

Determinação da Condutividade Térmica do Alúminio

Tiago Frederico N°63422, Maria Vilelas N°63438, Lúcia Carreira N°63439

Nesta actividade experimental pretende-se determinar a condutividade térmica do alumínio por dois métodos distintos. Através da análise do fluxo de calor numa barra de alumínio em regime estacionário e depois em regime variável.

Introdução

Os três mecanismos essenciais de transporte de calor são a radiação, a convecção e a condução (analisado em promenor mais à frente). O transporte de calor por radiação faz-se através de ondas electromagnéticas, não havendo por isso necessidade de um meio material como suporte. O transporte por convecção é normalmente o mais importante quando o meio em que se encontra é um fluido. Neste transporte, o corpo está em contacto com o fluido que se encontra a uma temperatura diferente. O fluido directamente em contacto com o corpo é constantemente renovado devido a alterações nas suas propriedades, efeito da transferência de calor. Estabelecem-se assim, as correntes de convecção, em que as camadas do fluido a diferentes temperaturas circulam. A transmissão de calor por condução é própria de meios sólidos. As entidades responsáveis por este transporte são os electrões de condução e/ou as vibrações da rede cristalina.

Lei de Fourier:

$$\vec{J}_Q \equiv -K\vec{\nabla}T$$

Seja $J(\vec{Q})$ a energia por unidade de área e por unidade de tempo, que é estabelecida na barra devido à diferença de temperaturas entre dois pontos da mesma, e sendo K uma constante característica do material. A quantidade de calor cedida ou absorvida, por unidade de tempo, é igual ao produto da massa do corpo pelo calor específico e pela variação da temperatura.

$$\frac{dQ}{dt} = -mc \frac{dT_i}{dt} = - \int_v \rho c \frac{dT_i}{dt} dv$$

Obtendo-se a equação diferencial que descreve a condução térmica:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{k}{\rho c} \Delta^2 T$$

I. REGIME ESTACIONÁRIO

Como se trata de um ensaio em que a temperatura é considerada invariável ao longo do tempo, consideremos $\Delta^2 T = 0$ e consideremos também o caso em que a temperatura é unidimensional, $T(\vec{r}) = T(x)$.

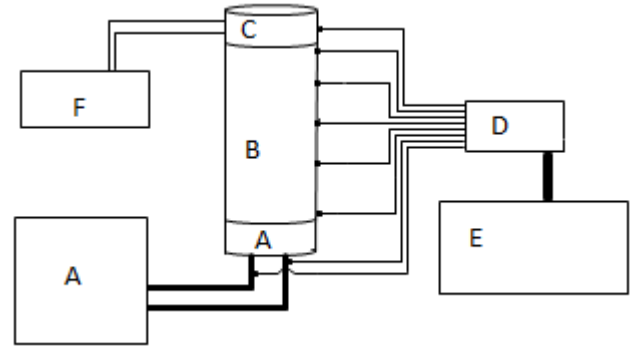
A potência que entra na barra de alumínio é igual à potência imposta pela tensão aplicada ao sistema de aquecimento, $P_1 = v_1 I_1$, e sendo a potência na barra de alumínio,

$$P_S = S J_Q = S k \frac{dT}{dx} = S k \frac{T_1 - T_2}{L}$$

ordenando em ordem a k ,

$$k = \frac{P_S}{\frac{T_1 - T_2}{L} S}$$

Experiência Realizada



Esquema 1 - Montagem.

Legenda:

- A: sistema de arrefecimento, composto pelo cilindro em contacto directo com o alumínio, pelo líquido circulante e pelo reservatório;
 - B: barra de alumínio, com 4 cm^2 de sessão e 12 cm de comprimento;
 - C: sistema de aquecimento eléctrico;
 - D: placa de aquisição de dados;
 - E: computador;
 - F: fonte de tensão contínua;
- O esquema 1 descreve a montagem utilizada para a experiência.

O cilindro de alumínio encontra-se ligado, na parte superior, ao sistema de aquecimento, que é composto por um conjunto de resistências, e na parte inferior por um sistema de arrefecimento. Os sensores de temperatura, localizados na unidade de aquecimento, na unidade de arrefecimento, ao longo da barra (cinco sensores, espaçados 2,5 cm entre si), um à entrada do fluido de arrefecimento e outro à saída. Estes sensores ligam ao computador através de um sistema de aquisição de dados e o computador faz a converção das voltagens em temperaturas.

Na primeira parte da experiência analisa-se o sistema em regime estacionário. Para isso é necessário aplicar uma tensão eficaz no sistema de aquecimento (faz-se para duas tensões eficazes diferentes, 20 e 25 V), de modo a fornecer ao sistema um fluxo de energia contínuo ao longo do tempo. É importante que o fluido de refrigeração esteja em circulação e medir o fluxo do fluido de 30 em 30 minutos. Para se atingir o regime estacionário é necessário que a temperatura estabilize.

Para o regime variável utiliza-se a mesma montagem, retirando a unidade de aquecimento e utilizando outro programa de aquisição das temperaturas, para que este registre as variações da temperatura ao longo do tempo.

Resultados Obtidos

I. ESTUDO DO REGIME ESTACIONÁRIO

Δm (Kg)	$e_{\Delta m}$ (Kg)	Δt (s)	$e_{\Delta t}$ (s)
0.1	1×10^{-4}	71	0.5
0.1	1×10^{-4}	69	0.5
0.1	1×10^{-4}	70	0.5
0.1	1×10^{-4}	69	0.5
0.1	1×10^{-4}	69	0.5

Tabela II.

Caudal _{médio} (Kg.s ⁻¹)	e_{Caudal} (Kg.s ⁻¹)
1.44×10^{-3}	1.18×10^{-5}

Tabela II.A. Cálculo do caudal médio através dos valores da Tabela II.

	e
V (V)	11.06
I (A)	0.03

Tabela I2.

	(°C)	e_T (°C)
T ₁	46.3	0.025
T ₂	43.2	0.047
T ₃	39.1	0.056
T ₄	34.4	0.35
T ₅	30.3	0.065
T _{FF}	24.3	0.023
T _{H₂O_s}	22.7	0.015
T _{H₂O_e}	21.2	0.35
T _{FQ}	55.3	0.52

Tabela I2A. Diferentes valores de temperatura para uma tensão de 11.06 V.

	e
V (V)	15.98
I (A)	0.03

Tabela I3.

	(°C)	e_T (°C)
T ₁	73.3	0.06
T ₂	66.37	0.098
T ₃	57.38	0.1
T ₄	47.45	0.6
T ₅	40.86	0.12
T _{FF}	29.31	0.05
T _{H₂O_s}	25.08	0.34
T _{H₂O_e}	21.78	0.72
T _{FQ}	92.08	0.89

Tabela I3A. Diferentes valores de temperatura para uma tensão de 15.98 V.

II. ESTUDO DO REGIME VARIÁVEL

Análise dos Resultados

I. ESTUDO DO REGIME ESTACIONÁRIO

Utilizando os valores das temperaturas das tabelas I2A e I3A é possível encontrar um gráfico da temperatura em

função da posição. A partir desses gráficos pode-se calcular o gradiente médio da temperatura, T , que é dado pelo declive da recta.

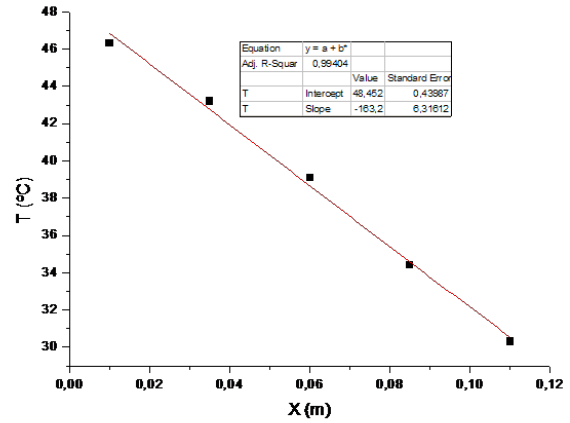


Gráfico 1. Temperatura¹ em função da posição para uma tensão igual a 11.06V.

Observa-se a partir deste gráfico que

$$\nabla T = -163.2 \pm 6.3 K m^{-1}.$$

Através dos valores da tensão e da intensidade de corrente, pode-se encontrar a potência fornecida pela fonte quente enquanto que utilizando os valores do caudal médio e das temperaturas de entrada e de saída da água pode-se encontrar a potência fornecida à fonte fria.

$$P_{FQ} = 14.38 \pm 0.37 W$$

$$P_{FF} = 9.01 \pm 2.27 W$$

Pode-se assim encontrar a potência perdida para o exterior:

$$P_P = P_{FQ} - P_{FF} = 5.37 \pm 2.64 W$$

Através da *Lei de Fourier* pode-se encontrar a seguinte relação:

$$\frac{P}{S} = k \nabla T \quad (I1)$$

de onde se pode facilmente encontrar k considerando que o fluxo de calor na barra inclui toda a potência fornecida à unidade de aquecimento. Sabendo que $S = 4 cm^2$ e que P é a potência fornecida pela fonte quente encontra-se

$$k = 220 \pm 14.2 W K^{-1} m^{-1}.$$

Este valor afasta-se consideravelmente do valor teórico, $k = 237 W K^{-1} m^{-1}$, mesmo contado com o intervalo do erro.

Será por isso considerado outro modelo para a determinação de k . À semelhança do cálculo da resistência Ohmica, a resistência existente pode ser calculada através da expressão

$$R_{barra} \simeq \frac{1}{k} \frac{l}{S} \quad (I2)$$

¹Note-se que o facto de a temperatura estar em °C não vai influenciar o declive dos gráficos. Como $1 K = 1^\circ C + 273.15$, o factor 273.15 apenas iria deslocar a recta para cima não alterando o seu declive.

onde l é o comprimento da barra. Contudo, as temperaturas das fontes quente e fria não é igual às temperaturas de T_1 e T_5 , respectivamente. É por isso necessário recorrer à extrapolação do gráfico 1 para calcular T_0 e T_L que são as temperaturas das junções da barra com os sistemas de arrefecimento e aquecimento, respectivamente.

$$\frac{T_0(^{\circ}C)}{29.1 \pm 0.2} \quad \frac{T_L(^{\circ}C)}{47.2 \pm 0.2}$$

Sendo conhecidos os valores de T_0 e T_L pode-se calcular k através de (I2) e sabendo que a resistência térmica na barra de alumínio é dada por

$$R_{barra} = \frac{T_L - T_0}{P} \quad (I3)$$

$$k = 238.31 \pm 11.4WK^{-1}m^{-1}$$

Este valor está bastante próximo do valor teórico. Contudo, seria de esperar que o modelo anterior fosse melhor do que este uma vez que recorre amais pontos experimentais.

Por fim podem-se calcular as resistências térmicas das junções da barra com os sistemas de aquecimento e arrefecimento, R_a e R_b , respectivamente. Estas são dadas por

$$R_a = \frac{T_{FQ} - T_L}{P}, R_b = \frac{T_0 - T_{FF}}{P} \quad (I4)$$

de onde se obtém

$$R_a = 0.56 \pm 0.065KW^{-1}$$

$$R_b = 0.53 \pm 0.16KW^{-1}.$$

Repetindo o mesmo procedimento para as temperaturas originadas pelos 15.98V adquire-se o seguinte gráfico:

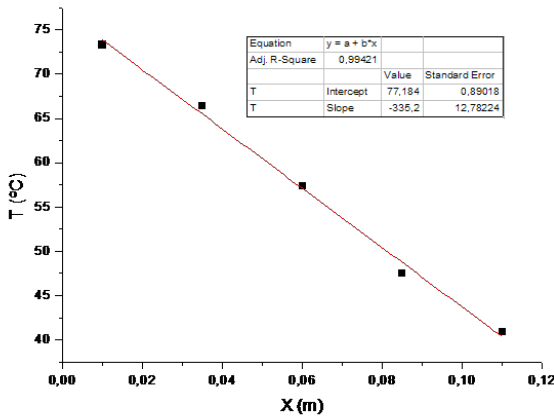


Gráfico 2. Temperatura em função da posição para uma tensão igual a 15.98V.

Da mesma maneira, tem-se

$$\nabla T = -335.2 \pm 12.8Km^{-1}.$$

Do mesmo modo, encontra-se os seguintes valores para as potências das fontes quente e fria e potência perdida para o exterior:

$$P_{FQ} = 27.17 \pm 0.53W$$

$$P_{FF} = 19.82 \pm 2.35W$$

$$P_P = 7.34 \pm 2.9W$$

Desta forma e utilizando (I1) é possível obter

$$k = 203 \pm 12.5WK^{-1}m^{-1}.$$

Tal como para a tensão anterior, o valor de k calculado através do gradiente de temperatura é inferior ao valor teórico, mesmo contando com o erro experimental. Será por isso necessário recorrer ao mesmo modelo utilizado anteriormente. Utilizando (I2) e (I3) e recorrendo novamente à extrapolação para encontrar os valores de T_0 e T_L encontram-se os seguintes valores:

$$\frac{T_0(^{\circ}C)}{40.1 \pm 0.2} \quad \frac{T_L(^{\circ}C)}{75.2 \pm 0.2}$$

$$k = 232 \pm 7.2WK^{-1}m^{-1}.$$

Este valor aproxima-se masi do valor teórico do que o anterior, tal como aconteceu para V=11.06V.

Podem-se por fim calcular os valores para as resistências térmicas das junções da barra utilizando novamente as expressões (I4):

$$R_a = 0.62 \pm 0.05KW^{-1}$$

$$R_b = 0.54 \pm 0.08KW^{-1}.$$

II. ESTUDO DO REGIME VARIÁVEL

Utilizando os dados da Tabela II.1 calculou-se o polinómio interpolador $T(x,t)$, função que representa a temperatura ao longo da barra.

O polinómio é do tipo

$$T(x, t1) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4.$$

Os coeficientes são calculados através da de uma expressão do tipo:

$$f_{n+1} = \frac{f_n(x_{i+1}) - f_n(x_i)}{x_{i+1} - x_i},$$

ou seja, a aproximação de uma derivada.

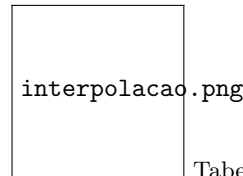


Tabela II.3 - Cálculo dos coeficientes do polinómio interpolador.

O polinómio interpolador é, portanto,

$$T(x, t1) = 8539.05x^4 - 2331.31x^3 + 252.36x^2 - 18.98x + 26.1.$$

Para determinar χ pela expressão (??) é necessário calcular a segunda derivada de T em ordem a x (a) e a derivada de T em ordem a t (b).

Para (a) o resultado obtido a partir do polinómio interpolador é

$$T''(x, t_1) = 102588.57.12x^2 - 13987.83x + 504.71.$$

$\frac{\partial^2 T(x_3)}{\partial x^2}$		
$617,9 \cdot 10^{-1}$		

Tabela II.4 - Cálculo da segunda derivada de T em ordem a x .

Para (b) faz-se uma aproximação da seguinte forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\Delta T}{\Delta t} \Big|_{x_3}.$$

e utiliza-se o ponto $x_3 = 0.050m$ e os dados das Tabelas II.1 e II.2 no cálculo.

$t_1 + \Delta t$	$t_1 - \Delta t$	$\Delta T(^{\circ}C)$	$\frac{\partial T}{\partial t} 1$	$\frac{\partial T}{\partial t} 2$
1595,58	124,81	1	$626,7 \cdot 10^{-6}$	$801,2 \cdot 10^{-5}$

Tabela II.5 - Cálculo da derivada parcial de T em ordem a t .

A partir dos resultados anteriores calcula-se χ .

$\chi 1$	$\chi 2$	$\rho_{Al}(Kg/m^3)$	$c_{Al}(JKg^{-1}K^{-1})$	$l(m)$
$101,4 \cdot 10^{-7}$	$129,7 \cdot 10^{-6}$	2697	900	0,12

Tabela II.6 - Cálculo da condutividade térmica DÚVIDA.

A partir da fórmula (??) obtém-se que:

$$U1 = 205,16Wm^{-1}K^{-1}$$

$$U2 = 2622,76Wm^{-1}K^{-1}. \text{ em ultimo caso desprezar.}$$

Conclusões

I. ESTUDO DO REGIME ESTACIONÁRIO

Nesta parte da experiência calculou-se a condutividade térmica do alumínio partindo de um regime estacionário utilizando dois valores de tensão diferentes, 11.06V e 15.98V. k foi calculado de duas maneiras diferentes: através do gradiente de temperatura e através da diferença de temperatura nos extremos da barra. Uma vez que o primeiro método tem em consideração mais pontos experimentais seria de esperar que fosse mais exacto que o segundo. Contudo, não é isso que se verifica.

i	11.06V	15.98V
$k_1 (WK^{-1}m^{-1})$	220 ± 14.2	203 ± 12.5
$k_2 (WK^{-1}m^{-1})$	238.31 ± 11.4	232 ± 7.2

Tabela 1. Valores experimentais de k para as diferentes tensões e para dois métodos distintos (1 equivale ao método que utiliza o gradiente de temperatura enquanto que 2 utiliza a diferença de temperatura nos extremos da barra).

Os valores de k para o 1º método são muito inferiores que o valor teórico, mesmo contando com o erro teórico. Tal pode ser devido ao facto de existirem perdas de calor para o exterior. Contudo, ao utilizar-se o 2º método utilizaram-se apenas dois pontos experimentais e o valor de k deu próximo do valor teórico e dentro do intervalo do erro experimental. Pode-se observar também que o aumento de tensão implica um aumento de temperatura e que por sua vez resulta num afastamento dos valores experimentais do valor teórico. Uma explicação para estes resultados é o facto de

a barra não ser de alumínio puro, o que influencia o valor de k , e o facto de a condutividade térmica variar com a temperatura. Relativamente à resistência térmica da barra observa-se que o seu valor é positivo e diferente de zero. Isto seria de esperar uma vez que o calor que flui pela barra vai aumentar a sua energia interna fazendo com que a energia no topo da barra seja superior à energia da base. Tal facto é previsível devido à Primeira Lei da Termodinâmica.

No que diz respeito às resistências térmicas nas junções da barra com os sistemas de aquecimento e arrefecimento verifica-se que o valor para a primeira é superior ao da segunda. Isto acontece porque a resistência térmica, como o nome indica, depende da temperatura e na junção da barra com o sistema de aquecimento a temperatura é superior do que na do sistema de arrefecimento. Pode-se observar também que essas resistências aumentam com o aumento da tensão, que implica um aumento de temperatura.

II. ESTUDO DO REGIME VARIÁVEL

Referências

- [1] Figueirinhas, João, *Apontamentos das aulas teóricas*, 2009.
- [2] Deus, J. D., Pimenta, M., Noronha, A., Peña, T., Brogueira, P., *Introdução à Física*, McGrawHill, 2000.