Configuraciones especiales y filtros activos

Juan Barbosa - 201325901

October 21, 2016

1 Derivador

Para una capacitancia, se define la impedancia como $Z_c = 1/j\omega c$. Teniendo en cuenta que existe realimentación negativa, la corriente por la capacitancia es la misma que pasa sobre la resistencia.

$$\frac{V_{in} - V_N}{Z_c} = \frac{V_N - V_{out}}{R} \tag{1}$$

como $V_N = V_P = 0$

$$V_{out} = -\frac{R}{Z_c} V_{in} = -j\omega RC V_{in} = -RC\frac{dV_{in}}{dt} \tag{2}$$

2 Integrador

De forma análoga, la corriente sobre la resistencia es la misma que atraviesa la capacitancia.

$$\frac{V_{in} - V_N}{R} = \frac{V_N - V_{out}}{Z_c} \tag{3}$$

dado que $V_N = V_P = 0$

$$V_{out} = -\frac{Z_c}{R} V_{in} = -\frac{1}{j\omega RC} V_{in} = -\frac{1}{RC}\int V_{in} dt \tag{4}$$

3 Filtro con amplificación

Teniendo en cuenta que C_1 y R_1 están en serie:

$$Z_{eq} = Z_{c1} + R_1 = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C} \tag{5}$$

A partir de los mismos argumentos anteriores,

$$\frac{V_{in} - V_N}{Z_{eq}} = \frac{V_N - V_{out}}{R_2}$$

$$V_{out} = -\frac{R_2}{Z_{eq}} V_{in} = -\frac{j\omega R_2 C}{1 + j\omega R_1 C} V_{in} \tag{6}$$

Lo cual se puede escribir en notación fasorial como:

$$V_{out} = \frac{C R_2 \omega}{\sqrt{C^2 R_1^2 \omega^2 + 1}} V_{in} \angle \arctan\left(\frac{1}{R_1 C \omega}\right) \tag{7}$$

La frecuencia de corte es entonces:

$$\omega_c = \frac{1}{R_1 C} \approx 1000 \text{ rad/s} \tag{8}$$

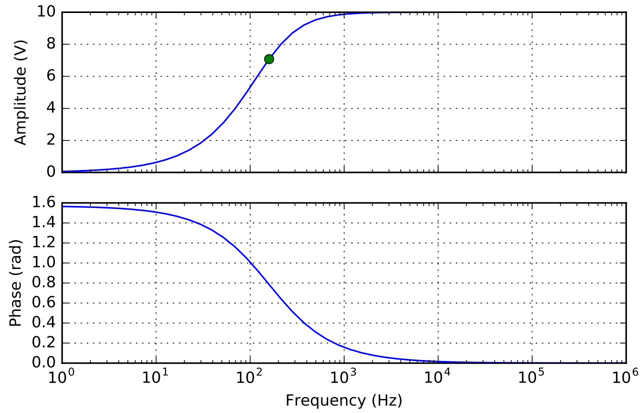


Figure 1: Amplitude and phase dependency with the frequency.

4 Filtro pasabanda

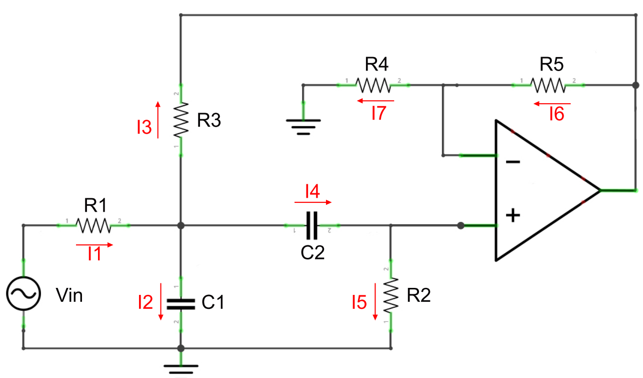


Figure 2: Currents in the circuit.

Las resistencias R4 y R5 forman un divisor de voltaje:

$$V_N = \frac{R_4}{R_4 + R_5} V_{out} = V_P \tag{9}$$

Sobre el nodo principal se tiene:

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \qquad I_4 = I_5 \tag{10}$$

Usando la relación entre las corrientes I4 e I5, y nombrando como V1 el potencial del nodo principal:

$$\frac{V_1 - V_P}{Z_{c2}} = \frac{V_P}{R_2}$$

$$V_1 = V_P \left(\frac{Z_{c2}}{R_2} + 1 \right) = \left(\frac{R_4}{R_4 + R_5} \right) \left(\frac{Z_{c2}}{R_2} + 1 \right) V_{out} \tag{11}$$

Reescribiendo la ecuación 10 en términos de potencial:

$$\frac{1}{R_1} (V_{in} - V_1) = \frac{V_1}{Z_{c1}} + \frac{1}{R_3} (V_1 - V_{out}) + \frac{1}{Z_{c2}} \left(V_1 - \frac{R_4 V_{out}}{R_4 + R_5} \right) \tag{12}$$

Despejando V_{out}:

$$V_{out} = \frac{R_2 R_3 Z_{c1}\left(R_4 + R_5\right)}{R_1 R_2 R_3 R_4 - R_1 R_2 R_5 Z_{c1} + R_1 R_3 R_4 Z_{c1} + R_1 R_3 R_4 Z_{c2} + R_1 R_4 Z_{c1} Z_{c2} + R_2 R_3 R_4 Z_{c1} + R_3 R_4 Z_{c1} Z_{c2}} V_{in}$$

Haciendo R1 = R2 = R3, y C1 = C2

$$\begin{aligned} V_{out} &= \frac{R_1^2 Z_{c1}\left(R_4 + R_5\right)}{R_1^3 R_4 + 2R_1^2 R_4 Z_{c1} + R_1^2 R_4 Z_{c2} - R_1^2 R_5 Z_{c1} + 2R_1 R_4 Z_{c1} Z_{c2}} V_{in} \\ &= -\frac{jC_1 R_1 \omega\left(R_4 + R_5\right)}{C_1^2 R_1^2 R_4 \omega^2 - jC_1 R_1 \omega\left(3.0R_4 - R_5\right) - 2R_4} V_{in} \end{aligned} \tag{13}$$

Usando notación fasorial:

$$V_{out} = \frac{C_1 R_1 \omega\left(R_4 + R_5\right) V_{in}}{\sqrt{C_1^2 R_1^2 \omega^2 \left(3R_4 - R_5\right)^2 + R_4^2 \left(C_1^2 R_1^2 \omega^2 - 2\right)^2}} \angle - \arctan\left(\frac{C_1^2 R_1^2 R_4 \omega^2 - 2R_4}{C_1 R_1 \omega\left(3R_4 - R_5\right)}\right) \tag{14}$$

La frecuencia de resonancia se determina derivando la amplitud respecto a ω e igualando a cero. De donde se obtiene:

$$\omega_r \approx \frac{1.5}{C_1 R_1} \approx 1500 \text{ rad/s}$$

La amplitud máxima es:

$$V_{max} = \frac{1.5\left(R_4 + R_5\right)}{4.5R_4 - 1.5R_5} V_{in} = 3 \text{ V}$$

Las frecuencias de corte corresponden con 1000 y 2000 rad/s.

$$\omega_1 = \frac{0.236}{C_1 R_1 R_4}\sqrt{-43R_4^2 + 58R_4 R_5 - 7R_5^2 - \left(553R_4^4 - 4988R_4^3 R_5 + 3966R_4^2 R_5^2 - 812R_4 R_5^3 + 49R_5^4\right)^{0.5}} = 1000 \text{ rad/s}$$

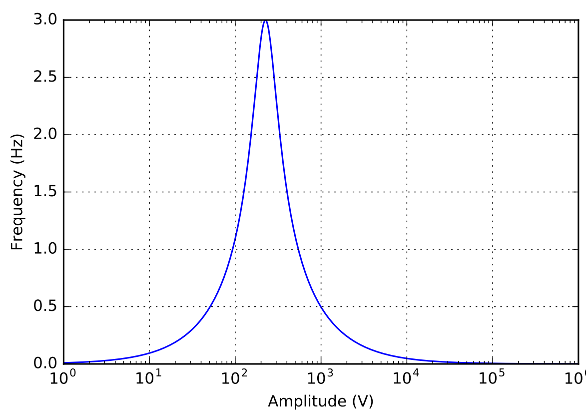
$$\omega_2 = \frac{0.236}{C_1 R_1 R_4}\sqrt{-43R_4^2 + 58R_4 R_5 - 7R_5^2 + \left(553R_4^4 - 4988R_4^3 R_5 + 3966R_4^2 R_5^2 - 812R_4 R_5^3 + 49R_5^4\right)^{0.5}} = 2000 \text{ rad/s}$$

El ancho de banda corresponde con:

$$BW = \omega_2 - \omega_1 = 1000 \text{ rad/s} \tag{15}$$

Finalmente el factor de calidad Q:

$$Q = \frac{\omega_r}{BW} = 1.5 \tag{16}$$



La mayoría del trabajo algebráico fue realizado en Python usando computación simbólica. https://github.com/jsbarbosa/study-happiness/blob/master/Electronica/Laboratorios/Practica%208/Preinforme%208.ipynb