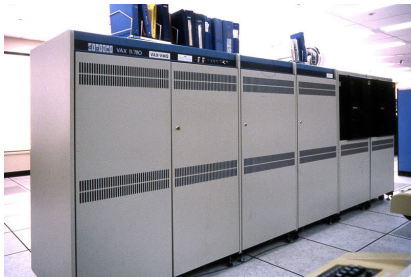
Juan Barbosa

Josh Barnes

Piet Hut

VAX 11/780

VAX 11/780

- Simulación con 4096 cuerpos.

VAX 11/780

- ▶ Simulación con 4096 cuerpos.
- ▶ Tiempo: 10 horas de CPU.

El algoritmo propuesto por Barnes y Hut consta de dos pasos fundamentales, la división recursiva del espacio y la forma como se calcula la fuerza sobre un cuerpo.
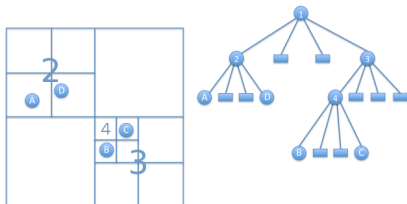
El algoritmo propuesto por Barnes y Hut consta de dos pasos fundamentales, la división recursiva del espacio y la forma como se calcula la fuerza sobre un cuerpo.

1. División jerárquica del espacio.

El algoritmo propuesto por Barnes y Hut consta de dos pasos fundamentales, la división recursiva del espacio y la forma como se calcula la fuerza sobre un cuerpo.

1. División jerárquica del espacio.

Árbol dos dimensional.

El algoritmo propuesto por Barnes y Hut consta de dos pasos fundamentales, la división recursiva del espacio y la forma como se calcula la fuerza sobre un cuerpo.
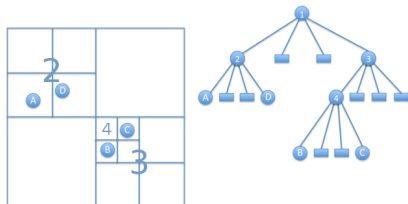
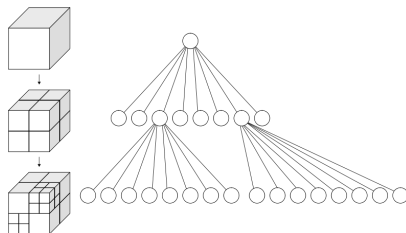1. División jerárquica del espacio.

Árbol dos dimensional.

Árbol tridimensional.

2. Fuerza sobre un cuerpo.

El número de iteraciones se reduce al considerar centros de masa y distancias.

2. Fuerza sobre un cuerpo.

El número de iteraciones se reduce al considerar centros de masa y distancias.

▶ Cada caja tiene una longitud específica

2. Fuerza sobre un cuerpo.

El número de iteraciones se reduce al considerar centros de masa y distancias.

- ▶ Cada caja tiene una longitud específica
- ▶ Un centro de masa
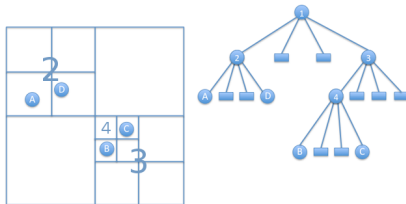
2. Fuerza sobre un cuerpo.

El número de iteraciones se reduce al considerar centros de masa y distancias.

- ► Cada caja tiene una longitud específica
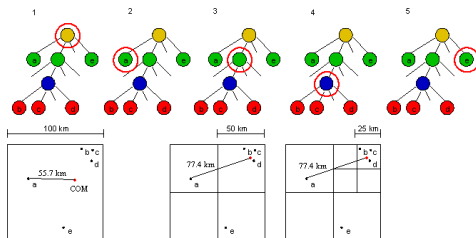- ► Un centro de masa
- ► Y la masa contenida

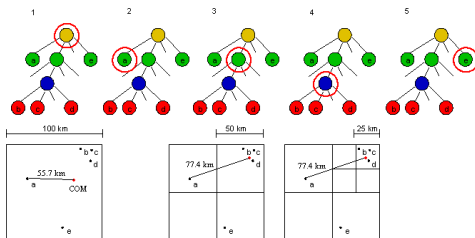2. Fuerza sobre un cuerpo.

El número de iteraciones se reduce al considerar centros de masa y distancias.

► Cada caja tiene una longitud específica

► Un centro de masa

► Y la masa contenida

▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0{,}5$$

1. Nodo principal

▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0{,}5$$

1. Nodo principal

$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55{,}7} \approx 1{,}8 > \theta$$
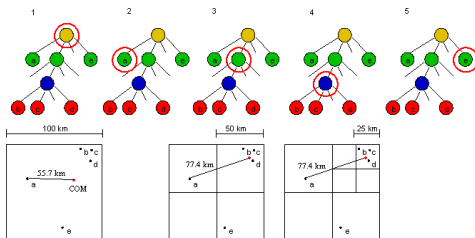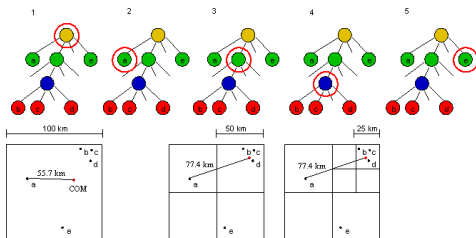
▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0{,}5$$

Funcionamiento

1. Nodo principal
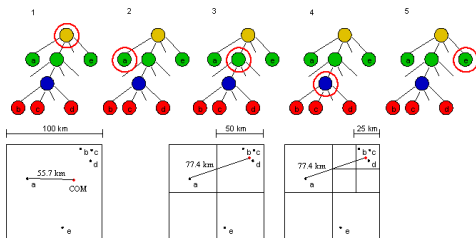
$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55{,}7} \approx 1{,}8 > \theta$$

2. Primer nodo

▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0{,}5$$

1. Nodo principal

$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55{,}7} \approx 1{,}8 > \theta$$
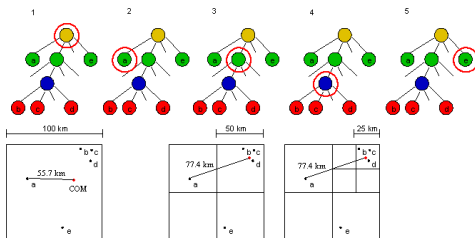
2. Primer nodo
3. Segundo nodo

▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0{,}5$$

Funcionamiento

Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0{,}5$$

1. Nodo principal

$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55{,}7} \approx 1{,}8 > \theta$$

2. Primer nodo
3. Segundo nodo

$$\frac{s}{d} = \frac{50}{77{,}4} \approx 0{,}6 > \theta$$

1. Nodo principal

$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55{,}7} \approx 1{,}8 > \theta$$

2. Primer nodo
3. Segundo nodo

$$\frac{s}{d} = \frac{50}{77{,}4} \approx 0{,}6 > \theta$$

4. Segundo nodo

▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0{,}5$$

FUNCIONAMIENTO

- ▶ Se define un coeficiente de precisión.
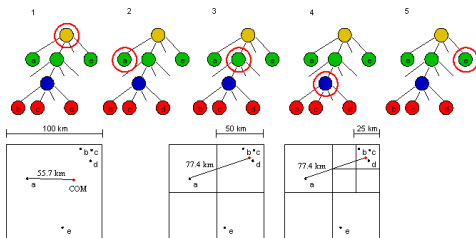
$$\theta = 0{,}5$$

1. Nodo principal

$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55{,}7} \approx 1{,}8 > \theta$$

2. Primer nodo

3. Segundo nodo

$$\frac{s}{d} = \frac{50}{77{,}4} \approx 0{,}6 > \theta$$

4. Segundo nodo

$$\boxed{\frac{s}{d} = \frac{25}{77{,}4} \approx 0{,}3 < \theta}$$

▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0,5$$

1. Nodo principal
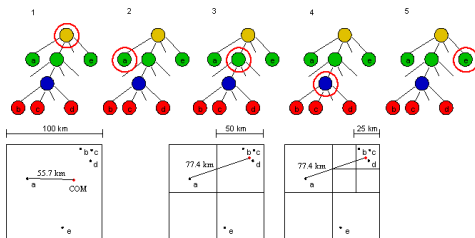
$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55,7} \approx 1,8 > \theta$$

2. Primer nodo

3. Segundo nodo

$$\frac{s}{d} = \frac{50}{77,4} \approx 0,6 > \theta$$

4. Segundo nodo

$$\boxed{\frac{s}{d} = \frac{25}{77,4} \approx 0,3 < \theta}$$

5. Cuarto nodo

▶ Se define un coeficiente de precisión.

$$\theta = 0.5$$

1. Nodo principal

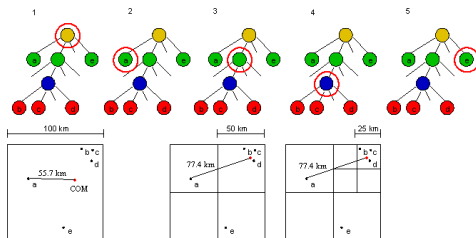$$\frac{s}{d} = \frac{100}{55.7} \approx 1.8 > \theta$$
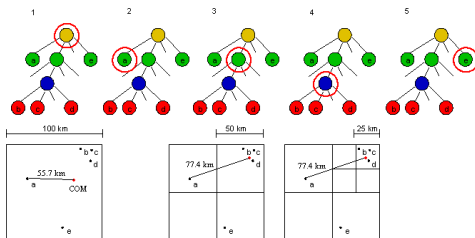
2. Primer nodo

3. Segundo nodo

$$\frac{s}{d} = \frac{50}{77.4} \approx 0.6 > \theta$$

4. Segundo nodo

$$\frac{s}{d} = \frac{25}{77.4} \approx 0.3 < \theta$$

5. Cuarto nodo

Nodo externo, contribuye

La construcción del arbol se realiza para cada instante de tiempo.

Observación

La construcción del arbol se realiza para cada instante de tiempo.

Todas las cajas

La construcción del arbol se realiza para cada instante de tiempo.

Cajas con una partícula

1. Descripción del sistema.

1. Descripción del sistema.
2. Condiciones iniciales.

1. Descripción del sistema.
2. Condiciones iniciales.
3. Solución de las ecuaciones.

1. Descripción del sistema.
2. Condiciones iniciales.
3. Solución de las ecuaciones.
4. Visualización.

Usando la ley de gravitación universal:

$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i = -\sum_{j \neq i}^{N} G \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_{ij}|^3}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \tag{1}$$

Usando la ley de gravitación universal:

$$\vec{F_i} = m_i \vec{a_i} = - \sum_{j \neq i}^{N} G \frac{m_i m_j}{|\vec{r_{ij}}|^3} (\vec{r_i} - \vec{r_j}) \tag{1}$$

es posible obtener las ecuaciones que describen la dinámica del sistema.

Usando la ley de gravitación universal:

$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i = -\sum_{j \neq i}^{N} G \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_{ij}|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \tag{1}$$

es posible obtener las ecuaciones que describen la dinámica del sistema.

$$\ddot{\vec{r}}_i = -\sum_{j \neq i}^{N} G \frac{m_j}{|\vec{r}_{ij}|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \tag{2}$$

Suponiendo órbitas circulares y teniendo en cuenta la masa encerrada en las órbitas de menor tamaño:

$$v \approx \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \tag{3}$$

En coordenadas polares:

$$\begin{aligned} x = r\cos(\theta) &\longrightarrow \dot{x} = -r\sin(\theta) = -y \\ y = r\sin(\theta) &\longrightarrow \dot{y} = r\cos(\theta) = x \end{aligned} \tag{4}$$