# T1 - Conversor Termoelétrico

Grupo III - João Ferreira (78179) Henrique Rodrigues (78632) Rodrigo C. Carvalho (78646) Cristina Melício (78947)
MEFT - 2ºAno, 2º Semestre - Laboratório de Complementos de Eletromagnetismo e Termodinâmica

Sexta-Feira, 13 de Março de 2015

**Resumo**

## 1 Introdução

O objetivo deste trabalho experimental é o estudo dum dos fenómenos de transferência de calor - a condução - e a consequente determinação do coeficiente de condutividade do alumínio.

A condução de calor ou condução térmica é um fenómeno de transferência de energia interna entre corpos em contacto, sem trocas de massa e que ocorre devido à existência de um gradiente de temperatura no meio. O calor transferido por um corpo por unidade de tempo é dado pela expressão:

$$\frac{dQ}{dt} = \rho c \frac{dT}{dt} dV \tag{1}$$

(onde que $\rho$ é a densidade do material e $c$ o seu calor específico)

Este fenómeno pode ser modelado através da Lei de Fourier que estabelece uma relação linear entre o fluxo local de calor $\vec{j_Q}$ e o simétrico do gradiente de temperatura $\nabla\vec{T}$, cuja expressão é:

$$\vec{j_Q} = -k\nabla\vec{T} \tag{2}$$

(em que $k$ é o coeficiente de condutividade térmica do material)

Integrando a equação anterior sobre uma superfície arbitrária fechada $S$ e aplicando o Teorema da Divergência obtém-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \oint_S (\vec{j_Q} \cdot \vec{n})\, dS = \int_V -k\nabla^2\vec{T}\, dV \tag{3}$$

Por outro lado, integrando a equação tem-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t}\, dV \tag{4}$$

Igualando as expressões dentro do integral de 3 e 4 resulta a Equação do Calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi\nabla^2 T \tag{5}$$

(em que $\chi = \frac{k}{\rho c}$ é a difusividade e $\nabla^2 T$ o Laplaciano da temperatura)

### Regime Estacionário

Designa-se por regime estacionário a situação em que a temperatura não depende do tempo, ou seja $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \vec{T}(\vec{r}, t) \equiv \vec{T}(\vec{r})$.

Considera-se então, uma barra de alumínio de secção de área $S$ e comprimento $l$, em contacto com duas fontes de temperatura nas suas extremidades e o resto isolado, de modo a que, o seu fluxo possa ser visto como unidimensional, isto é, $\vec{T}(r) \equiv \vec{T}(x)$.

$$\nabla^2 T = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = c_1 \Rightarrow T(x) = c_1 x + c_2 \tag{6}$$

Impondo as condições fronteira $T(0) = T_Q$ e $T(l) = T_F$ obtém-se a expressão para a temperatura em função da posição na barra:

$$T(x) = \frac{T_Q - T_F}{l}x + T_Q \tag{7}$$

Por fim, a fórmula para a condutividade de um material é dada por:

$$k = \frac{\frac{dQ}{dt}}{S|\frac{dT}{dx}|} \tag{8}$$

(onde $S$ é a superfície lateral por onde a potência flui)

### Regime Variável

Neste caso, tem-se também que o fluxo pode ser visto como unidimensional, no entanto considera-se que existe variação da temperatura com o tempo, logo $\frac{\partial T}{\partial t} \neq 0$, e por isso, fica-se com $\vec{T}(\vec{r}, t) \equiv \vec{T}(x, t)$.

Para resolver a Equação do Calor nesta situação impõe-se as condições fronteira $T(0, t) = T_Q$ e $T(l, t) = T_F$ e condição inicial $T(x, 0) = \frac{T_Q - T_F}{l} + T_Q$. Com o auxilio da análise de Fourier obtém-se a expressão para a temperatura seguinte:

$$T(x,t) = T_F + (T_Q - T_F)\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=0}^{n} e^{-\frac{\chi}{L^2}\left(\frac{\pi}{2}+n\pi\right)^2 t}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin\left(\frac{x}{L}\left(\frac{\pi}{2}+n\pi\right)\right) \tag{9}$$

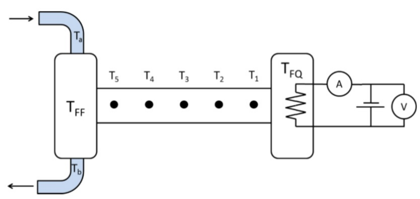
## 2 Montagem da Experiência

A montagem experimental para esta experiência consiste numa barra de alumínio, com uma extremidade em contacto com uma fonte quente e a outra a uma fonte fria, estando estas três partes termicamente isoladas.

A barra tem $12cm$ de comprimento e uma secção de $4cm^2$ e, ao longo da mesma, existem 5 sensores de temperatura. Estes sensores estão ligados a um computador que possui um software especializado de aquisição de dados, que permite a visualização dos valores de temperatura em tempo real.

### Regime Estacionário

Para a primeira parte o diagrama da montagem experimental encontra-se na figura 1.




(Figura 1: Esquema da montagem para o regime estacionário)

A fonte quente é constituída por um circuito resistivo ligado a uma placa de cobre em contacto com a barra, sendo alimentado por uma fonte de tensão. A tensão e a corrente que percorrem a resistência podem ser determinadas através de um voltímetro e um amperímetro, sendo a potência fornecida à placa dada pela Lei de Joule:

$$P_Q = UI \tag{10}$$

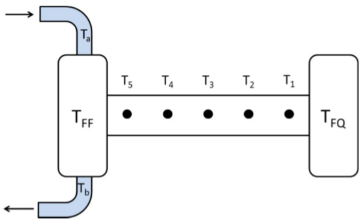
A fonte fria é constituída por um sistema de refrigeração com água cuja temperatura à entrada e a saída é $T_a$ e $T_b$, respetivamente. Sendo assim, a potência fornecida pela fonte pode ser determinada pela equação 11, em que $\phi$ é o caudal calculado pela expressão 12.

$$P_F = c\phi(T_b - T_a) \tag{11}$$

$$\phi = \frac{V_\rho}{\Delta t} \tag{12}$$

### Regime Variável

Para a segunda parte considera-se o esquema da montagem experimental da figura 2, em que foi retirado o sistema de aquecimento, estando a barra apenas em contacto com o sistema de arrefecimento.




(Figura 2: Esquema da montagem para o regime variável)

## References

[1] Guia de objetivos do trabalho, Professor João Figueirinhas

[2] Apontamentos das aulas teóricas