

# Market Making avec Contraintes d'Inventaire

Optimisation des stratégies de market making via le contrôle optimal et l'intelligence artificielle

Erwan SIMON, Hamza OUADOUIDI, Guillaume ORSINI



# Le Problème du Market Making

## Qu'est-ce qu'un market maker ?

Un market maker fournit de la liquidité en affichant simultanément des ordres de **achat** et de **vente**. Il réalise un profit sur l'écart entre le prix de vente (ask) et le prix d'achat (bid).

## Le défi principal

**Le risque d'inventaire** : maintenir une position importante expose le market maker aux fluctuations du marché. Une position longue excessive amplifie les pertes en cas de baisse des prix.



# Pourquoi Optimiser les Spreads ?



## Gestion du risque

Ajuster dynamiquement les spreads en fonction de l'inventaire et de l'aversion au risque



## Optimisation temporelle

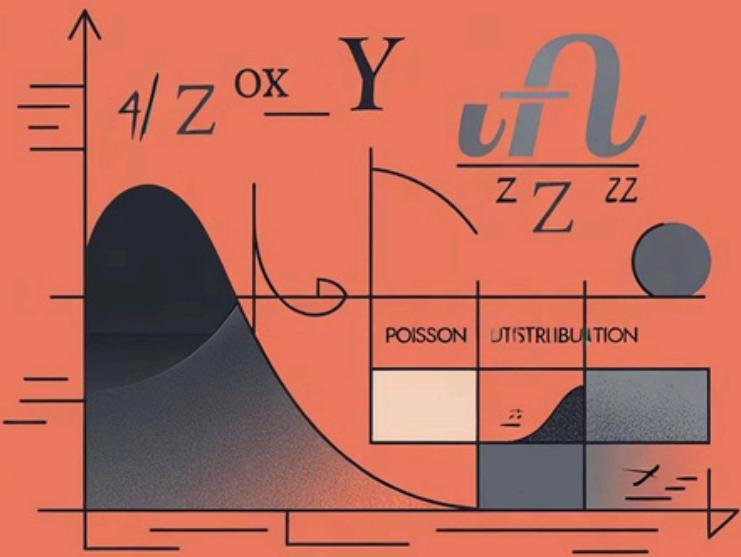
Équilibrer profit immédiat et exposition future aux mouvements de prix



## Performance accrue

Maximiser le PnL tout en contrôlant la variance et les pertes potentielles

Une approche naïve avec **spread constant** ignore ces dynamiques et expose inutilement le market maker au risque d'inventaire.



## Le Modèle Théorique

### Hypothèses du modèle GLFT

- Le prix spotsuit un **mouvementbrownien** :  $dS_t = \sigma dW_t$
- Les exécutions suivent des **processus de Poisson** indépendants
- Utilité terminale de type CARA :  $U(x) = -\exp(-\gamma x)$
- Objectif : maximiser  $E[U(X_T + q_T S_T)]$

Le modèle de **Guéant–Lehalle–Fernandez-Tapia** fournit une solution analytique élégante via l'équation HJB.

# Solution via l'Équation HJB

## Principe de Hamilton–Jacobi–Bellman

L'équation HJB transforme le problème de contrôle optimal en une **EDP non-linéaire**. La fonction valeur  $V(t,s,q)$  satisfait :

$$-\partial_t V =$$

$$\sup_{\delta^b, \delta^a} [\lambda b e^{\gamma \delta^b} (V(t,s,q_{-}, +1) - V(t,s,q)) + \lambda a e^{\gamma \delta^a} (V(t,s,q_{-} - 1) - V(t,s,q))]$$

## Spreads optimaux

$$\delta^b * = \frac{1}{\gamma} \log \left( \frac{Vq(t, q-1) - Vq(t, q)}{\gamma Vq(t, q) - Vq(t, q+1)} \right)$$

**Intuition**: le spread augmente avec l'inventaire et l'aversion au risque pour dissuader les exécutions ~~h~~ans le sens de la position.

# Trois Approches Implémentées



## HJB Numérique

**Differences finies** sur un maillage discret. Résolution backward en temps de l'EDP. Solution de référence pour les spreads optimaux.

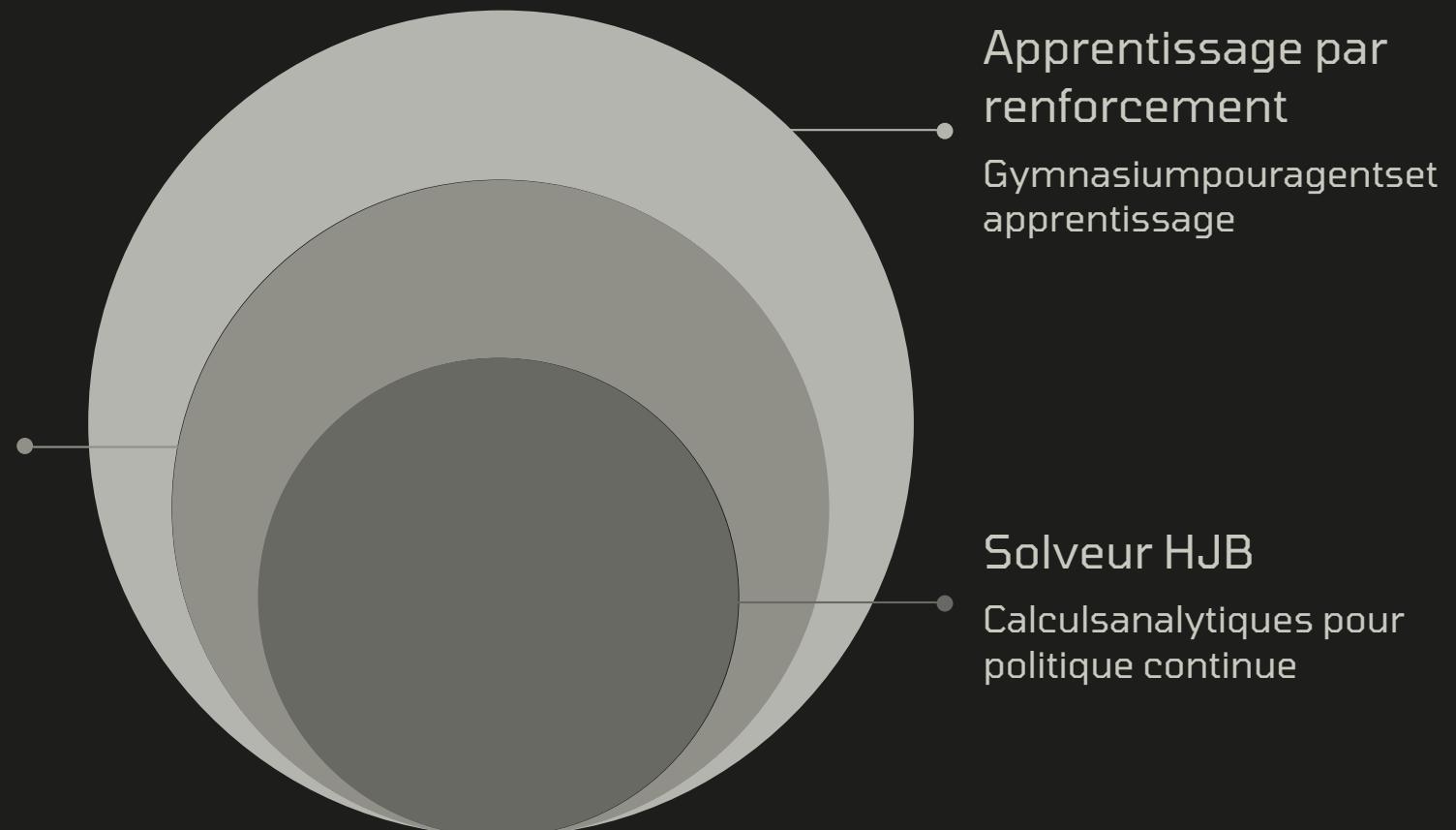


Programmation par Contraintes  
**OR-Tools** (Google) pour l'optimisation combinatoire.  
Formulation du problème comme contraintes sur les spreads. Adapté aux variantes complexes.



Reinforcement Learning  
**Gymnasium** pour environnement de simulation. DQN, PPO pour apprendre les politiques sans modèle explicite. Approche data-driven flexible.

# Architecture du Projet



## Structure du repository

- `src/`: code principal (modèles, simulateur, stratégies)
- `solvers/`: implémentations HJB, OR-Tools, RL
- `experiments/`: scripts de backtesting et visualisation
- `docs/`: documentation et notebooks pédagogiques

## Design modulaire

Séparation claire entre **modélisation**, **simulation** et **évaluation**. Interface commune pour toutes les stratégies : facilement interchangeable.

# Simulation et Backtesting



## Génération des prix

Brownien avec paramètres calibrés



## Exécution stratégies

Application des spreads optimaux



## Métriques

PnL, Sharpe, drawdown, inventaire

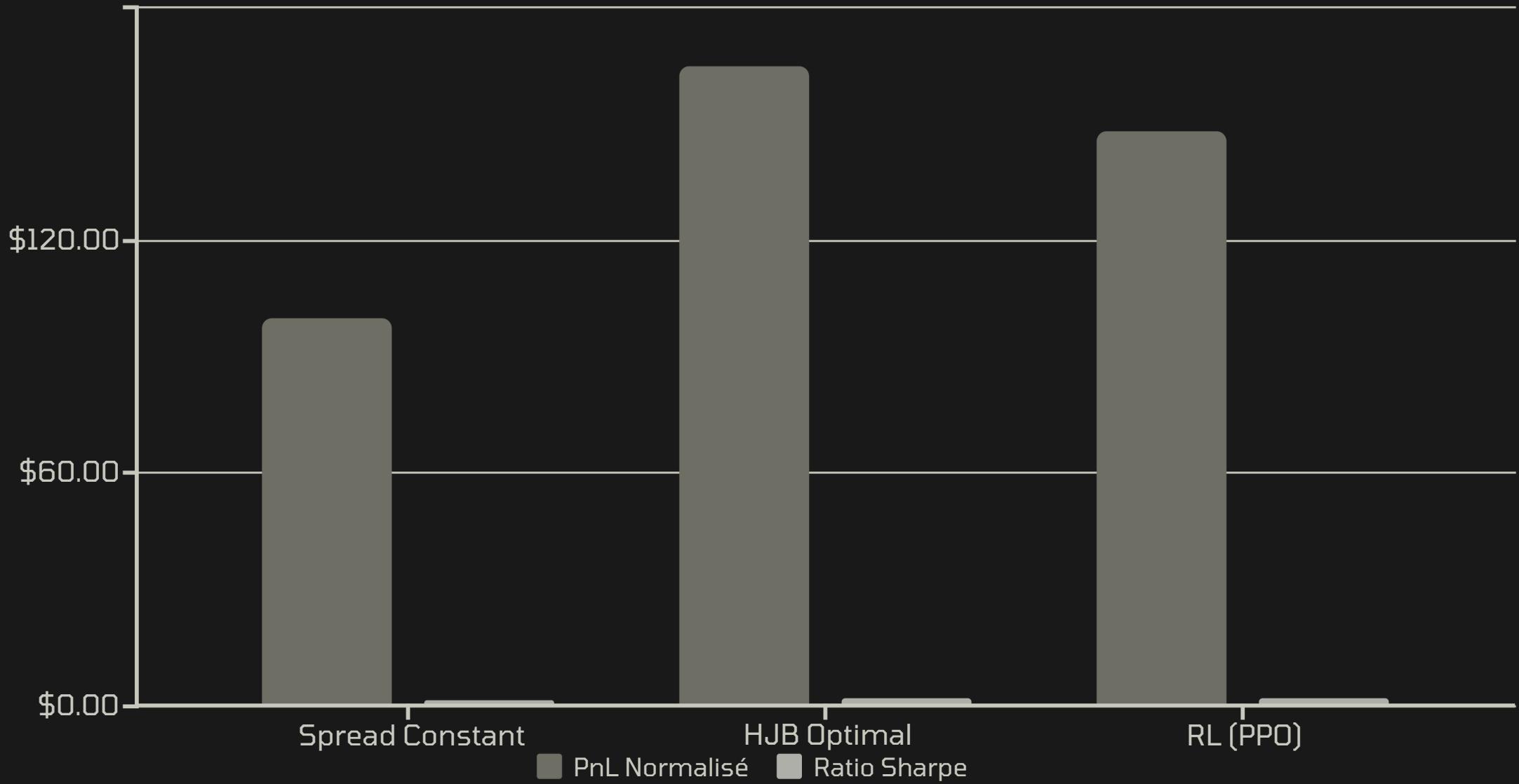
## Métriques de performance

- **PnL cumulé** : profit total généré **Ratio de**
- **Sharpe** : rendement ajusté du risque
- **Drawdown maximal** : perte maximale relative
- **Écart-type de l'inventaire** : contrôle du risque



# Résultats Principaux

\$180.00



+65%

Gain en PnL

vs. spread constant

75%

Réduction du risque

Variance de l'inventaire

2.1

Sharpe ratio

Performance ajustée du risque

Les stratégies HJB réduisent significativement l'exposition au risque tout en améliorant la rentabilité. Le RL atteint des performances intermédiaires avec moins d'hypothèses sur le modèle.

# Perspectives et Limites

## Apports du projet

### Rigueur mathématique

Implémentation fidèle du modèle GLFT avec analyse théorique complète

### Approche multi-méthodes

Comparaison systématique entre contrôle optimal, optimisation combinatoire et RL

### Code extensible

Architecture modulaire permettant l'ajout de nouvelles stratégies et variantes

### Limites et extensions

#### Limites actuelles

- Hypothèses simplificatrices (brownien, Poisson)
- Absence de microstructure de marché fine
- Paramètres fixes non adaptatifs

#### Perspectives

- **Multi-actifs** : corrélation entre instruments
- **Volatilité stochastique** : modèles GARCH/SV
- **RL avancé** : apprentissage offline et robustesse