Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería

CÁLCULO INTEGRAL

UNIDAD UNO
TAREA 2: EL CONCEPTO DE INTEGRAL

PRESENTADO A:

Alexis Trujillo Garciaz

TUTOR

ENTREGADO POR:

Juan Sebastian Castillo Amaya
CÓDIGO: 1116553232
GRUPO: 100411_34

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD
ESCUELA DE CIENCIAS BÁSICAS, INGENIERÍAS Y TECNOLOGÍAS
CURSO DE CÁLCULO INTEGRAL COD: 100411
FECHA
29 de Junio
2025

Introducción

En el siguiente documento se explora el concepto de integral haciendo uso de ejercicios, en un primer apartado se realiza la antiderivada de una función sin hacer uso de ningún método de integración, en el segundo apartado se explora la suma de Riemann como herramienta para aproximar áreas bajo la curva de las funciones, llevando el hilo de desarrollo en el apartado tres se hace el uso de la integral definida para hallar el área bajo la curva de una función, en el cuarto apartado encontramos una aplicación de la integral y finalmente el link de un video donde se explica paso a la resolución de suma de Riemann por punto izquierdo.

Objetivos

Objetivo General

Entender y abordar el concepto de integral.

Objetivo Especifico

- Entender la Antiderivada.
- Uso de sumas de Riemman como herramienta para hacer aproximaciones de áreas bajo la curva.
- La integral definida como herramienta para hallar áreas bajo la curva.
- Aplicaciones de la integral para hallar distancias.

Elección de Ejercicios a Desarrollar Parte Individual

Tabla 1

Tabla de elección de ejercicios

Nombre del estudiante	Letra Asignada ejercicios 1 al 5	Ejercicio 1
Juan Sebastian Castillo Amaya	*A*	*1A*

Ejercicios Para Desarrollar

Temática 1 – La antiderivada

$$\int \operatorname{sen}(x) - 4x^6 + \frac{2e^{3x}}{e^x}\,dx$$

$$\int \operatorname{sen}(x) - 4x^6 + 2e^{3x}e^{-x}\,dx$$

$$\int \operatorname{sen}(x) - 4x^6 + 2e^{2x}\,dx$$

Siguiendo propiedad aditiva o linealidad de la integral

$$\int \operatorname{sen}(x)\,dx = -\cos(x) + c$$

$$\int -4x^6\,dx = -\frac{4}{7}x^7 + c$$

$$\int 2e^{2x}\,dx = e^{2x} + c$$

$$\int \operatorname{sen}(x) - 4x^6 + \frac{2e^{3x}}{e^x}\,dx = -\cos(x) - \frac{4}{7}x^7 + e^{2x} + c$$

Ahora vamos a comprobar el resultado derivando la integral

$$\frac{d}{dx} - \cos(x) - \frac{4}{7}x^7 + e^{2x} + c$$

$$\frac{d}{dx} - \cos(x) = -(-sen(x)) = sen(x)$$

$$\frac{d}{dx} - \frac{4}{7}x^7 = -\frac{4}{7} * 7 * x^{7-1} = -4x^6$$

$$\frac{d}{dx} e^{2x} = e^{2x} * 2 = 2e^{2x} * \frac{e^x}{e^x} = \frac{2e^{3x}}{e^x}$$

$$\frac{d}{dx} c = 0$$

Ahora sumando las derivadas obtenemos la función original

$$\frac{d}{dx} - \cos(x) - \frac{4}{7}x^7 + e^{2x} + c = \text{sen}(x) - 4x^6 + \frac{2e^{3x}}{e^x}$$

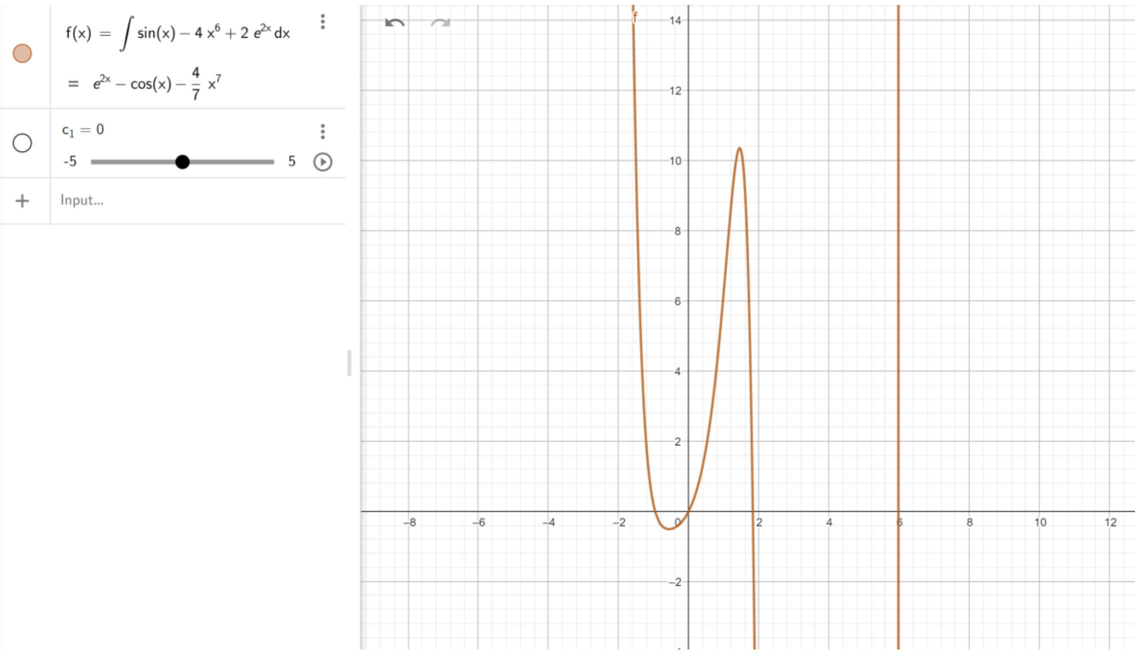

Figura 1. Integral en GeoGebra

Temática 2 – Sumas de Riemann

Calcule la Suma de Riemann utilizando GeoGebra para n=12 y n=20, no es necesario realizar el procedimiento algebraico a diferencia del ejercicio seleccionado y conteste: ¿Qué se puede concluir al aumentar el número de rectángulos?

Tabla 2

Letra	Ejercicio
a	Aproxime la integral definida $\int_3^6 \frac{x^3-1}{3x^2}$ mediante la suma de Riemann por punto izquierdo, con n=6.

Desarrollo

Primero suma de Riemann por punto izquierdo, con n=6.

$f(x) = \frac{x^3-1}{3x^2}$ a = 3 b = 6 n = 6

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{6-3}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Para hacerlo por punto izquierdo

$$x_i = a + \Delta x * i$$

$$x_0 = 3 + \frac{1}{2} * 0 = 3$$

$$x_1 = 3 + \frac{1}{2} * 1 = 3.5$$

$$x_2 = 3 + \frac{1}{2} * 2 = 4$$

$$x_3 = 3 + \frac{1}{2} * 3 = 4.5$$

$$x_4 = 3 + \frac{1}{2} * 4 = 5$$

$$x_5 = 3 + \frac{1}{2} * 5 = 5.5$$

$$f(x_i) = \frac{{x_i}^3 - 1}{3{x_i}^2}$$

$$f(x_0) = \frac{(3)^3 - 1}{3(3)^2} = 0.962$$

$$f(x_1) = \frac{(3.5)^3 - 1}{3(3.5)^2} = 1.139$$

$$f(x_2) = \frac{(4)^3 - 1}{3(4)^2} = 1.312$$

$$f(x_3) = \frac{(4.5)^3 - 1}{3(4.5)^2} = 1.483$$

$$f(x_4) = \frac{(5)^3 - 1}{3(5)^2} = 1.653$$

$$f(x_5) = \frac{(5.5)^3 - 1}{3(5.5)^2} = 1.822$$

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\Delta x = [0.962 + 1.139 + 1.312 + 1.483 + 1.653 + 1.822] * \frac{1}{2}$$

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\Delta x = 8.374 * \frac{1}{2} = 4.1835\ unidades\ cuadradas$$

Segundo, ahora graficamos con los intervalos solicitados.

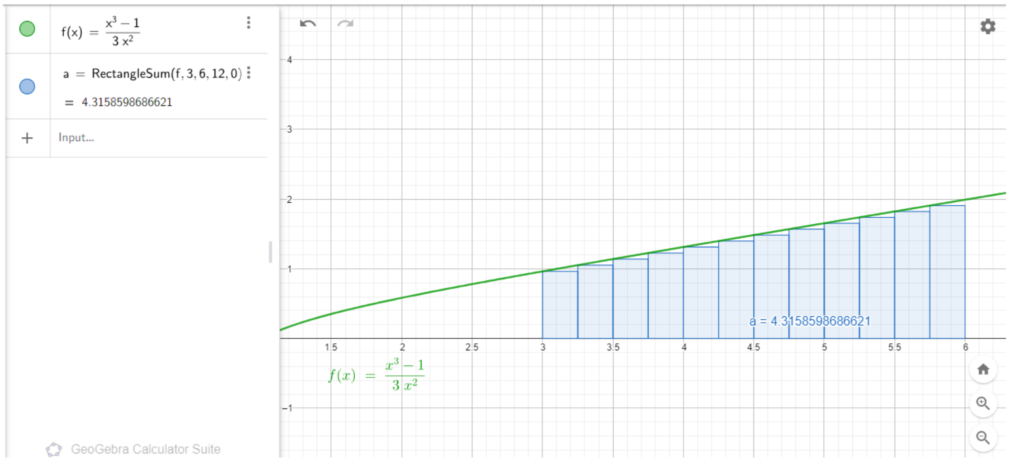

Figura 2. GeoGebra para n=12

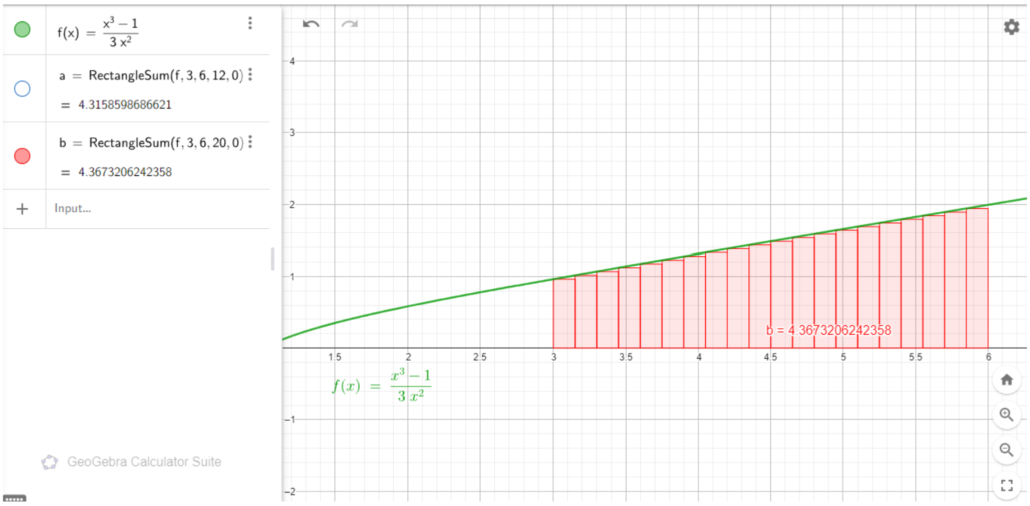

Figura 3. GeoGebra para n=20

Al aumentar el número de rectángulos de utilizados pasando de n=12 (Figura 1) a n=20 (Figura 2), nos acercamos más al valor real del área y disminuimos el error.

Temática 3 – Integral definida

Tabla 3

Letra	Ejercicio
a	$\int_1^6 \frac{2x^3+6x^2+3}{2x^2}\,dx$

Desarrollo

Primero reescribimos la integral

$$\int_1^6 \frac{2x^3+6x^2+3}{2x^2}\,dx$$

$$\int_1^6 x+3+\frac{3}{2}x^{-2}\,dx$$

Segundo realizamos la integral

$$\left[\frac{x^2}{2}+3x-\frac{3}{2x}\right]_1^6$$

$$\left[\frac{(6)^2}{2}+3(6)-\frac{3}{2(6)}\right]\text{-}\left[\frac{(1)^2}{2}+3(1)-\frac{3}{2(1)}\right]=35.75-2=33.75$$

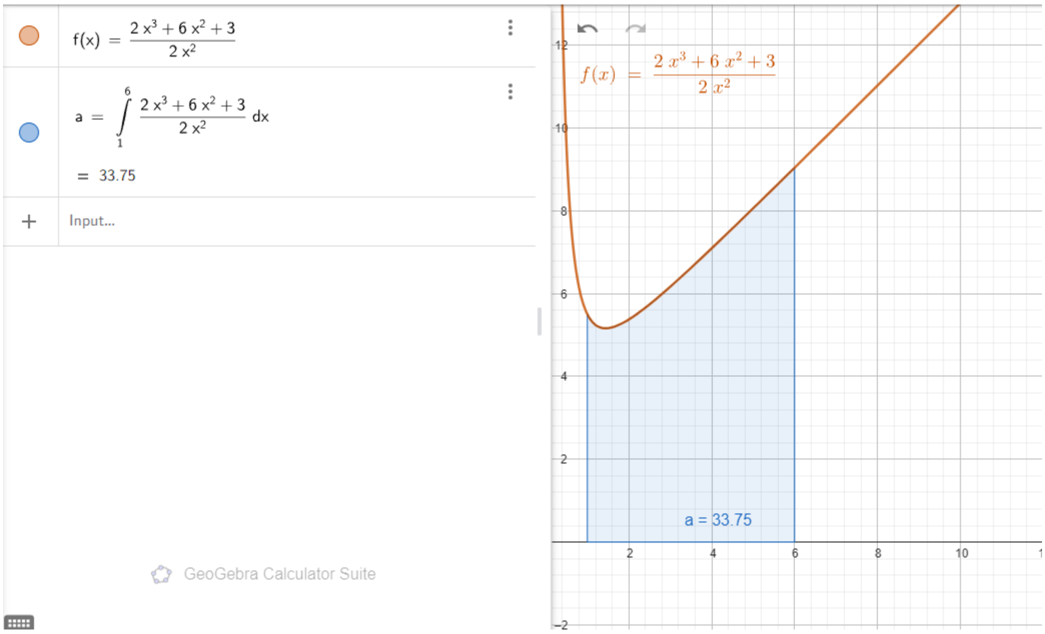

Figura 4. Área bajo la curva Geogebra

Temática 4 – Aplicaciones de las Integrales

Tabla 4

Letra	Ejercicio
a	Una partícula se mueve a lo largo de una recta con una velocidad $v(t) = 3t + 5$ metros por segundo, desde el tiempo $t = 0$ hasta el tiempo $t = 5$. Calcule el desplazamiento total neto de la partícula durante este intervalo de tiempo.

Desarrollo

La derivada de la posición es la velocidad, entonces para hallar el desplazamiento total es necesario integrar la velocidad para hallar la ecuación de posición y evaluar en los intervalos de tiempo.

$$\int_0^5 v(t)\, dt$$

$$\int_0^5 3t + 5 \ dt$$

Resolvemos la integral

$$\left[\frac{3t^2}{2} + 5t\right]_{\mathbf{0}}^{\mathbf{5}}$$

Evaluamos los limites

$$\left[\frac{3(5)^2}{2} + 5(5)\right] - \left[\frac{3(0)^2}{2} + 5(0)\right] = \frac{125}{2} - 0 = 62.5\ metros$$

Ejercicio 6 Video De Sustentación

Tabla 5

Nombre Estudiante	**Ejercicios sustentados**	**Link video explicativo**
Juan Sebastian Castillo Amaya	*5A.*	https://youtu.be/bYGDKnWOYuY

Nota: Esta tabla se coloca el video para sustentación. Fuente. Autor

Tabla 6

Evidencias Aportes al Foro

N° EVIDENCIAS	PANTALLAZO
APORTE 1:	**Re: Foro de discusión: Unidad 1 - Tarea 2 Conceptos de Integral** de JUAN SEBATIAN CASTILLO AMAYA - lunes, 16 de junio de 2025, 15:35 Saludos a todos, solicito realizar los ejercicios (a) Enlace permanente Mostrar mensaje anterior Responder
APORTE 2:	**Re: Foro de discusión: Unidad 1 - Tarea 2 Conceptos de Integral** de JUAN SEBATIAN CASTILLO AMAYA - jueves, 19 de junio de 2025, 16:03 Cordial saludo a todos, adjunto avance de la tarea Tare2JuanCastillo.docx Enlace permanente Mostrar mensaje anterior Responder
APORTE 3:	**Re: Foro de discusión: Unidad 1 - Tarea 2 Conceptos de Integral** de JUAN SEBATIAN CASTILLO AMAYA - miércoles, 25 de junio de 2025, 18:04 Saludos a todos, adjunto avance del documento, me queda faltantando grabar el video. Tare2JuanCastillo.docx Enlace permanente Mostrar mensaje anterior Responder
APORTE 4:	**Re: Foro de discusión: Unidad 1 - Tarea 2 Conceptos de Integral** de JUAN SEBATIAN CASTILLO AMAYA - jueves, 26 de junio de 2025, 10:56 Saludos a todos, adjunto la ultima version con todos los ejerecicios, a la espera del visto bueno del tutor para enviar a la plataforma, quedo atento. Tare2JuanCastillo.docx Enlace permanente Mostrar mensaje anterior Responder

Nota: Esta tabla las Evidencias de aportes al Foro. Fuente. Autor

Conclusiones

El desarrollo de esta tarea permitió comprender con mayor claridad el concepto de integral desde una perspectiva analítica y práctica. A través del uso de la antiderivada se evidenció cómo obtener funciones originales a partir de sus derivadas, reforzando la importancia de la integración como proceso inverso a la derivación. El uso de las sumas de Riemann facilitó la visualización de aproximaciones del área bajo la curva, mostrando que, a mayor número de particiones, mayor precisión, además como posible herramienta para calcular el área bajo la curva si la función es muy compleja de integrar. La aplicación de la integral definida permitió calcular con exactitud el área bajo funciones específicas, conectando el concepto teórico con situaciones reales. Finalmente, al integrar funciones de velocidad, se hizo evidente cómo la integral también permite cuantificar desplazamientos en contextos físicos, destacando su utilidad en distintas ramas de la ingeniería.

Referencias Bibliográficas

Ortiz Campos, F. J. & Ortiz Cerecedo, F. J. (2015). *Cálculo integral: (ed.)* . Grupo Editorial Patria. https://elibro-net.bibliotecavirtual.unad.edu.co/es/ereader/unad/39469?page=36

Carlos Polanco. (2020). *Differential and Integral Calculus: Theory and Cases* . Bentham Science Publishers Ltd. https://research-ebsco-com.bibliotecavirtual.unad.edu.co/linkprocessor/plink?id=b034c9d0-10b3-3e53-be6e-bcc7856d87c3

Rivera Figueroa, A. (2015). *Calculo integral: sucesiones y series de funciones: (ed.)* . Grupo Editorial Patria. https://elibro-net.bibliotecavirtual.unad.edu.co/es/ereader/unad/39431?page=1

Segura Vásquez, A. (2015). *Matemáticas aplicadas a las ciencias económico-administrativas: simplicidad matemática: (ed.)* . Grupo Editorial Patria. https://elibro-net.bibliotecavirtual.unad.edu.co/es/ereader/unad/39389?page=1