Corpo Negro

Gonçalo Quinta nº 65680, Fernando Rodrigues nº66326, Teresa Jorge nº65722 e Vera Patrício nº65726

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica
Mestrado Integrado em Engenheria Física Tecnológica 2009/2010
Instituto Superior Técnico (IST)

(Dated: 17 de Abril de 2010)

Foi estudada a radiação de um corpo negro usando como modelo uma lâmpada de filamento de tugnsténio. A constante de Wien calculada foi de (4,21761±0,63870) E-03 mK. Foi feito um ajuste gráfico dos pontos experimentais à lei de Planck, que se ajustou parcialmente aos resultados obtidos. A partir do ajuste gráfico à lei de Stefan foi obtida uma dependência da (4.8274 ± 0.2491) e potência da temperatura e um valor do produto $\epsilon\sigma$ de 1.478E-08.**EVENTUALMENTE TEM QUE SER MUDADO**. A partir do valor correcto de σ obtemos um ϵ para o filamento de 0,26. As leis de Kirchoff foram verificadas experimentalmente.

I. INTRODUÇÃO

Um corpo negro é definido como um objecto que absorve toda a radiação que sobre ele inside, emitindo apenas em função da sua temperatura. O modelo usado para o descrever é o de uma cavidade com uma pequena abertura, estando as suas paredes revestidas de osciladores electromagnéticos. A radiação que entra pela abertura é reflectida sucessivamente nas suas paredes, até ser totalmente absorvida e se atingir o equilíbrio térmico. Nesse caso, a radiação emitida pela cavidade depende apenas da temperatura das suas paredes, já que que é originada apenas pelos osciladores, sendo contínua em todo o espectro [1]. O presente trabalho destina-se a estudar algumas das propriedades dessa radiação.

Para o estudo da energia absorvida, define-se a grandeza aborvância como:

$$Q = \frac{E_{abs}}{E_{inc}} \tag{1}$$

E_{abs} - Energia absorvida (J)
E_{inc} - Energia incidente (J)

Pela definição de corpo negro acima exposta se tem que a sua absorvância será 1. Já para o estudo da energia emitida se tem a emissividade definida como

$$e = \frac{I}{I_n} \tag{2}$$

I - Potência emitida por unidade de área (W/m)
I_n - Potência emitida por unidade de área por um corpo negro à mesma temperatura (W/m)

em que I_n corresponde ao máximo que é possivel irradiar, pelo que $e \leq 1$, sendo o caso limite (igual a 1) o do corpo negro. Na verdade, esta grandeza depende da temperatura do corpo, do ângulo de emissão e do comprimento de onda analisado, mas irá assumir-se que é constante. O teorema de Kirchoff relaciona estas duas quantidades, afirmando que, em equilibrio térmico, a emissividade e absorvância de um corpo são iguais. [2] Pode-se assim afirmar que materiais que são bons reflectores emitirão pouco e vice-versa.

Experimentalmente, sabe-se que a potência irradiada por área por um corpo negro vai apenas depender da sua temperatura, pela relação conhecida como lei de Stefan-Boltzmann [4]

$$I_n = \sigma T^4 \tag{3}$$

σ - constante de Stefan-Boltzmannn $= 5,670400 \times 10^{-8} Js^{-1}m^{-2}K^{-4}$
ou, para corpos que não sejam negros, obtém-se directamente de (2) que

$$I_n = e\sigma T^4 \tag{4}$$

de onde se conclui que a energia irradiada por um corpo negro e outro qualquer difere apenas na intensidade. Ainda por vias experimentais, é sabido que o comprimento de onda da energia emitida para a qual a intensidade é máxima, se relaciona com a temperatura do corpo pela relação conhecida como lei de Wien [3]

$$\lambda_{max} = \frac{B}{T} \tag{5}$$

B - Constante de Wien = $2.8977685 \times 10^{-3} mK$

que explica o facto dos corpos exibirem cores diferentes consoante a temperatura a que se encontram.

No final do séc.XIX, conhecidas estas duas leis, tentou-se explicar o comportamento da radiação emitida pelo corpo negro, tendo-se chegado à expressão clássica

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \tag{6}$$

U_ν - Densidade de energia emitida numa dada frequência (W/m^3)
ν - Frequência da radiação emitida (Hz)
c - velocidade da luz no vácuo (m/s)
k - constante de Stefan-Boltzman ($Js^{-1}m^{-2}K^{-4}$)
T - temperatura do corpo (K)

também conhecida como lei de Rayleigh-Jeans. No entanto, embora a expressão estivesse aproximadamente de acordo com os resultados experimentais para $\lambda \to \infty$, o mesmo não se verificava no limite $\lambda \to 0$, visto que se previa uma intensidade infinita quando na verdade era nula.

Foi Planck que ultrapassou esta dificuldade, conhecida como catástrofe do ultravioleta, propondo o que viria a constituir a base do modelo quântico, assumindo que para cada frequência só seriam possíveis determinados valores de energia, contrariamente ao espectro contínuo clássico. Assim, a densidade de energia por frequência seguiria a chamada distribuição de Planck, dada por:

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \tag{7}$$

h - constante de Planck $= 6,626 \times 10^{-34}$ (J/s)

Esta expressão está de perfeito acordo com os dados experimentais, sendo possível reencontrar a lei de Wien, dada pelo ponto nulo da primeira derivada, e de Stefan-Boltzman, que corresponde à sua integração em todos os comprimentos de onda. Deste modo, é também possivel encontrar os valores das constantes

$$B = \frac{hc}{4,96k} \quad \text{e} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^5h^5} \tag{8}$$

II. EXPERIÊNCIA REALIZADA

A. Verificação da lei de Planck e de Wien

O equipamento utilizado encontra-se esquematizado na figura 1:

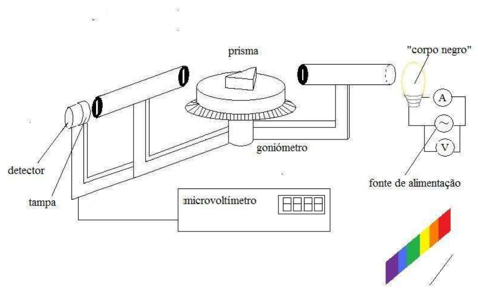

Figura 1. Esquema de montagem para a determinação da intensidade por comprimento de onda

É necessário calibrar o goniómetro para as medições do ângulo δ, definido como o ângulo entre o feixe refractado e a normal à face de refracção do prisma. Este ângulo é calculado fazendo a diferença entre o ângulo inicialmente obtido através do alinhamento do feixe reflectido com o feixe incidente, e o ângulo registado para cada medição. Já o ângulo θ, constante ao longo de todas as medições, é obtido fixando uma posição para o prisma, **que neste caso corresponde ao alinhamento para a radiação verde** (verificar!).

Para determinar a temperatura do filamento da lâmpada de tungsténio recorre-se a uma tabela, que a cada razão

$$\frac{R(T)}{R(292.35)} \tag{9}$$

R(T) - Resistência da lâmpada à temperatura T (Ω)

associa um valor de temperatura, extrapolando-se valores por interpolação linear. O valor de $R(T)$ é obtido através da lei de Ohm, utilizando os valores da tensão e corrente eléctrica medidos no circuito.

Concluídas as preparações, desloca-se o braço do goniómetro até se observar a região do verde do espectro visível a incidir na abertura do detector, medindo-se o ângulo correspondente. De seguida altera-se sucessivamente a posição do detector, registando-se as intensidades referentes a diferentes comprimentos de onda. As medições terminam quando as intensidades deixam de ser significativas, confirmando-se sempre a validade de cada medição, ao verificar-se que a intensidade lida para a lente com cobertura é inferior a 0.3×10^{-5} V. Este procedimento é efectuado para uma tensão de 6, 9 e 12 V, tendo o cuidado de deixar estabilizar a temperatura da lâmpada para cada valor de voltagem.

Os dados de intensidade em função do comprimento de onda são posteriormente normalizados e representados num gráfico juntamente com a curva teórica esperada e normalizada do corpo negro, regida pela distribuição de Planck,

$$I_\lambda \Delta\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{KT\lambda}}-1}\Delta\lambda \tag{10}$$

comparando-se graficamente a validade dos resultados obtidos. Relativamente à verificação da lei de Wien (5), são seleccionados os comprimentos de onda correspondentes a cada intensidade máxima, traçando-se um gráfico destes em função da temperatura a que o corpo negro se encontra para cada uma.

Todos os comprimentos de onda são calculados a partir da expressão

$$n = \sqrt{sin(\theta)^2 + (\frac{sin(\alpha+\theta+\delta) + cos(\alpha)sin(\theta))}{sin(\alpha)})^2} \tag{11}$$

θ - ângulo de incidência
α - ângulo interior do prisma
δ - ângulo de refracção

que permite encontrar o comprimento de onda correspondente para cada n, recorrendo novamente à interpolação linear de valores de uma tabela dada.

B. Verificação da lei de Stefan-Boltzmann

Utilizando a montagem da figura 2, dada uma distância fixa, a intensidade total da luz radiada é medida para diferentes tensões aplicadas, que correspondem a diferentes temperaturas da lâmpada. A lei de Stefan-Boltzmann verifica-se graficamente, ajustando as intensidades e respectivas temperaturas obtidas à forma logarítmica de (4)

$$\log(I) = \log(e\sigma) + 4\log(T) \tag{12}$$

A constante de Stefan-Boltzmann obtém-se a partir da ordenada na origem e o declive 4 surge devido à dependência na quarta potência da temperatura.

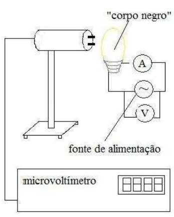

Figura 2. Esquema de montagem para a determinação da intensidade total

C. Verificação da lei de Kirchoff

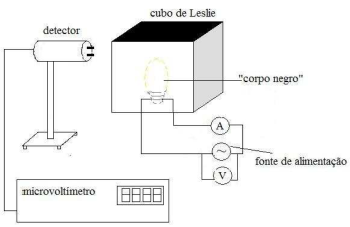

Figura 3. Esquema de montagem para comparação de emissividades

A confirmação da lei de Kirchoff é feita recorrendo a um cubo de Leslie: um cubo com 4 faces laterais revestidas com diferentes materiais - preto, metálico, branco e branco fosca - que têm diferentes poderes de absorção e de emissão. Para uma dada temperatura, é registada a intensidade de radiação emitida por cada face para uma posterior comparação.

III. RESULTADOS

Na calibragem do prisma, foi medido um ângulo de incidência normal e perto do desvio mínimo de, respectivamente, (239º 30' ± 2") e (194º 60' ± 2"). Considerou-se o ângulo interior do prisma (α) igual a 60º, sem erro de leitura.

Tabela I. Dados da corrente e tensão da lâmpada para determinação da temperatura do seu filamento

V (V)	e_V(V)	I (A)	e_I(A)
6,01	0,01	1,17	0,01
9,11	0,01	1,45	0,01
12,16	0,01	1,68	0,01

IV. ANÁLISE DOS RESULTADOS

V. CONCLUSÃO E CRÍTICAS

[1] *Introdução à Física* by J. D. Deus, *et al.*, McGraw-Hill, 2000
[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Kirchhoff's_law_of_thermal_radiation
[3] http://en.wikipedia.org/wiki/Wien's_displacement_law
[4] http://en.wikipedia.org/wiki/Stefan-Boltzmann_law

Tabela II. Dados da intensidade para diferentes tensões aplicadas à lampada

$V_{lampada}$(V) [a]	$I_{lampada}$(A) [b]	I(V) [c]
5,1	1,08	0,00405
6	1,17	0,00634
7,08	1,28	0,00826
8,06	1,36	0,01019
9,1	1,45	0,01247
10,03	1,53	0,01458
11,1	1,61	0,01725
12,01	1,68	0,01961

[a] Erro = ± 0,01 V
[b] Erro = ± 0,01 A
[c] Erro = ± 0,3 × 10^{-5} V