

Market Making avec Contraintes d'Inventaire

Optimisation de stratégies de market making via le contrôle optimal et l'intelligence artificielle

Erwan SIMON, Hamza OUADOUDI, Guillaume ORSINI



Le Problème du Market Making

Qu'est-ce qu'un market maker ?

Un market maker fournit de la liquidité en affichant simultanément des ordres de **achat** et de **vente**. Il réalise un profit sur l'écart entre le prix de vente (ask) et le prix d'achat (bid).

Le défi principal

Le risque d'inventaire : maintenir une position importante expose le market maker aux fluctuations du marché. Une position longue excessive amplifie les pertes en cas de baisse des prix.



Pourquoi Optimiser les Spreads ?



Gestion du risque

Ajuster dynamiquement les spreads en fonction de l'inventaire et de l'aversion au risque



Optimisation temporelle

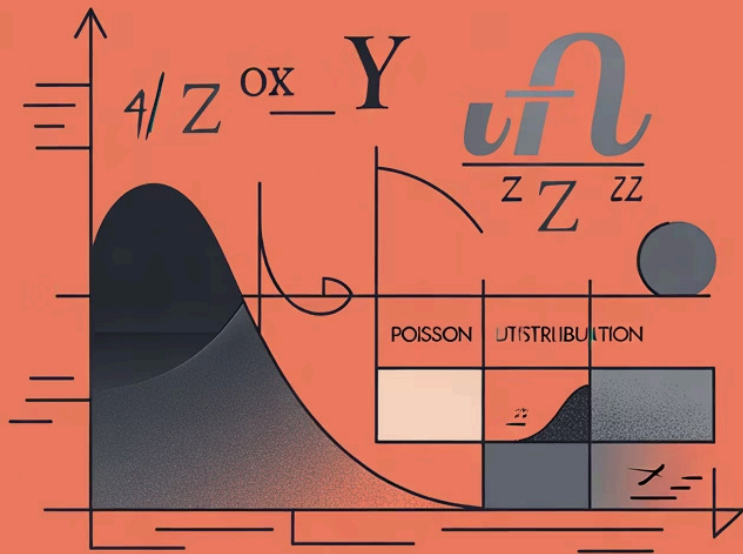
Équilibrer profit immédiat et exposition future aux mouvements de prix



Performance accrue

Maximiser le PnL tout en contrôlant la variance et les pertes potentielles

Une approche naïve avec **spread constant** ignore ces dynamiques et expose inutilement le market maker au risque d'inventaire.



Le Modèle Théorique

Hypothèses du modèle GLFT

- Le prix spot suit un **mouvement brownien** : $dS_t = \sigma dW_t$
- Les exécutions suivent des **processus de Poisson** indépendants
- Utilité terminale de type CARA : $U(x) = -\exp(-\gamma x)$
- Objectif : maximiser $\mathbb{E}[U(X_T + q_T S_T)]$

Le modèle de **Guéant–Lehalle–Fernandez-Tapia** fournit une solution analytique élégante via l'équation HJB.

Solution via l'Équation HJB

Principe de Hamilton–Jacobi–Bellman

L'équation HJB transforme le problème de contrôle optimal en une **EDP non-linéaire**. La fonction valeur $V(t, s, q)$ satisfait :

$$-\partial_t V = \sup_{\delta^b, \delta^a} \left[\lambda^b e^{-\gamma \delta^b} (V(t, s, q+1) - V(t, s, q)) + \lambda^a e^{-\gamma \delta^a} (V(t, s, q-1) - V(t, s, q)) \right]$$

Spreads optimaux

$$\delta^{b*} = \frac{1}{\gamma} \log \left(\frac{1 + \gamma(V_q(t, q-1) - V_q(t, q))}{1 + \gamma(V_q(t, q) - V_q(t, q+1))} \right)$$

Intuition : le spread augmente avec l'inventaire et l'aversion au risque pour dissuader les exécutions dans le sens de la position.

Trois Approches Implémentées



HJB Numérique

Différences finies sur un maillage discret. Résolution backward en temps de l'EDP. Solution de référence pour les spreads optimaux.



Programmation par Contraintes

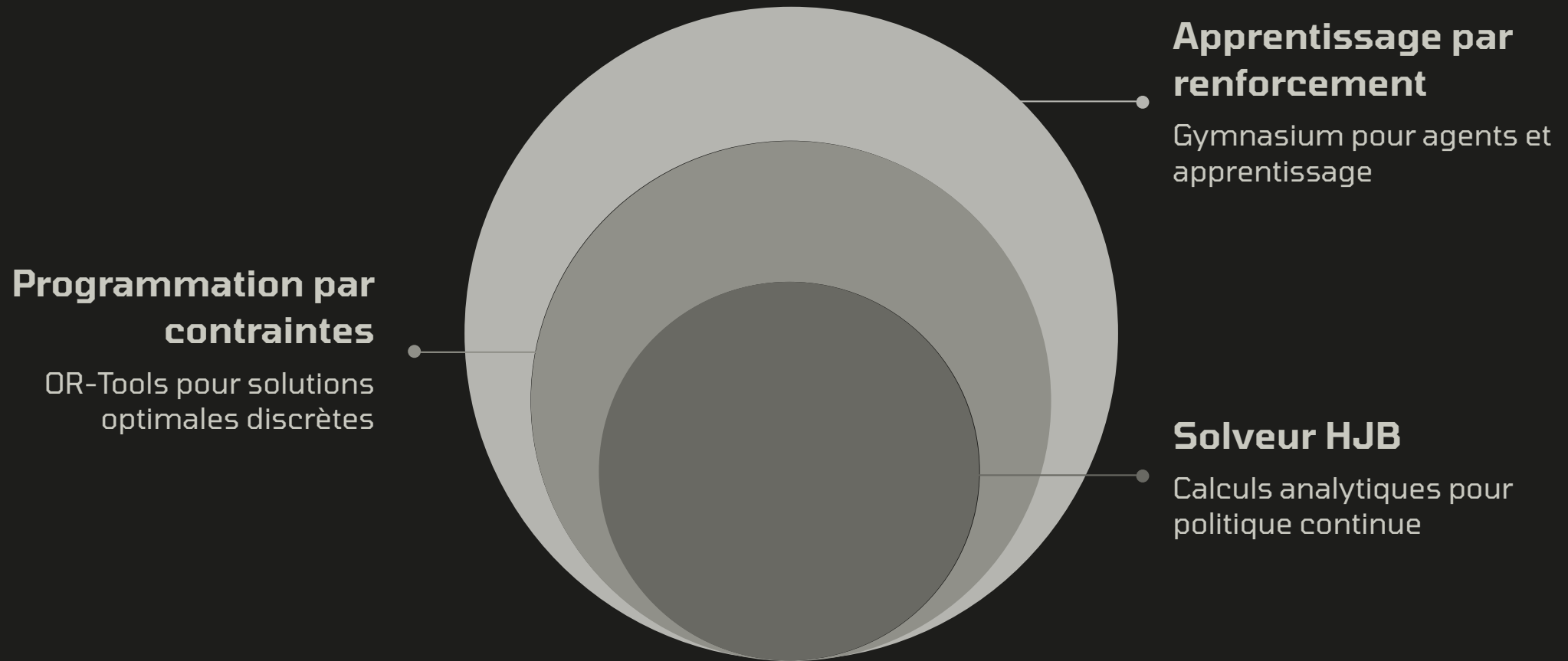
OR-Tools (Google) pour l'optimisation combinatoire. Formulation du problème comme contraintes sur les spreads. Adapté aux variantes complexes.



Reinforcement Learning

Gymnasium pour environnement de simulation. DQN, PPO pour apprendre les politiques sans modèle explicite. Approche data-driven flexible.

Architecture du Projet



Structure du repository

- `src/` : code principal (modèles, simulateur, stratégies)
- `solvers/` : implémentations HJB, OR-Tools, RL
- `experiments/` : scripts de backtesting et visualisation
- `docs/` : documentation et notebooks pédagogiques

Design modulaire

Séparation claire entre **modélisation**, **simulation** et **évaluation**. Interface commune pour toutes les stratégies : facilement interchangeable.

Simulation et Backtesting



Génération des prix

Brownien avec paramètres calibrés



Exécution stratégies

Application des spreads optimaux



Métriques

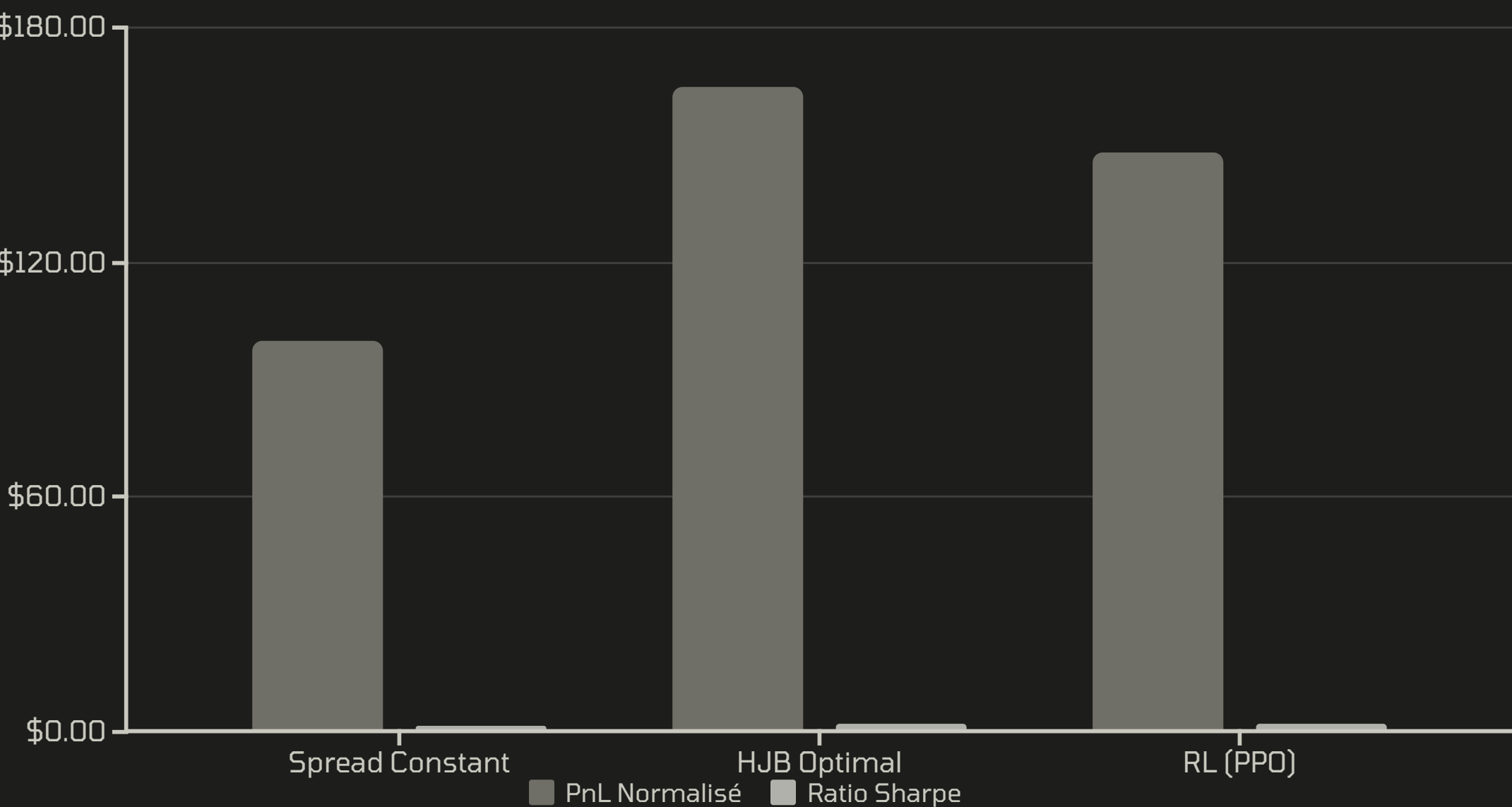
PnL, Sharpe, drawdown, inventaire

Métriques de performance

- **PnL cumulé** : profit total généré
- **Ratio de Sharpe** : rendement ajusté du risque
- **Drawdown maximal** : perte maximale relative
- **Écart-type de l'inventaire** : contrôle du risque



Résultats Principaux



+65%

Gain en PnL

vs. spread constant

75%

Réduction du risque

Variance de l'inventaire

2.1

Sharpe ratio

Performance ajustée du risque

Les stratégies HJB réduisent significativement l'exposition au risque tout en améliorant la rentabilité. Le RL atteint des performances intermédiaires avec moins d'hypothèses sur le modèle.

Perspectives et Limites

Apports du projet

Rigueur mathématique

Implémentation fidèle du modèle GLFT avec analyse théorique complète

Approche multi-méthodes

Comparaison systématique entre contrôle optimal, optimisation combinatoire et RL

Code extensible

Architecture modulaire permettant l'ajout de nouvelles stratégies et variantes

Limites et extensions

Limites actuelles

- Hypothèses simplificatrices (brownien, Poisson)
- Absence de microstructure de marché fine
- Paramètres fixes non adaptatifs

Perspectives

- **Multi-actifs** : corrélation entre instruments
- **Volatilité stochastique** : modèles GARCH/SV
- **RL avancé** : apprentissage offline et robustesse