

# Market Making avec Contraintes d'Inventaire

Optimisation de stratégies de market making via le contrôle optimal et l'intelligence artificielle

Erwan SIMON, Hamza OUADOUIDI, Guillaume ORSINI



# Le Problème du Market Making

## Qu'est-ce qu'un market maker ?

Un market maker fournit de la liquidité en affichant simultanément des ordres de **achat** et de **vente**. Il réalise un profit sur l'écart entre le prix de vente (ask) et le prix d'achat (bid).

## Le défi principal

**Le risque d'inventaire** : maintenir une position importante expose le market maker aux fluctuations du marché. Une position longue excessive amplifie les pertes en cas de baisse des prix.



# Pourquoi Optimiser les Spreads ?



## Gestion du risque

Ajuster dynamiquement les spreads en fonction de l'inventaire et de l'aversion au risque



## Optimisation temporelle

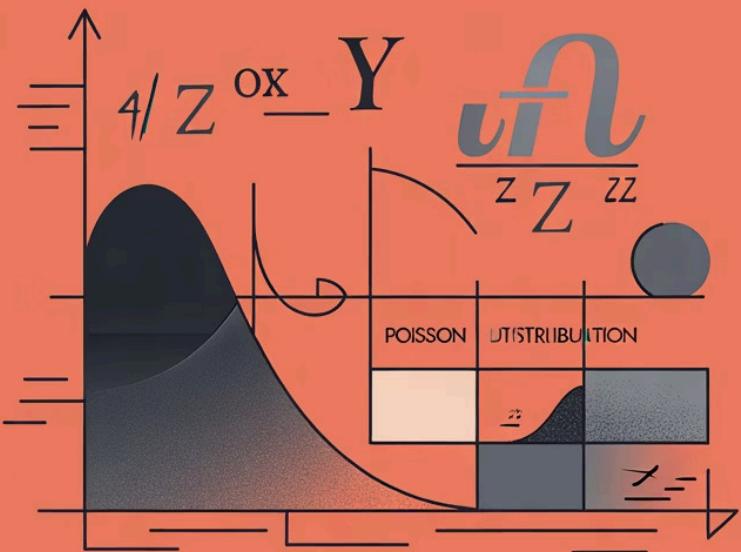
Équilibrer profit immédiat et exposition future aux mouvements de prix



## Performance accrue

Maximiser le PnL tout en contrôlant la variance et les pertes potentielles

Une approche naïve avec **spread constant** ignore ces dynamiques et expose inutilement le market maker au risque d'inventaire.



## Le Modèle Théorique

### Hypothèses du modèle GLFT

- Le prix spot suit un **mouvement brownien** :  $dS_t = \sigma dW_t$
- Les exécutions suivent des **processus de Poisson** indépendants
- Utilité terminale de type CARA :  $U(x) = -\exp(-\gamma x)$
- Objectif : maximiser  $\mathbb{E}[U(X_T + q_T S_T)]$

Le modèle de **Guéant–Lehalle–Fernandez–Tapia** fournit une solution analytique élégante via l'équation HJB.

# Solution via l'Équation HJB

## Principe de Hamilton–Jacobi–Bellman

L'équation HJB transforme le problème de contrôle optimal en une **EDP non-linéaire**. La fonction valeur  $V(t, s, q)$  satisfait :

$$-\partial_t V = \sup_{\delta^b, \delta^a} \left[ \lambda^b e^{-\gamma \delta^b} (V(t, s, q+1) - V(t, s, q)) + \lambda^a e^{-\gamma \delta^a} (V(t, s, q-1) - V(t, s, q)) \right]$$

## Spreads optimaux

$$\delta^{b*} = \frac{1}{\gamma} \log \left( \frac{1 + \gamma(V_q(t, q-1) - V_q(t, q))}{1 + \gamma(V_q(t, q) - V_q(t, q+1))} \right)$$

**Intuition**: le spread augmente avec l'inventaire et l'aversion au risque pour dissuader les exécutions dans le sens de la position.

# Trois Approches Implémentées



## HJB Numérique

**Differences finies** sur un maillage discret. Résolution backward en temps de l'EDP. Solution de référence pour les spreads optimaux.



## Programmation par Contraintes

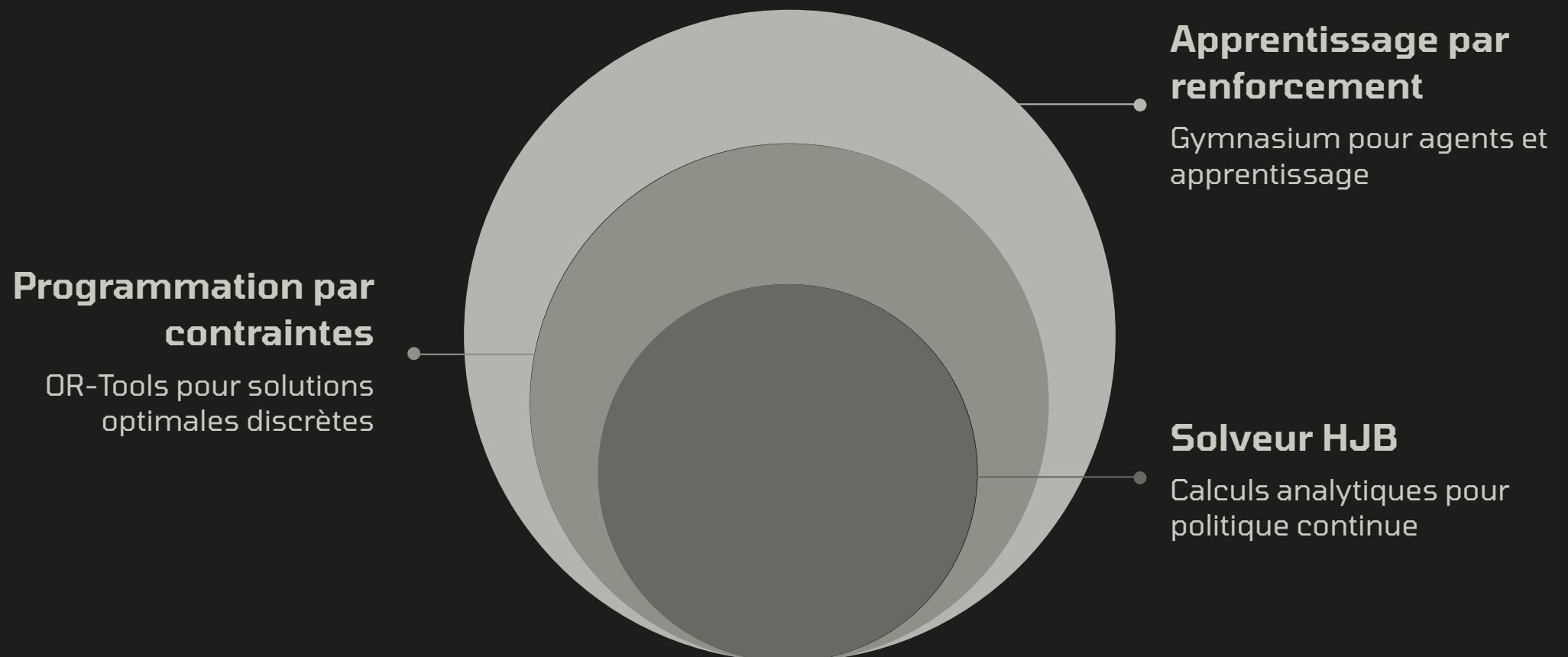
**OR-Tools** (Google) pour l'optimisation combinatoire. Formulation du problème comme contraintes sur les spreads. Adapté aux variantes complexes.



## Reinforcement Learning

**Gymnasium** pour environnement de simulation. DQN, PPO pour apprendre les politiques sans modèle explicite. Approche data-driven flexible.

# Architecture du Projet



## Structure du repository

- `src/` : code principal (modèles, simulateur, stratégies)
- `solvers/` : implémentations HJB, OR-Tools, RL
- `experiments/` : scripts de backtesting et visualisation
- `docs/` : documentation et notebooks pédagogiques

## Design modulaire

Séparation claire entre **modélisation**, **simulation** et **évaluation**. Interface commune pour toutes les stratégies : facilement interchangeable.

# Simulation et Backtesting



## Génération des prix

Brownien avec paramètres calibrés



## Exécution stratégies

Application des spreads optimaux



## Métriques

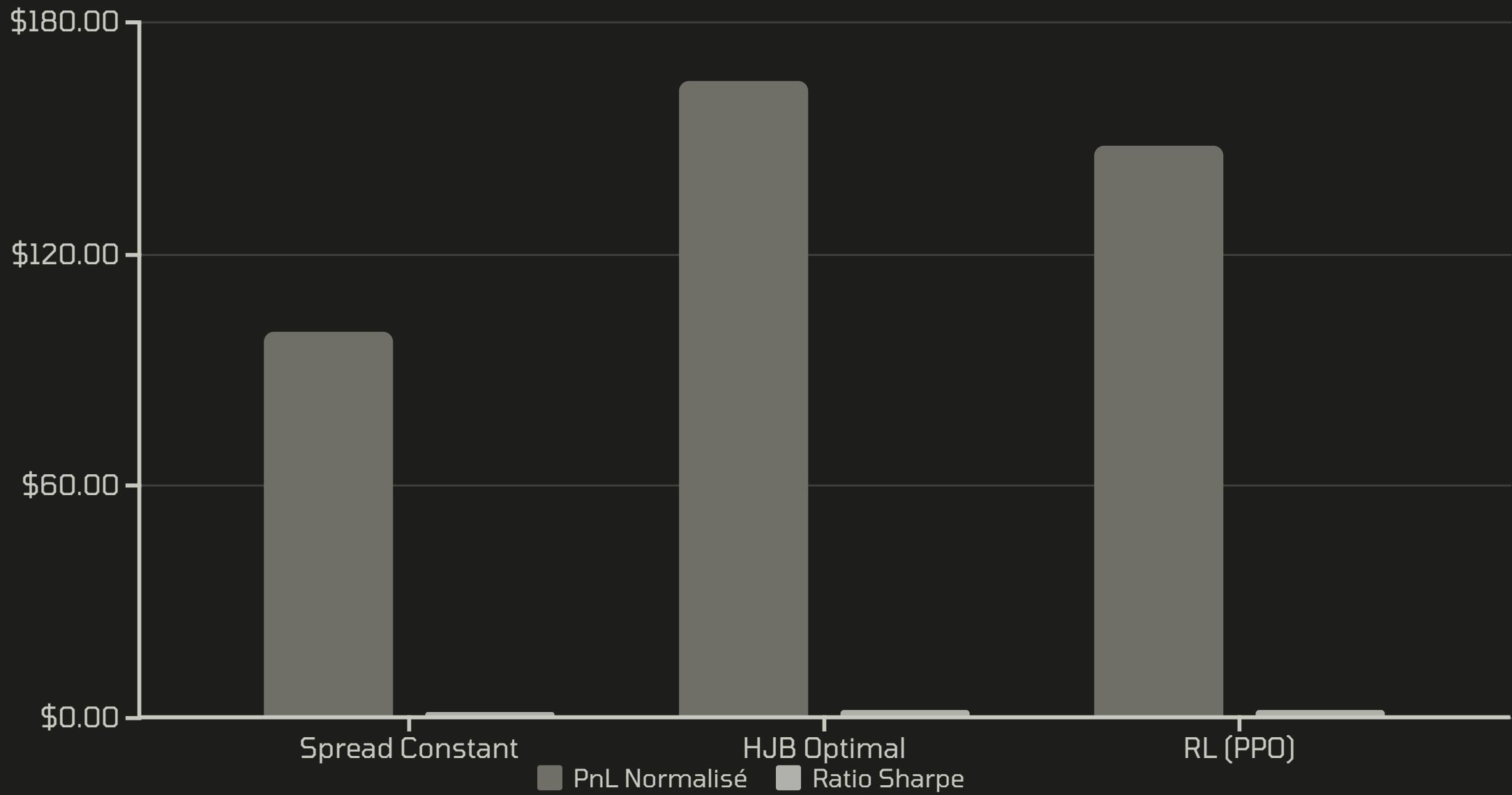
PnL, Sharpe, drawdown, inventaire

## Métriques de performance

- **PnL cumulé** : profit total généré
- **Ratio de Sharpe** : rendement ajusté du risque
- **Drawdown maximal** : perte maximale relative
- **Écart-type de l'inventaire** : contrôle du risque



# Résultats Principaux



+65%

**Gain en PnL**

vs. spread constant

75%

**Réduction du risque**

Variance de l'inventaire

2.1

**Sharpe ratio**

Performance ajustée du risque

Les stratégies HJB réduisent significativement l'exposition au risque tout en améliorant la rentabilité. Le RL atteint des performances intermédiaires avec moins d'hypothèses sur le modèle.

# Perspectives et Limites

## Apports du projet

### Rigueur mathématique

Implémentation fidèle du modèle GLFT avec analyse théorique complète

### Approche multi-méthodes

Comparaison systématique entre contrôle optimal, optimisation combinatoire et RL

### Code extensible

Architecture modulaire permettant l'ajout de nouvelles stratégies et variantes

## Limites et extensions

### Limites actuelles

- Hypothèses simplificatrices (brownien, Poisson)
- Absence de microstructure de marché fine
- Paramètres fixes non adaptatifs

### Perspectives

- **Multi-actifs** : corrélation entre instruments
- **Volatilité stochastique** : modèles GARCH/SV
- **RL avancé** : apprentissage offline et robustesse