

# Homework 1

---

Jakub Senko, Štefan Uherčík

6. marca 2014

## PROBLEM 1

Nech  $X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  je pole čísel a platí že  $\forall x, y \in X : x \neq y$ .  
Každému  $x_i \in X$  je priradené číslo  $w_i$ , pre ktoré platí:

$$\begin{aligned} w_i &> 0 \\ \sum_{i=0}^n w_i &= 1 \end{aligned} \tag{0.1}$$

*Optimálny prvok* postupnosti je číslo  $x_k$  pre ktoré platí:

$$\begin{aligned} \sum_{x_i < x_k} w_i &< \frac{1}{2} \\ \sum_{x_i > x_k} w_i &\leq \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{0.2}$$

Problémom je návrh algoritmu ktorý rieši nájdenie optimálneho prvku s časovou zložitou  $\Theta(n)$  a poskytnutie dokazu jeho korektnosti a zložitosti.

Navrhovane riesenie je modifikovany algoritmus *Quick Select* ktorý rieši problem nájdenia medianu v poli čísel. Tento algoritmus ma obecne zložitost  $\mathcal{O}(n^2)$  pri nevhodnej volbe pivota, avsak pomocou procedury *Median of Medians* je mozne najst dostatočne dobry pivot na to, aby mal algoritmus vzdy linearnu zložitost. *Quick Select* je popisany v nasledujucom texte iba neformalne, s odkazom na relevantne zdroje s dokazom zložitosti. Zadana uloha je vyriesena ukazanim redukcie problemu nájdenia optimálneho prvku na

problem rieseny algoritmom *Quick Select + Median of Medians* a dokazom ze tato procedura je vykonatelna v konstantom case. Vysledna zlozitost je teda  $\mathcal{O}(n)$ .

Quick Select

```
while true do  
     $user \leftarrow beer$   
end while
```

## PROBLEM 2

### 0.1 EXAMPLE OF LIST (3\*ITEMIZE)

- First item in a list
  - First item in a list
    - \* First item in a list
    - \* Second item in a list
  - Second item in a list
- Second item in a list

### 0.2 EXAMPLE OF LIST (ENUMERATE)

1. First item in a list
2. Second item in a list
3. Third item in a list