

Radiação do Corpo negro

LCET/MEFT - 2º ano, 2º Semestre - 2013/2014
Turno de Sexta-feira

Professor João Figueirinhas

Grupo D

João Lourenço (75382)/ Miguel Mora (75399)/ Miguel Levy (75516)/ Ana Almeida (75986)

04/04/2014

Resumo

Neste trabalho, obteve-se o espectro de emissão de um modelo do corpo negro para três temperaturas, determinou-se a constante de Wien e verificou a lei de Planck. Estudou-se a variação da intensidade da radiação emitida pelo corpo negro em função da sua temperatura absoluta, verificando-se lei de radiação de Stefan. Por fim, recorrendo ao cubo de Leslie, comparou-se as emissividades de diferentes superfícies para a mesma temperatura.

1 Introdução

Um corpo negro tem a particularidade de absorver toda a potência que nele incide. Embora não se conheçam corpos negros perfeitos, existem alguns que se comportam de maneira similar. Assim sendo, é necessário o conhecimento de algumas leis que caracterizam estes corpos.

Lei de Kirchhoff

Para um corpo arbitrário temos que o seu poder de absorção é:

$$Q = \frac{P_a}{P_i} \quad (1)$$

onde P_a é a potência absorvida e P_i é a potência que nele incide. No caso do corpo negro, como este absorve toda a radiação incidente, o seu poder de absorção é $Q_N = 1$.

Define-se também a emissividade de um corpo como:

$$e_C = \frac{Q_C}{Q_N} \quad (2)$$

Tendo como base considerações sobre equilíbrios térmicos, Kirchhoff propôs a seguinte lei empírica:

$$\frac{I_C}{Q_C} = F(T) \quad (3)$$

Onde I_C é o poder emissivo de um corpo. Esta lei conclui que, para uma dada temperatura, corpos que absorvem muita energia emitem muita energia (e corpos que absorvam pouca energia emitem pouca energia).

Lei de Stefan

No caso de um corpo negro, o poder emissivo pode ser dado pela Lei de Stefan

$$I_N = \sigma T^4 \quad (4)$$

onde $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ms}^{-1}$ é a constante de Stefan e T a temperatura do corpo. Aplicando as expressões 2 e 3 a esta, encontra-se a Lei de Stefan para qualquer corpo:

$$I_C = e_C \sigma T^4 \quad (5)$$

Lei de Wien

A partir da lei de Stefan, conclui-se que a emissão de radiação por um corpo negro depende apenas da sua temperatura, quando este se encontra em equilíbrio térmico. Desta análise, chega-se à Lei de Wien:

$$\lambda_{max} T = b \quad (6)$$

onde λ_{max} representa o comprimento de onda para o qual o poder emissivo é máximo, T a temperatura e $b = 2,90 \times 10^{-3} \text{mK}$ a constante de Wien.

Lei de Planck

Um modelo que simula o comportamento de um corpo negro é o de um volume que contenha uma cavidade extremamente pequena. Se a cavidade for considerada uma quantidade infinitesimal, então toda a radiação que entra no volume não sai deste, comportando-se como um corpo negro. Por outro lado, a radiação que está “presa” no interior do volume encontra-se em equilíbrio com os átomos das paredes deste. Deste modo, a potência que a radiação fornece aos átomos é igual à por estes radiada. Planck descobriu que, sendo os átomos osciladores harmónicos, só podiam apresentar energias múltiplas da fundamental, chegando assim à seguinte lei:

$$I_\lambda \Delta\lambda = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1} \Delta\lambda \quad (7)$$

onde I_λ representa a intensidade da radiação emitida por unidade de área associada ao comprimento de onda λ , $c = 3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$ é a velocidade da luz no vácuo, $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{JK}^{-1}$ é a constante de Planck, $k_B = 1,381 \times 10^{-23}$ é a constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta.

2 Montagem e Proctocolo experimental

I - Lei de Planck e do deslocamento de Wien

1. Faça a montagem presente na figura 1:

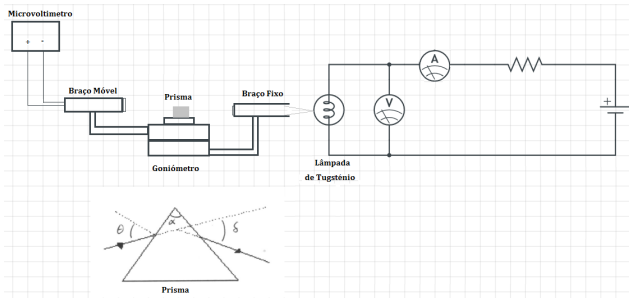


Figura 1: Montagem experimental.

2. Ajuste a fonte de tensão por forma a medir (no voltímetro) $V = 10V$;
3. Coloque sobre a lente de saída (braço fixo) a máscara de fenda vertical;
4. Meça θ_1 (ângulo de incidência para o qual o prisma se encontra normal ao feixe de luz), ou seja faça a luz refletida incidir sobre a fenda;
5. Retire a fenda e coloque o prisma no ângulo de desvio mínimo para a gama do vermelho (θ_{desvio}) fazendo incidir a radiação refractada na parede;
6. Desvie ligeiramente o prisma e fixe essa posição (θ_2);
7. Ajuste a tensão para $12V$;
8. Retire as coberturas da lente do braço móvel e entrada do detector;
9. Rode o braço móvel até à gama verde, por forma a que esta incida na abertura;
10. Coloque as coberturas e com o microvoltímetro na escala mais sensível, faça reset por forma a anular o ruído térmico (quando o valor apresentado com o detector coberto for maior que $0,3 \times 10^{-5}V$, repita a medição);
11. Mova lentamente o braço (realize medições nos 20° e 40° de cada grau), registre os valores do ângulo (δ_2) e tensões;
12. Determine o ângulo de máxima intensidade (δ_{max});
13. Realize os passos 8-12 para valores de tensão de $9V$ e $6V$;
14. Meça o ângulo de intensidade máxima sem prisma (δ_1);
15. Analise os resultados:
 - i) Determine as temperaturas de trabalho utilizadas no filamento, recorrendo à tabela presente no laboratório, fazendo o cálculo $R(T)/R(292,35)$ e verificando a temperatura para $12V$, $9V$ e $6V$;
 - ii) Calcule $\theta = \theta_2 - \theta_1$;
 - iii) Calcule $\delta = \delta_2 - \delta_1$;
 - iv) Com os valores de θ e δ calcule n a partir da expressão 8:

$$n = \sqrt{\sin^2(\theta) + \frac{(\sin(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha) \sin(\theta))^2}{\sin^2(\theta)}} \quad (8)$$
 - v) Com os valores de n e a partir da tabela fornecida no laboratório, interpole os comprimentos de onda (λ);
 - vi) Trace a curva $I(\lambda)$ correspondente à expressão 7 e represente os pontos experimentais;
 - viii) Faça a representação gráfica do comprimento de onda, correspondente à intensidade máxima em função do inverso da temperatura ($\lambda(\frac{1}{T})$);
 - ix) Determine a constante de Wien.

II - Lei de Stefan

1. Faça as modificações presentes na figura 2:

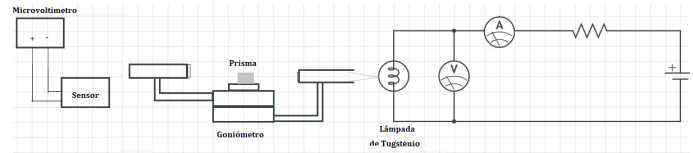


Figura 2: Montagem experimental - parte II.

2. Coloque o detector/sensor a uma distância fixa da lâmpada;
3. Meça intensidades da radiação emitida para valores de tensão na lâmpada de $5-12V$;
4. Determine as temperaturas de trabalho para cada caso;
5. Represente graficamente $\ln(I)$ vs $\ln(T)$;
6. Determine o declive da recta obtida.

III - Cubo de Leslie

1. Realize a montagem correspondente à figura 3:

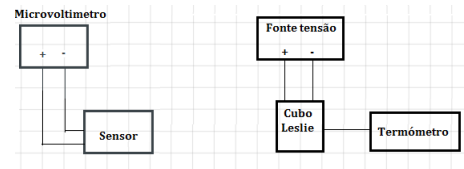


Figura 3: Montagem experimental - parte III.

2. Coloque o detector a uma distância fixa do cubo e a fonte de alimentação a $\frac{3}{4}$ do máximo;
3. Com a temperatura estabilizada, registre o seu valor;
4. Registe as medidas de intensidade de radiação emitida por todas as faces do cubo;
5. Realize os passos anteriores para a alimentação máxima do cubo;
6. Obtenha as emissividades de cada face do cubo;

3 Análise de Resultados

3.1 Lei de Plank e Deslocamento de Wien

Primeiramente, mediu-se o ângulo para o qual o feixe reflectido coincidia com o incidente (θ_1).

Depois de encontrado o ângulo de desvio mínimo, e desviando ligeiramente o braço dessa posição obteve-se θ_2 , sendo possível determinar θ :

$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$
$240,058 \pm 0,008$	$281,158 \pm 0,008$	$41,100 \pm 0,016$

Tabela 1: Valores de θ_1 , θ_2 e θ .

Para três valores distintos de tensão, determinaram-se as temperaturas do filamento através da tabela disponível na página da cadeira ("tab2.pdf"), que relaciona $R(T)/R(296,15K)$ com a temperatura, sendo $R(T) = \frac{V}{I}$, o que permite a determinação da temperatura por interpolação, vindo:

V (V)	R(T) (Ω)	R(292,35) (Ω)	T (K)
$12,77 \pm 0,01$	$7,234 \pm 0,009$		2434 ± 1
$9,28 \pm 0,01$	$6,21 \pm 0,01$	$0,4911$	2174 ± 1
$6,21 \pm 0,01$	$5,10 \pm 0,01$		1874 ± 2

Tabela 2: Valores utilizados para a determinação da temperatura do filamento para cada valor de tensão.

Para cada temperatura, realizaram-se medições que variam o espectro (começando no verde até as medições deixarem de ser significativas), obtendo-se valores de δ_2 e as respectivas tensões à saída, bem como o ângulo de intensidade máxima (δ_{max}).

No final, sem o prisma, mediu-se o ângulo no goniômetro quando o sensor está na direção do feixe incidente ($\delta_1 = 274, 717 \pm 0,008^\circ$).

$T(K)$	$\delta_{max}(^\circ)$	$\lambda_{max}(m)$
2434 ± 1	$49,592 \pm 0,017$	$1,2659 \times 10^{-6}$
2174 ± 1	$49,433 \pm 0,017$	$1,3500 \times 10^{-6}$
1874 ± 2	$49,100 \pm 0,017$	$1,5767 \times 10^{-6}$

Tabela 3: Valores de δ para os quais a tensão emitida medida pelo detector é máxima e respectivas tensões.

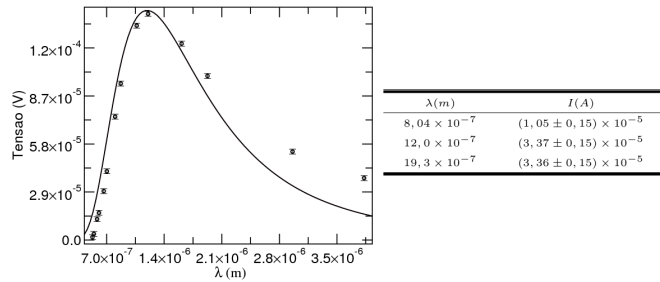
Depois de se calcular os δ a partir de δ_2 , utilizou-se a expressão 8 para obter-se n .

Tendo o valor de n para cada ângulo e a partir da tabela disponível na página da cadeira ("tab1.JPG"), interpolou-se λ .

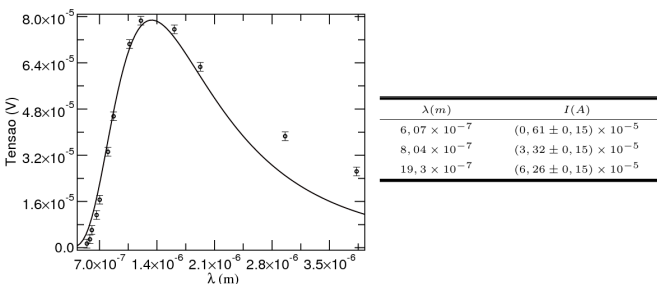
É de notar que a grandeza que medimos foi a tensão da radiação emitida, sendo que esta se encontra relacionada com a intensidade de radiação emitida por $V = Ia$, sendo a uma constante de normalização. A expressão 7 passa a ser dada por:

$$V_\lambda = a \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1} \quad (9)$$

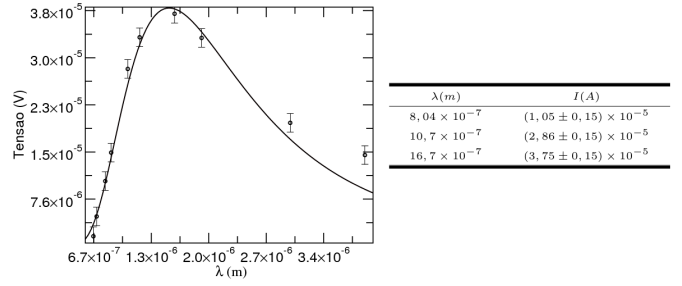
Assim sendo, fez-se uma representação gráfica do perfil de tensão por comprimento de onda (para cada temperatura), sendo apresentada a curva teórica, dada pela expressão 9:



Perfil 1: Curva teórica, segundo a lei de Planck, para $T = 2434 \pm 1(K)$, bem como valores experimentais.



Perfil 2: Curva teórica, segundo a lei de Planck, para $T = 2174 \pm 1(K)$, bem como valores experimentais.



Perfil 3: Curva teórica, segundo a lei de Planck, para $T = 1874 \pm 2(K)$, bem como valores experimentais.

A partir dos valores de λ para os quais a intensidade era máxima (tabela 3), traçou-se um gráfico $\lambda_{max}(\frac{1}{T})$:

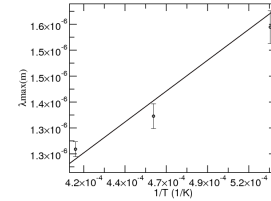


Gráfico 1: Gráfico $\lambda_{max} = b(\frac{1}{T})$, em que $b = (3,021 \pm 0,034) \times 10^{-3}$.

De acordo com a lei de Wien, o valor da constante de proporcionalidade esperado seria $b = 2,898 \times 10^{-3}(mK)$.

No gráfico 1, no qual estão presentes todos os pontos utilizados, obteve-se $b = (3,021 \pm 0,034) \times 10^{-3}(mK)$, sendo que o erro de b não abrange o valor teórico.

3.2 Lei de Stefan

Com o detector de radiação a uma distância fixa, registam-se as tensões de radiação emitida em função das temperaturas, determinadas através das tensões conforme a etapa anterior.

V (V)	R(T)/R(292,35)	T (K)
12,00	14,31 ± 0,03	2383 ± 4
11,50	14,02 ± 0,03	2348 ± 4
11,01	13,73 ± 0,03	2312 ± 4
10,5	13,42 ± 0,04	2273 ± 5
9,99	13,10 ± 0,04	2233 ± 5
9,49	12,78 ± 0,04	2192 ± 5
9,00	12,46 ± 0,04	2151 ± 5
8,49	12,11 ± 0,04	2105 ± 6
8,01	11,76 ± 0,05	2059 ± 6
7,51	11,40 ± 0,05	2011 ± 7
7,01	11,01 ± 0,05	1960 ± 7
6,51	10,62 ± 0,06	1906 ± 8
6,00	10,20 ± 0,06	1848 ± 9
5,51	9,77 ± 0,07	1788 ± 10
5,00	9,30 ± 0,08	1720 ± 11

Tabela 4: Valores utilizados para a determinação da temperatura do filamento para cada valor de tensão.

Utilizando a lei de Stefan (expressão 3), e fazendo o seu logaritmo vem que:

$$\ln(I) = 4\ln(T) + c \quad (10)$$

Recorrendo-se ao fitter, realizou-se o seguinte ajuste:

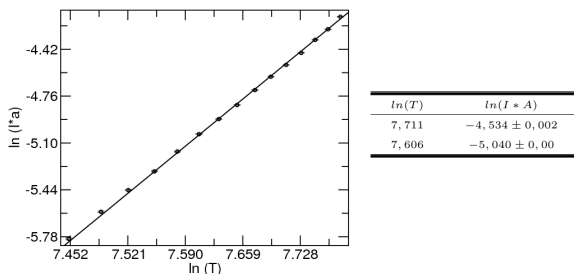


Gráfico 3: Ajuste segundo $\ln(I) = m \ln(T) + b$, em que $m = 4,962 \pm 0,008$ e $b = -42,79 \pm 0,06$.

3.3 Cubo de Leslie

Com o detector de radiação encostado a uma face do cubo de Leslie, estando a temperatura constante, mediu-se a tensão da radiação emitida, realizando-se o mesmo para as restantes 3.

$T_1 = 76 \pm 1(^{\circ}C)$	
Face	V (V)
Branca	$(10,16 \pm 0,01) \times 10^{-3}$
Preta	$(10,16 \pm 0,01) \times 10^{-3}$
Baca	$(2,86 \pm 0,01) \times 10^{-3}$
Espeelhada	$(0,94 \pm 0,01) \times 10^{-3}$
$T_2 = 90 \pm 1(^{\circ}C)$	
Face	V (V)
Branca	$(13,34 \pm 0,01) \times 10^{-3}$
Preta	$(13,37 \pm 0,01) \times 10^{-3}$
Baca	$(3,73 \pm 0,01) \times 10^{-3}$
Espeelhada	$(1,07 \pm 0,01) \times 10^{-3}$

Tabela 5: Tensões medidas para cada face do cubo de Leslie para duas temperaturas distintas.

Será feita na conclusão uma análise qualitativa dos dados obtidos para o cubo de Leslie.

4 Conclusão e Crítica

Antes de mais, é de notar que o aparelho utilizado para medir a intensidade de radiação, nomeadamente a funcionalidade de microvóltmetro do aparelho fornecido, apresentava um erro considerável para valores desta gama de tensão (μV). Este erro era visível não pela precisão fornecida pelo leitor, mas pelo nível de ruído que o aparelho apresentava. Este facto pode alterar significativamente as medições mais baixas. Contudo, isto afecta também as restantes medições na medida em que não era visível um valor estável mas sim uma oscilação entre um gama de valores. Ainda, o facto do mostrador apresentar uma deficiência num dos algarismos, dificultava a leitura, o que pode ser considerado uma fonte de erro.

Uma análise dos gráficos de ajuste para a verificação da lei de Planck revela a validade da lei para as três temperaturas analisadas. Contudo, verifica-se também que existe um desvio entre os pontos obtidos experimentalmente e a função, que não é abrangido pelo intervalo de erro. Isto leva-nos a crer que o erro estimado para os valores de intensidade de radiação foi subvalorizado, possivelmente devido a se ter estimado um erro de leitura da tensão no microvóltmetro demasiado baixo ou não contabilizar a componente subjectiva da medição dos ângulos no goniómetro. É também necessário referir o erro inerente a interpolar linearmente a temperatura e o n assume uma variação linear dentro do intervalo.

A lei de Wien foi também verificada e obteve-se um valor não muito díspar do teórico, não englobado, no entanto, pelo intervalo de erro. A obtenção da constante de Wien requer a medição do λ_{max} que acarreta algumas dificuldades. Um pequeno desvio na medição de um ângulo provoca

uma alteração muito mais significativa nos resultados obtidos. Esta dificuldade torna-se mais revelante na medição do ângulo de intensidade de radiação máximo, visto a diferença deste ângulo para as três temperaturas analisadas ser inferior a 30° . Compreensivelmente, dado as restrições temporais, só se pode realizar o ajuste utilizando três pontos, o que é longe de ideal, pelo que uma maior quantidade de pontos poderia amenizar quaisquer erros pontuais existentes na medida dos ângulos, produzindo um melhor ajuste.

Adicionalmente, é necessário referir que se aproximou a montagem utilizada a um corpo negro, onde se verifica a validade teórica da Lei de Planck e da Lei de Wien. Contudo, a montagem utilizada corresponde apenas a uma aproximação de um corpo negro, o que também contribui desvios entre os valores obtidos e os teóricos de uma forma que não pode ser contabilizada.

Assim, atendendo aos factores mencionados, podemos validar as leis de Planck e Wien através dos resultados obtidos experimentalmente.

A análise do ajuste da Lei de Stefan fornece-nos um declive que se afasta por aproximadamente uma unidade do valor teórico esperado ($m = 4$). Este desvio pode dever-se a factores como a temperatura ser interpolada linearmente. Contudo, isto não deveria introduzir um desvio tão significativo do valor, pelo que é necessário referir que a montagem utilizado reflecte apenas uma aproximação do corpo negro. Em teoria, a realidade que seria observada para o corpo negro implicaria uma emissividade constante, independente da temperatura. Ora, ao aproximarmos a montagem a um corpo negro, despreza-se por completo a realidade que a emissividade da nossa montagem é, de facto, variante com a temperatura. Assim, uma variação de temperatura traduz-se numa alteração da emissividade da montagem e, por conseguinte, do declive experimental proveniente do ajuste linear. No entanto, o desvio entre o valor obtido e o valor experimental é significativo, pelo que não nos é possível excluir a possibilidade de existir uma contribuição de erro ambiental sistemática ou possivelmente uma descalibração do aparelho de medição da intensidade de radiação.

Por último, segue-se à discussão dos resultados obtidos referentes ao Cubo de Leslie. Nesta etapa da experiência, registou-se a intensidade de radiação emitida por cada uma das quatro faces laterais do Cubo de Leslie. Expectavelmente, verificou-se que a face que registou uma menor intensidade de radiação foi a face espeelhada, visto que também absorve menos radiação. Assim, pode-se verificar para este caso a lei de Kirchhoff para este caso. Contudo, em primeira análise seria de esperar que a face preta apresentasse um valor superior à face branca, visto que é geralmente conhecido que "o preto absorve mais que o branco". Embora tal não seja incorrecto, verifica-se apenas para a zona visível do espectro, o que realmente diferencia as duas cores. Tendo em conta o facto que o detector utilizado não actua numa zona do espectro visível, mas sim o infravermelho, entende-se a razão por detrás da aparente contradição (poderíamos afirmar que, se a nossa zona visível fosse o infravermelho, o branco apresentaria a mesma cor que o preto). Assim, é possível analisar qualitativamente a Lei de Kirchhoff, procedendo a verificação idêntica para a temperatura mais elevada, verificando-se apenas um aumento dos valores de intensidade medidos. Contudo, relembra-se a importância de ter o detector encostado às faces do cubo visto que a radiação proveniente da tampa pode provocar um erro nas medidas das outras faces.

5 Referências

- FIGUEIRINHAS, João. "Protocolos dos trabalhos práticos de Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica", 2014 IST
- PAGINA DA CADEIRA DE LCET, "tab1.JPG", <http://www.ciul.ul.pt/figuei/tab1.JPG> (Abril de 2014)
- PAGINA DA CADEIRA DE LCET, "tab2.pdf", <http://www.ciul.ul.pt/figuei/tab2.pdf> (Abril de 2014)
- WIKIPEDIA, "Corpo Negro", http://pt.wikipedia.org/wiki/Corpo_negro (Abril de 2014)