Análisis Numérico
Problemas
Eddy Herrera Daza

1. Algoritmo

Encontrar la raíz cuadrada de un valor x es un proceso que tiene sus origenes en Babilonia. En el siguiente seudocodigo se encuentra el algoritmo para encontrar la raíz cuadrada de cualquier valor $x \geq 0$.

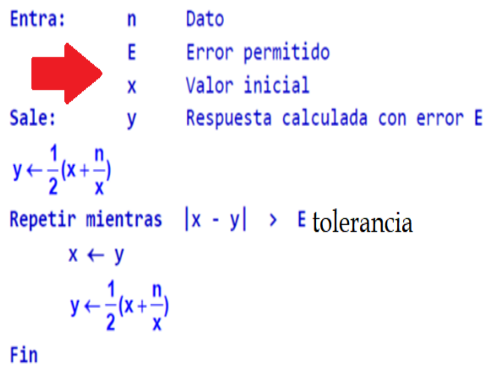


Figura 1: *Algoritmo de la raíz cuadrada*

PROBLEMA: Implemente el algoritmo para evaluar $\sqrt{7}$ utilice una tolerancia de 10^{-8} y de 10^{-16}.Tenga en cuenta que debe imprimir varias salidas con la tolerancia deseada y validar la respuesta

2. Aproximación

Problema: Aproximar un resultado significa muchas veces que debemos contar con la precisión con la que se quiere aproximar el resultado. Utilice el teorema de Taylor, para encontrar valores aproximados de $e^{0.3}$ con 10 cifras significativas. ¿Qué puede decir del error de truncamiento?

PROBLEMA:Supongase que se quiere reconstruir la silueta completa del siguiente dibujo a escala, utilizando expresiones polinomicas y toda la información de la tabla

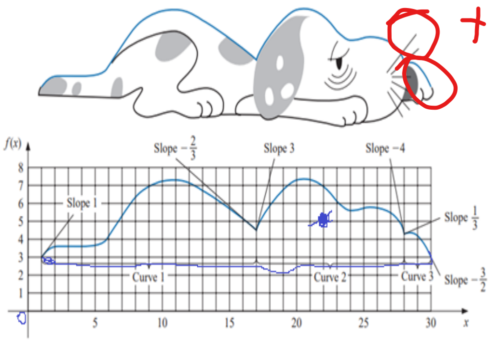
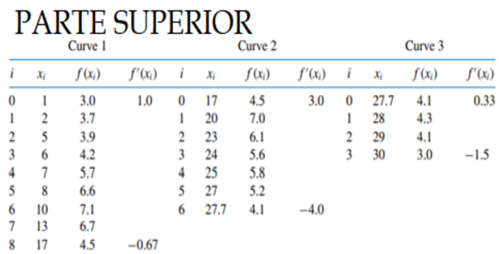


Figura 2: *Silueta de Kimura*



PARTE SUPERIOR

Curve 1				Curve 2				Curve 3			
i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$
0	1	3.0	1.0	0	17	4.5	3.0	0	27.7	4.1	0.33
1	2	3.7		1	20	7.0		1	28	4.3	
2	5	3.9		2	23	6.1		2	29	4.1	
3	6	4.2		3	24	5.6		3	30	3.0	−1.5
4	7	5.7		4	25	5.8					
5	8	6.6		5	27	5.2					
6	10	7.1		6	27.7	4.1	−4.0				
7	13	6.7									
8	17	4.5	−0.67								

Figura 3: *Datos de la silueta de Kimura*

3. Eficiencia de un Algoritmo

PROBLEMA: Evaluar el valor de un polinomio $P(x)$ es una tarea que involucra para la maquina realizar un número de operaciones entre multiplicaciones y sumas, la cual deben ser mínimas para que sea eficiente. Implemente un contador de operaciones y evaluar el polinomio $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x/3 - 8/27$ en $x = 4$ de la manera más eficiente es decir, utilizando el menor número de operaciones.

4. Sensibilidad- Estabilidad

PROBLEMA: Supongase que tiene una matriz que tiene tantas filas como habitantes de Bogotá entre 30 y 35 años (1500) y columnas son el número de días desde que se declararon medidas de bioseguridad por el COVID (aproximadamente 450 días). En cada entrada $a_{ij} = 0$ si la persona no cumplio con las medidas, $a_{ij} = 1$ si cumplio con la todas las medidas y $a_{ij} = 0.5$ que cumplio solo una medida. Un estudio demostro que el 60 porciento de las veces los Bogotanos no cumplieron con las medidas. Luego, si un ciudadano siempre cumplio las medidas debería sumar 450 puntos, platee un sistema simulando un arreglo de $1500x450$ y solucionelo para determinar el puntaje total de cada día, como se imagina que se encuentra la inversa de la matriz de datos?

Referencia

Burden y Faires [2011], Dennis y Schnabel [1996], Hager [1988], Heath [2002], Nocedal y Wright [2006], Quarteroni, Sacco y Saleri [2000] y Sauer [2012]; Lauter y Dinechin [2013]