

Corpo Negro

Gonçalo Quinta n^o 65680, Fernando Rodrigues n^o66326, Teresa Jorge n^o65722 e Vera Patrício n^o65726

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica
Mestrado Integrado em Engenharia Física Tecnológica 2009/2010
Instituto Superior Técnico (IST)

(Dated: 20 de Abril de 2010)

Foi estudada a radiação de um corpo negro usando como modelo uma lâmpada de filamento de tungst nio. Foi feito um ajuste gráfico da lei de Planck aos pontos experimentais, que se ajustou aproximadamente. A constante de Wien calculada foi de $(4,21761 \pm 0,63870) \times 10^{-3}$ mK. A partir do ajuste gráfico   lei de Stefan foi obtida uma dependência da temperatura elevada a (4.732 ± 0.09) . As leis de Kirchoff foram verificadas experimentalmente.

I. INTRODUÇÃO

Um corpo negro é definido como um objecto que absorve toda a radiação que sobre ele incide, emitindo apenas em função da sua temperatura. O modelo usado para o descrever é o de uma cavidade com uma pequena abertura, estando as suas paredes revestidas de osciladores electromagnéticos. A radiação que entra pela abertura   reflectida sucessivamente nas suas paredes, até ser totalmente absorvida e se atingir o equilíbrio térmico. Nesse caso, a radiação emitida pela cavidade depende apenas da temperatura das suas paredes, já que é originada apenas pelos osciladores, sendo contínuo em todo o espectro [1]. O presente trabalho destina-se a estudar algumas das propriedades dessa radiação.

Para o estudo da energia absorvida, define-se a grandeza absorv ncia como:

$$Q = \frac{E_{abs}}{E_{inc}} \quad (1)$$

E_{abs} - Energia absorvida (J)

E_{inc} - Energia incidente (J)

Pela definição de corpo negro acima exposta se tem que a sua absorv ncia será 1. Já para o estudo da energia emitida se tem a emissividade definida como

$$e = \frac{I}{I_n} \quad (2)$$

I - Potência emitida por unidade de  rea (W/m)

I_n - I de um corpo negro   mesma temperatura (W/m)

em que I_n corresponde ao máximo que   possível irradiar, pelo que $e \leq 1$, sendo o caso limite (igual a 1) o do corpo negro. Na verdade, esta grandeza depende da temperatura do corpo, do ângulo de emissão e do comprimento de onda analisado, mas irá assumir-se que é constante. O teorema de Kirchoff relaciona estas duas quantidades, afirmando que, em equilíbrio térmico, a emissividade e absorv ncia de um corpo são iguais. [2] Pode-se assim afirmar que materiais que são bons reflectores emitirão pouco e vice-versa.

Experimentalmente, sabe-se que a potência irradiada por área por um corpo negro vai apenas depender da sua temperatura, pela relação conhecida como lei de Stefan-Boltzmann [4]

$$I_n = \sigma T^4 \quad (3)$$

σ - constante de Stefan-Boltzmann = $5,670400 \times 10^{-8} J s^{-1} m^{-2} K^{-4}$

ou, para corpos que não sejam negros, obt m-se directamente de (2) que

$$I_n = e \sigma T^4 \quad (4)$$

de onde se conclui que a energia irradiada por um corpo negro e outro qualquer difere apenas na intensidade. Ainda por vias experimentais, é sabido que o comprimento de onda da energia emitida para a qual a intensidade   máxima, se relaciona com a temperatura do corpo pela relação conhecida como lei de Wien [3]

$$\lambda_{max} = \frac{B}{T} \quad (5)$$

B - Constante de Wien = $2.8977685 \times 10^{-3} mK$

que explica o facto dos corpos exibirem cores diferentes consoante a temperatura a que se encontram.

No final do séc.XIX, conhecidas estas duas leis, tentou-se explicar o comportamento da radiação emitida pelo corpo negro. Embora a teoria clássica estivesse de acordo com os resultados experimentais para $\lambda \rightarrow \infty$, o mesmo não se verificava no limite $\lambda \rightarrow 0$, visto que se previa uma intensidade infinita quando na verdade era nula.

Foi Planck que ultrapassou esta dificuldade, conhecida como catástrofe do ultravioleta, propondo o que viria a constituir a base do modelo quântico, assumindo que para cada frequência são seriam possíveis determinados valores de energia, contrariamente ao espectro contínuo clássico. Assim, a densidade de energia por frequência seguiria a chamada distribuição de Planck, dada por:

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (6)$$

h - constante de Planck = $6,626 \times 10^{-34}$ (J/s)

Esta expressão está de perfeito acordo com os dados experimentais, sendo possível reencontrar a lei de Wien, dada pelo ponto nulo da primeira derivada, e de Stefan-Boltzmann, que corresponde à sua integração em todos os comprimentos de onda.

II. EXPERIÊNCIA REALIZADA

Verificação da lei de Planck e de Wien

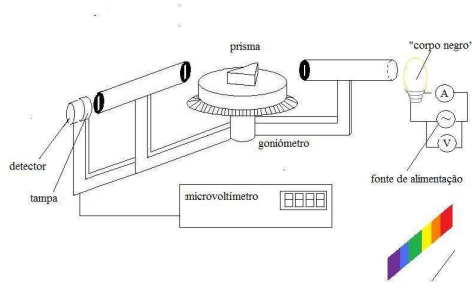


Figura 1. Esquema de montagem para a determinação da intensidade por comprimento de onda

O equipamento utilizado encontra-se esquematizado na figura 1:

É necessário calibrar o goniômetro para as medições do ângulo δ , definido como o ângulo entre o feixe refractado e a normal à face de refração do prisma. Este ângulo é calculado fazendo a diferença entre o ângulo inicialmente obtido através do alinhamento do feixe reflectido com o feixe incidente, e o ângulo registado para cada medição. Já o ângulo θ , constante ao longo de todas as medições, é obtido fixando uma posição para o prisma, que neste caso corresponde ao alinhamento para a radiação verde.

Para determinar a temperatura do filamento da lâmpada de tungsténio recorre-se a uma tabela, que a cada razão

$$\frac{R(T)}{R(292.35)} \quad (7)$$

$R(T)$ - Resistência da lâmpada à temperatura T (Ω)

associa um valor de temperatura, extrapolando-se valores por interpolação linear. O valor de $R(T)$ é obtido através da lei de Ohm, utilizando os valores da tensão e corrente eléctrica medidos no circuito.

Concluídas as preparações, desloca-se o braço do goniômetro até se observar a região do verde do espectro visível a incidir na abertura do detector, medindo-se o ângulo correspondente. De seguida altera-se sucessivamente a posição do detector, registando-se as intensidades referentes a diferentes comprimentos de onda. As medições terminam quando as intensidades deixam de ser significativas, confirmando-se sempre a validade de cada medição, ao verificar-se que a intensidade lida para a lente com cobertura é inferior a 0.3×10^{-5} V. Este procedimento é efectuado para uma tensão de 6, 9 e 12 V, tendo o cuidado de deixar estabilizar a temperatura da lâmpada para cada valor de voltagem.

Os dados de intensidade em função do comprimento de onda são posteriormente normalizados e representados num gráfico juntamente com a curva teórica esperada e normalizada do corpo negro, regida pela distribuição de Planck,

$$I_{\lambda} \Delta \lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} \Delta \lambda \quad (8)$$

comparando-se graficamente a validade dos resultados obtidos. Relativamente à verificação da lei de Wien (5), são seleccionados os comprimentos de onda correspondentes a cada intensidade máxima, traçando-se um

gráfico destes em função da temperatura a que o corpo negro se encontra para cada uma.

Todos os comprimentos de onda são calculados a partir da expressão

$$n = \sqrt{\sin(\theta)^2 + \left(\frac{\sin(\alpha - \theta + \delta) + \cos(\alpha)\sin(\theta)}{\sin(\alpha)} \right)^2} \quad (9)$$

θ - ângulo de incidência

α - ângulo interior do prisma

δ - ângulo de refração

que permite encontrar o comprimento de onda correspondente para cada n , recorrendo novamente à interpolação linear de valores de uma tabela dada.

Verificação da lei de Stefan-Boltzmann

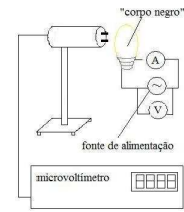


Figura 2. Esquema de montagem para a determinação da intensidade total

Utilizando a montagem da figura 2, dada uma distância fixa, a intensidade total da luz radiada é medida para diferentes tensões aplicadas, que correspondem a diferentes temperaturas da lâmpada. A lei de Stefan-Boltzmann verifica-se graficamente, ajustando as intensidades e respectivas temperaturas obtidas à forma logarítmica de (4)

$$\log(I) = \log(e\sigma) + 4 \log(T) \quad (10)$$

A constante de Stefan-Boltzmann obtém-se a partir da ordenada na origem e o declive 4 surge devido à dependência na quarta potência da temperatura.

Verificação da lei de Kirchoff

A confirmação da lei de Kirchoff é feita recorrendo a um cubo de Leslie: um cubo com 4 faces laterais revestidas com diferentes materiais - preto, metálico, branco e branco fosca - que têm diferentes poderes de absorção e de emissão. Para uma dada temperatura, é registada a intensidade de radiação emitida por cada face para uma posterior comparação.

III. RESULTADOS

Relativamente à primeira parte da experiência, na calibragem do prisma, foi medido um ângulo de incidência normal e perto do desvio mínimo de, respectivamente, $(239^\circ 30' \pm 2'')$ e $(194^\circ 60' \pm 2'')$. Considerou-se o ângulo interior do prisma (α) igual a 60° , sem erro de leitura. A Tabela I apresenta as medidas obtidas para a determinação da temperatura do filamento,

Tabela I. Dados da corrente e tensão da lâmpada para determinação da temperatura do seu filamento

V (V)	e_V (V)	I (A)	e_I (A)
6,01	0,01	1,17	0,01
9,11	0,01	1,45	0,01
12,16	0,01	1,68	0,01

enquanto que as medições relativas aos ângulos e respectivas intensidades se apresentam graficamente na secção seguinte (com os ângulos já convertidos em comprimentos de onda), de modo a não sobrecarregar as tabelas.

Passando à segunda parte da experiência, a verificação da lei de Stefan-Boltzmann, os dados obtidos encontram-se na Tabela II

Tabela II. Dados da intensidade para diferentes tensões aplicadas à lâmpada

$V_{lâmpada}$ (V)	$I_{lâmpada}$ (A) ^a	I (V) ^b
5,1	1,08	0,00405
6	1,17	0,00634
7,08	1,28	0,00826
8,06	1,36	0,01019
9,1	1,45	0,01247
10,03	1,53	0,01458
11,1	1,61	0,01725
12,01	1,68	0,01961

^a Erro = $\pm 0,01$ A

^b Erro = $\pm 0,3 \times 10^{-5}$ V

Finalmente, o último conjunto de medidas, relativas ao cubo de Leslie, representa-se na Tabela III

Tabela III. Dados da intensidade irradiada pelas superfícies do cubo de Leslie a 117°C

Preto	Espelhado	Branco	Branco Fosco	Erro
1,11E-02 V	7,70E-04 V	2,86E-03 V	1,09E-02	0,3E-05V

IV. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Lei de Planck

A temperatura da lâmpada foi determinada como descrito na Secção II, utilizando os valores da tabela I, sendo que os resultados se encontram na Tabela IV

Tabela IV. Temperatura da lâmpada calculada para 6, 9 e 12V, respectivamente

R(Ω)	e_R (Ω)	T(K)	e_T (K)
5,13		1883,25	
6,28	0,05	2193,15	100
7,24		2435,04	

Procedeu-se ao ajuste à expressão (10) das intensidades obtidas em função dos comprimentos de onda, após os ângulos terem sido convertidos em comprimentos de onda usando a equação (11). Foram usadas para esse

ajuste os valores das temperaturas calculados anteriormente assim como valores que melhor se ajustavam aos pontos, encontrando-se os resultados nas figuras 3, 4 e 5:

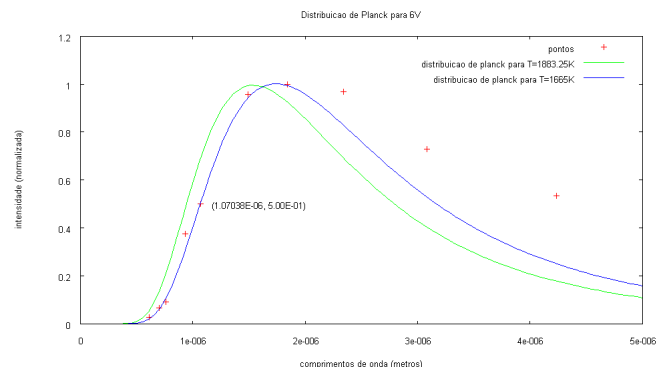


Figura 3. Ajuste 6V

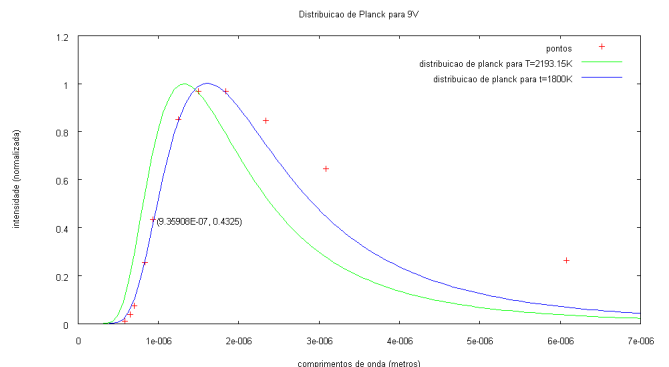


Figura 4. Ajuste 9V

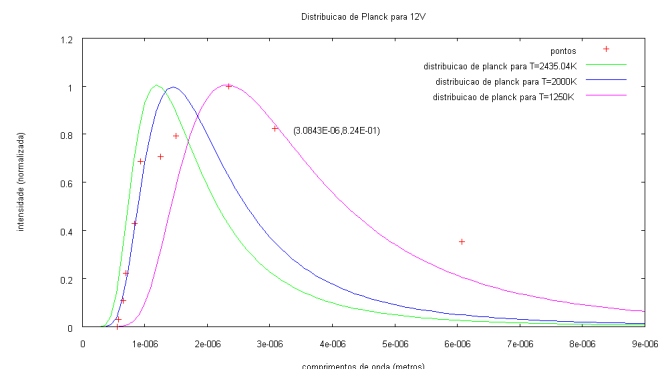


Figura 5. Ajuste 12V

Lei de Wien

Com os máximos de intensidade e respectivos comprimentos de onda dos pontos experimentais anteriores, foi feito o ajuste gráfico à função (5), estando o resultado obtido representado na figura 6. O factor B obtido foi de $(4,21761 \pm 0,63870) \times 10^{-3}$ mK.

Lei de Stefan-Boltzmann

Usando os dados da Tabela II procedeu-se ao ajuste da intensidade em função da temperatura de acordo com a expressão (10), estando os resultados na figura 7. O

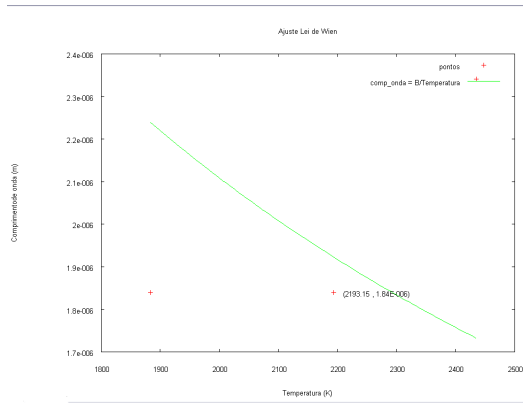


Figura 6. Ajuste à lei de Wien

declive obtido foi de 4.732 ± 0.09 e a ordenada na origem foi $(-1.471 \pm 0.299) \times 10$

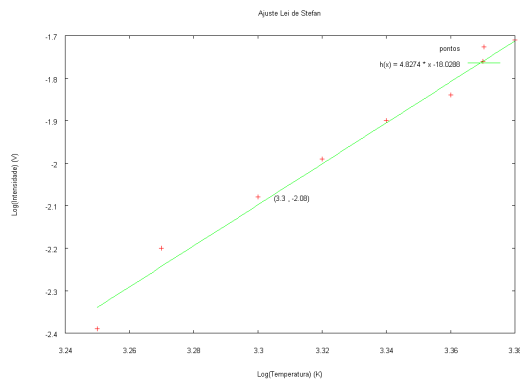


Figura 7. Lei de Stefan

V. CONCLUSÃO E CRÍTICAS

Lei de Planck

Ao realizar o ajuste da equação de distribuição de Planck aos pontos reparámos que as equações correspondentes às temperaturas obtidas através do cálculo da resistência do filamento e da tabela de resistividade do mesmo não se adequavam aos dados experimentais. Contudo, para a mesma equação com temperaturas inferiores conseguiu-se um melhor ajuste. Apesar de não se ter verificado uma relação entre as temperaturas calculadas pela resistência e as que melhor se ajustavam pensa-se que a tabela utilizada possa não corresponder à realidade do filamento pois, com o uso, o comprimento e a secção do mesmo podem ter variado as suas condições iniciais.

Mesmo com as novas temperaturas nem todos os pontos se ajustaram à expressão da distribuição de Planck. Para comprimentos de onda maiores, normalmente a partir do maximizante da intensidade, os pontos apre-

sentavam intensidades superiores à prevista pelo modelo, o que é incompatível com a teoria, pois nada emite mais que um corpo negro. Tal pode ser justificado pela normalização feita aos pontos obtidos, já que na realidade se trata de um corpo cinzento e não de um corpo negro, pelo que ao dividir todos os pontos pelo máximo a sua intensidade relativa pode ter sido alterada. Por outro lado, para esta montagem quanto maior o comprimento de onda associado a uma determinada radiação menor o desvio por esta sofrido. O detector utilizado tem sempre a mesma largura de fenda, assim para comprimentos de onda maiores a banda de radiação incidente no detector contém mais comprimentos de onda, o que pode justificar o aumento da intensidade e o menor número de pontos registados depois do máximo de intensidade, para o mesmo intervalo de ângulo. Considerando todos os tratamentos de dados realizados, as deficiências características do material e a possível ocorrência de erros sistemáticos, os pontos obtidos corroboram a distribuição de radiação de Planck para um corpo negro.

Lei de Wien

Tendo em consideração os dados obtidos anteriormente para a lei de Planck realizamos dois ajustes para a lei de Wien, a constante calculada apresenta um desvio à precisão de cerca de 45%. Isto não é surpreendente tendo em conta que nos ajustes anteriores se verificou que a temperatura calculada não era a que melhor se ajustava aos pontos e o método de medida do máximo não é o melhor.

Lei de Stefan Boltzman

Ajustando a Lei de Stefan-Boltzman aos pontos obteve-se uma dependência da temperatura elevada a $4,732 \pm 0,09$. Considerando que a dependência real é da quarta potência da temperatura existe uma dependência de 0,732 a mais, que se considerou como relativa à emissividade do corpo, como se esta variasse com a temperatura, mas também pode vir da uniformização da temperatura do detector. A partir da ordenada na origem obtida não é possível calcular a constante de Stefan-Boltzmann porque a intensidade foi medida em volts em vez de Watts.

Lei de Kirchhoff

A partir das medições da radiação de cada face do cubo de Leslie podemos comprovar que diferentes corpos à mesmas temperaturas emitem com diferentes intensidades. Como era esperado a face negra emitia com maior intensidade (visto ser o equivalente a um corpo negro) e a face espelhada emitia com menor intensidade. Nas outras duas faces, apesar de ambas serem brancas registou-se uma discrepância no valor de radiação emitida. Emitindo uma quase tanto como a face negra e outra tão pouco como a face espelhada. Como o aparelho utilizado detecta toda a radiação electromagnética, admitimos que a face branca no visível que mais emitia devia ser "negra" para outra gama de radiação, possivelmente nos infravermelhos.

[1] *Introdução à Física* by J. D. Deus, et al., McGraw-Hill, 2000

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Kirchhoff's_law_of_thermal_radiation

[3] http://en.wikipedia.org/wiki/Wien's_displacement_law