

# Campo de Indução Magnética

## Laboratório de Complementos de Eletromagnetismo e Termodinâmica

### MEFT 2013/2014

Débora Barreiros, 75693 — Pedro Cal, 75699 — Tiago Costa, 75970 — Nuno Rosa, 76018  
 Instituto Superior Técnico — Turma de sexta-feira — Grupo I  
 29 de Maio de 2014

#### Resumo

O objetivo deste trabalho é a caracterização do campo magnético de várias distribuições de corrente, nomeadamente, numa das bobines de *Helmholtz*, no conjunto das duas bobines de *Helmholtz*, num solenóide com núcleo de ar e com núcleo de Ferro, e respetiva comparação com as curvas teóricas respetivas. Outro dos objetivos é a determinação da magnetização do núcleo de Ferro do solenóide. Para a magnetização do mesmo obteve-se o valor de  $M = (3 \pm 1) \times 10^3$  A/m e para a sua permeabilidade relativa obteve-se  $\mu_r = 2.9 \pm 0.9$ . Por fim pretendia-se ainda obter os parâmetros da curva de Histerese para o núcleo de um transformador. Foram obtidos os parâmetros de  $B_{\text{saturação}} = 2.4 \pm 0.2$  T,  $B_{\text{remanescente}} = 1.6 \pm 0.1$  T e por fim  $H_{\text{coercivo}} = 142 \pm 7$  A/m. Chegamos ainda à conclusão, através destes parâmetros que o núcleo do transformador tem permeabilidade relativa incremental de  $\mu_r = (8 \pm 1) \times 10^3$ .

## 1. INTRODUÇÃO TEÓRICA

Neste trabalho pretende-se estudar a indução magnética, fenómeno que leva a produção de uma força electromotriz, quer provocada por um campo magnético variável quer devido a um corpo em movimento sujeito a um campo magnético estático. De forma a que estudo de diferentes distribuições de corrente seja possível introduz-se a Lei de *Biot-Savart*, que nos dá o campo magnético provocado por uma espira a uma distância  $r$  do seu centro e que é largamente utilizada no electromagnetismo, pode ser descrita como:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{[\vec{dl} \times \nabla_p r]}{r^2} \quad (1.1)$$

A partir desta lei é fácil determinar uma expressão geral para o campo magnético gerado por uma bobine, tomando em consideração que se trata de um sistema com  $n$  espiras juntas. A expressão pode ser escrita como:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n i r}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{z \cos(\theta) \vec{e}_x + z \sin(\theta) \vec{e}_y + (r - y \sin(\theta)) \vec{e}_z}{\left(r^2 + y^2 + z^2 - 2yr \sin(\theta)\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.2)$$

Na equação acima temos que  $r$  representa o raio da bobine,  $y$  e  $z$  representam os pontos do espaço onde está a ser calculado o campo e  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo.

A partir desta expressão geral podemos analisar o campo magnético gerado pela bobine em qualquer ponto do espaço. Tomando os pontos no eixo da bobine ( $y = 0$ ) a expressão toma então a forma:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n i r^2}{2(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_z \quad (1.3)$$

A expressão simplifica-se ainda mais se considerarmos apenas o campo de indução no centro da bobine  $(0, 0, 0)$  obtendo-se a seguinte expressão:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n i}{2r} \vec{e}_z \quad (1.4)$$

Na segunda parte do projecto experimental o objectivo é analisar o campo magnético produzido por bobines de *Helmholtz* sistema constituído por duas bobines idênticas posicionadas de acordo com o mesmo eixo e que se encontram separadas por uma distância  $h$ , sendo que ambas estão a ser percorridas por corrente eléctrica no mesmo sentido.

Tomando a Lei de *Biot-Savart* e um sistema de eixos posicionado no centro das duas bobines em estudo podemos chegar à seguinte expressão para o campo no plano  $y = 0$ :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n i r}{4\pi} \left( \frac{r^2}{\left(r^2 + \left(z - \frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{r^2}{\left(r^2 + \left(z + \frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \vec{e}_z \quad (1.5)$$

Generalizando para qualquer ponto no espaço ainda conseguimos chegar à seguinte expressão:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 n i r}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\left(z - \frac{h}{2}\right) \cos(\theta) \vec{e}_x + \left(z - \frac{h}{2}\right) \sin(\theta) \vec{e}_y + \left(r - y \sin(\theta)\right) \vec{e}_z}{\left(r^2 + y^2 + \left(z - \frac{h}{2}\right)^2 - 2yr \sin(\theta)\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.6)$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 n i r}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\left(z + \frac{h}{2}\right) \cos(\theta) \vec{e}_x + \left(z + \frac{h}{2}\right) \sin(\theta) \vec{e}_y + \left(r - y \sin(\theta)\right) \vec{e}_z}{\left(r^2 + y^2 + \left(z + \frac{h}{2}\right)^2 - 2yr \sin(\theta)\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.7)$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad (1.8)$$

Uma vez mais trata-se de uma expressão geral para estudar o campo magnético gerado pela bobine e que pode ser adaptado de acordo com as medições a efectuar, isto é se temos campo paralelo ou normal ao eixo das bobines.

Na terceira parte do procedimento o objectivo passava por analisar o campo gerado por um solenoide. Um solenoide consiste num número elevado de espiras enroladas em torno de um núcleo de materiais diferentes, neste caso ar e um material ferromagnético. Caso seja ideal, este pode ser aproximado a uma bobine com  $n$  espiras e por aplicação da Lei de *Biot-Savart* é possível chegar à seguinte expressão geral para descrever o campo:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n i}{2} \left[ \frac{\frac{l}{2} - z}{\sqrt{\left(\frac{l}{2} - z\right)^2 - r^2}} + \frac{\frac{l}{2} + z}{\sqrt{\left(\frac{l}{2} + z\right)^2 - r^2}} \right] \vec{e}_z \quad (1.9)$$

Tal como nos casos anteriores, trata-se de uma expressão geral a qual é possível aplicar para os diversos pontos em análise.

O outro solenoide utilizado ao longo da experiência tinha um núcleo de ferro, pelo que é necessário efectuar algumas correcções à expressão determinada anteriormente por forma a encontrar uma que traduza fielmente o campo gerado. Assim sabe-se à partida que um material ferromagnético pode ser caracterizado pela sua permeabilidade magnética  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  em que  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo e  $\mu_r$  é a permeabilidade relativa do material. Este valor pode ser descrito por:

$$\mu = \frac{|\vec{B}|}{|\vec{H}|} \quad (1.10)$$

Em que  $\vec{H}$  representa o vector excitação magnética. De facto no caso dos materiais ferromagnéticos temos que ter em consideração a sua magnetização, sendo que esta nos fornece a relação entre  $|\vec{B}|$  e  $|\vec{H}|$ . Assim temos:

$$M = \frac{|\vec{B}|}{\mu_0} - |\vec{H}| \quad (1.11)$$

Por fim para a última parte do procedimento o objectivo passa por determinar o material que constitui o núcleo de um transformador recolhendo dados relativos a diferentes valores de  $|\vec{H}|$  e de  $|\vec{B}|$  a partir de uma curva de histerese e de valores de tensão que lhe

são proporcionais. Pelo teorema de *Ampère* e pela Lei de *Faraday* podemos chegar às seguintes relações respetivamente:

$$|\vec{H}| \approx \frac{n_1}{l} \frac{V_H}{R_1} \approx \beta V_H \quad (1.12)$$

$$|\vec{B}| \approx \frac{R_2 \cdot C_2}{n_2 \cdot S} V_B \approx \alpha V_B \quad (1.13)$$

## 2. MONTAGEM DA EXPERIÊNCIA

O procedimento experimental tem como objetivo medir o campo magnético provocado por uma bobine, pelas bobines de *Helmholtz* e por solenoides, um com núcleo de ar e um com núcleo de Ferro. Por fim analisa-se a característica  $B(H)$  de um transformador por forma a determinar o material de que é feito o seu núcleo. No que toca à montagem efectuada, podemos dividi-la em duas partes, uma para a análise dos campos nas bobines e solenoides (figura 1) e uma outra para o estudo do transformador (figura 2). Assim para a primeira parte do projeto em que temos uma bobine apenas, o objetivo passa por determinar o campo magnético com recurso a um magnetómetro, que nos dá o valor pretendido com recurso ao Efeito de *Hall*. A experiência inicia-se com a avaliação do magnetómetro, isto é verifica-se se este se encontra a registar correctamente os valores fazendo uma análise do campo no centro da bobine para tensões que vão desde 0,1 A a 1,5 A. Posteriormente mantendo a tensão a 1 A registam-se os valores do campo para diferentes posições, recorrendo a um papel milimétrico, segundo o eixo da bobine e paralelamente a este a uma distância de 2,5 cm. As posições iniciam-se na origem (centro da bobine) e são separadas por 1 cm até que a tensão seja 20 vezes inferior à medida inicialmente. Estuda-se do mesmo modo o campo normal aos dois eixos considerados anteriormente.

Na segunda parte estudamos as bobines de *Helmholtz* em que o centro do sistema se encontra no meio das duas bobines e o procedimento é em tudo semelhante ao anterior, isto é analisa-se o campo segundo o eixo e paralelamente a este, bem como as componentes normais. Por fim estuda-se ainda o campo segundo o eixo das bobines em passos de 0,5cm.

Na terceira parte, o procedimento foi diferente para os dois solenoides. No caso do núcleo de ar, as medições do campo e das posições foram efectuadas a partir do centro do solenoide e tomando passos de 1cm foram sendo registados até que o campo fosse 20 vezes inferior ao inicial. Analisa-se do mesmo modo o campo segundo um eixo paralelo ao eixo do solenoide mas afastado 1,5cm. No caso do solenoide com núcleo de ferro parte-se do topo e com passos de 0,5 cm registam-se as posições e o valor do campo até que este último seja 10 vezes inferior ao primeiro valor medido.

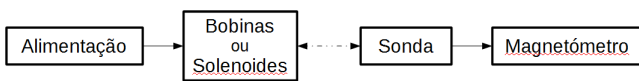


Figura 1: Montagem que permite a medição do campo de indução magnética para as diferentes distribuições de corrente analisadas

Todos os valores encontrados serão depois comparados com os teóricos, por resolução numérica dos integrais descritos acima.

Por fim no que toca ao transformador regista-se com recurso a um osciloscópio a tensão proporcional à magnitude do campo de indução magnética em função da tensão proporcional à intensidade do vector excitação magnética, e analisa-se a curva de histerese, recolhendo os pontos correspondentes ao campo coersivo, à indução remanescente e à indução de saturação, por forma a poder determinar o tipo de material no núcleo.

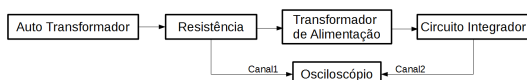


Figura 2: Montagem que permite a determinação das características magnéticas do núcleo de um transformador

## 3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 3.1. Campo magnético numa bobine (modelo de uma espira)

Numa primeira parte determinou-se a magnitude do campo de indução magnética numa bobine (equivalente a uma espira de corrente  $N \cdot i$ ) para diferentes posições da sonda de *Hall*. Foram recolhidos dados do valor do campo para cada uma das situações descritas abaixo.

#### 1. Campo magnético no Centro da Bobine percorrida por intensidade variável

Representou-se graficamente os pares  $(B, i)$  obtidos para este ensaio, bem como a curva teórica (obtida pela expressão (1.4)) associada aos mesmos (a verde), e ainda um ajuste a esses pontos, pela reta  $B(i) = k \cdot i$  (a azul). O gráfico encontra-se na figura 3. O

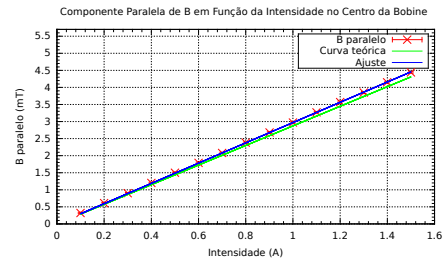


Figura 3: Pontos obtidos experimentalmente, ajuste e curva teórica

parâmetro de ajuste obtido foi de  $2.970 \pm 0.003$  T/A com um desvio à exatidão de 3.4% relativamente ao declive da reta teórica que é de  $\frac{\mu_0 \cdot n}{2r_b} = 2.872$  T/A, em que  $n$  é o número de espiras e  $r_b$  é o raio da bobine.

#### 2. Campo magnético ao longo do eixo da bobine

A representação gráfica dos pares  $(B_{||}, z)$  e  $(B_{\perp}, z)$  foi complementada pela representação das curvas teóricas correspondente a esses pontos, obtidas pelas expressões (1.3) e  $B(z)=0$ , esta última para a componente normal do campo. A intensidade de corrente que percorria a bobine era de  $(1.000 \pm 0.005)$  A. O gráfico é o da figura 4.

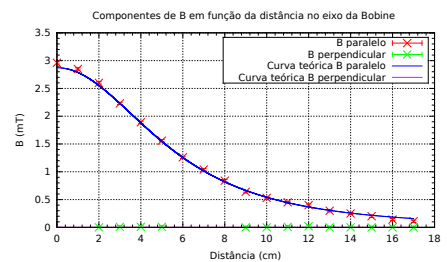


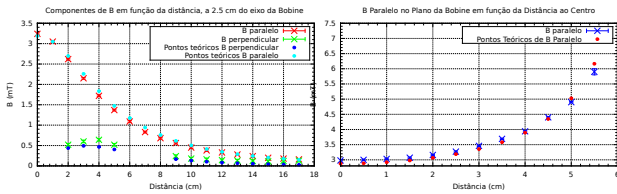
Figura 4: Pontos obtidos experimentalmente para a componente normal e paralela de  $\vec{B}$

#### 3. Campo magnético ao longo do eixo paralelo ao eixo central da bobine

A representação gráfica dos pares  $(B_{||}, z)$  e  $(B_{\perp}, z)$  foi complementada pela representação dos pontos teóricos obtidos pelo integral da expressão (1.2), feito em *Mathematica*. A intensidade de corrente que percorria a bobine era de  $(1.001 \pm 0.005)$  A. O gráfico é o da figura 5a.

#### 4. Campo magnético ao longo do eixo contido no plano paralelo à bobine

A representação gráfica do par  $(B_{||}, z)$  foi complementada pela representação dos pontos teóricos calculados pelo integral da expressão (1.2), feito em *Mathematica*. A intensidade de corrente que percorria a bobine era de  $(1.001 \pm 0.005)$  A. O gráfico é o da figura 5b.



(a) Componente normal e paralela de  $\vec{B}$  (b) Componente paralela de  $\vec{B}$

### 3.2. Campo Magnético na Bobine de Helmholtz

Numa segunda parte determinou-se a magnitude do campo de indução magnética no conjunto das duas bobinas (equivalente a duas espiras de corrente  $N \cdot i$ ) para diferentes posições da sonda de *Hall*. Foram recolhidos dados do valor do campo para cada uma das situações descritas abaixo.

#### 1. Campo magnético ao longo do eixo da bobine

A representação gráfica dos pares  $(B_{\parallel}, z)$  e  $(B_{\perp}, z)$  foi complementada pela representação das curvas teóricas correspondente a esses pontos, obtidas pelas expressões (1.5) e  $B(z)=0$ , esta última para a componente normal do campo. A intensidade de corrente que percorria a bobine era de  $(0.992 \pm 0.005 \text{ A})$ . O gráfico é o da figura 6.

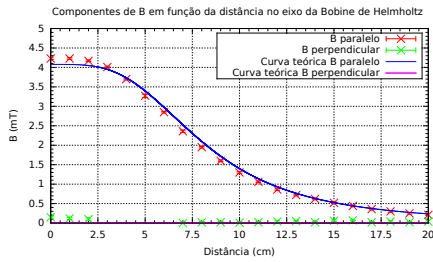
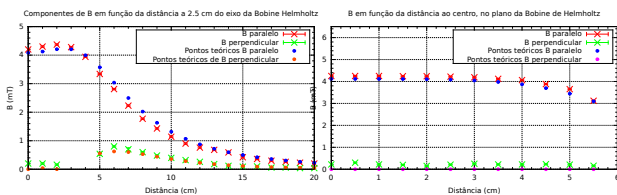


Figura 6: Componente normal e paralela de  $\vec{B}$

#### 2. Campo magnético ao longo do eixo paralelo ao eixo central da bobine

A representação gráfica dos pares  $(B_{\parallel}, z)$  e  $(B_{\perp}, z)$  foi complementada pela representação dos pontos teóricos obtidos por uma adaptação dos integrais das expressões (1.6) e (1.7), feitos em *Mathematica*. A intensidade de corrente que percorria a bobine era de  $(1.000 \pm 0.005 \text{ A})$ . O gráfico é o da figura 7a.



(a) Componente normal e paralela de  $\vec{B}$  (b) Componentes paralela e perpendicular de  $\vec{B}$

#### 3. Campo magnético ao longo do eixo contido no plano central paralelo a ambas as bobinas

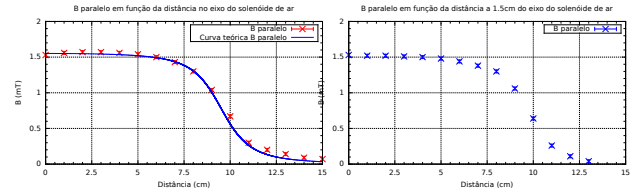
A representação gráfica dos pares  $(B_{\parallel}, z)$  e  $(B_{\perp}, z)$  foi complementada pela representação dos pontos teóricos calculados por uma adaptação dos integrais das expressões (1.6) e (1.7), feitos em *Mathematica*. A intensidade de corrente que percorria a bobine era de  $(1.000 \pm 0.005 \text{ A})$ . O gráfico é o da figura 7b.

### 3.3. Campo Magnético no Solenoide com Núcleo de Ar

Foi determinada em primeiro lugar a densidade de espiras deste solenoide com núcleo de ar correspondente a  $n_{ar} = (1.26 \pm 0.06) \times 10^3$  espiras/metro.

A representação gráfica do par  $(B_{\parallel}, z)$  foi complementada pela representação dos pontos teóricos calculados pela expressão (1.9) (em que  $r_b = (1.7 \pm 0.1) \text{ cm}$  e  $l = 19 \text{ cm}$ ). A intensidade de corrente

que percorria o solenoide era de  $(1.001 \pm 0.005 \text{ A})$ . O gráfico é o da figura 8a.



(a) Componente paralela de  $\vec{B}$  (b) Componente paralela de  $\vec{B}$

Para uma distância relativamente ao eixo de 1.5 cm foram recolhidos também pontos experimentais, apesar de não existir qualquer curva teoria que os suporte. O gráfico está na figura 8b.

### 3.4. Campo Magnético no Solenóide com Núcleo de Ferro

Foi também determinada a densidade de espiras para o solenoide com núcleo de Ferro de valor  $n_{Ferro} = (2.2 \pm 0.2) \times 10^3$  espiras/metro.

Através deste valor e tendo em conta que o comprimento do solenóide é de  $(15 \pm 0.1) \text{ cm}$  e que o raio do mesmo é de  $3.3 \pm 0.1 \text{ cm}$ , podemos fazer o ajuste da equação (1.9) e descobrir o valor de corrente que melhor se ajusta aos pontos experimentais obtidos. O gráfico obtido está na figura 9.

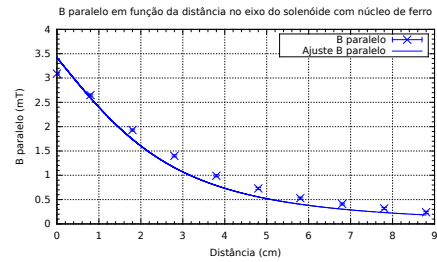


Figura 9: Componente paralela de  $\vec{B}$

Foi obtida uma intensidade de corrente de  $(2.5 \pm 0.1) \text{ A}$  do ajuste efetuador que se mostra no gráfico, com a expressão do solenóide com núcleo de ar. Este valor de intensidade de corrente corresponde ao total da corrente que percorre o solenóide. Como sabemos que o solenóide tem uma magnetização uniforme, então parte dessa corrente corresponde a correntes de magnetização. Esta magnetização corresponde então a  $M = n_{Ferro} \cdot i_{total} - n_{Ferro} \cdot i_{fonte}$ . Tendo em conta este raciocínio obteve-se um valor para a Magnetização de  $(3 \pm 1) \times 10^3 \text{ A/m}$ . Pode então calcular-se a permeabilidade relativa do ferro. Obteve-se um valor de  $\mu_r = 2.9 \pm 0.9$ .

### 3.5. Curva de Histerese de um material Ferro-Magnético

A observação da curva de histerese para o material ferro-magnético do núcleo do transformador em estudo permitiu retirar alguns parâmetros que caracterizam o material de que é feito. Estes parâmetros são proporcionais aos valores de  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  para esse mesmo material, através das constantes  $\alpha$  e  $\beta$ , nas expressões (1.12) e (1.13) calculadas com recurso às características do circuito no qual o transformador está inserido.

Para determinar o número de espiras do primário e secundário do transformador, recorreu-se à medição da tensão aos terminais dos mesmos e de um outro enrolamento em torno do primário de 4 espiras. Estes resultados encontram-se na tabela I.

Número de Espiras	Tensão
4	$(28.3 \pm 0.1) \text{ mV}$
$n_1$	$(9.19 \pm 0.03) \text{ V}$
$n_2$	$(0.320 \pm 0.003) \text{ mV}$

Tabela I: Tensões aos terminais dos enrolamentos primário e secundário do transformador

Pela lei da transformação da tensão no transformador, podemos obter um valor de  $n_1 = 1299 \pm 5$  espiras e de  $n_2 = 22 \pm 1$  espiras.

Para além disso sabemos ainda que a área da secção transversal do núcleo de Ferro no interior das espiras do transformador é de  $S = (8.4 \pm 0.6) \times 10^{-4}$  e que a resistência e capacidades associadas à medição de B são de, respetivamente de 100 k $\Omega$  e 1  $\mu$ F. Com estes parâmetros é possível calcular o fator de conversão da tensão no osciloscópio que corresponde ao campo B, para o seu valor SI. A constante de proporcionalidade é de  $\alpha = (5.4 \pm 0.4)$  T/V. Associado ao circuito que corresponde à medição de H sabemos que o percurso médio do campo é de  $l = (0.16 \pm 0.4)$  m e que a resistência é de 20  $\Omega$ . Podemos então através destes parâmetros calcular a constante de proporcionalidade entre a tensão correspondente a H e o próprio campo H. Essa constante toma o valor de  $\beta = (41 \pm 1) \times 10^1$ .

Posto isto, os parâmetros da curva de histerese e respetiva conversão pelas constantes referidas anteriormente, estão na tabela II.

Parâmetros	Tensão (mV)	Valores (SI)
$B_{\text{saturação}}$	$(444 \pm 8)$	$2.4 \pm 0.2$ T
$B_{\text{remanescente}}$	$(290 \pm 4)$	$1.6 \pm 0.1$ T
$H_{\text{coercivo}}$	$(352 \pm 8)$	$142 \pm 7$ A/m

Tabela II: Parâmetros retirados da Curva de Histerese

Utilizando este mesmo método calculou-se o declive  $\frac{\Delta B}{\Delta H}$  (tabela III) que deu um valor de  $0.011 \pm 0.001$  H/m e calculou-se a constante de permeabilidade relativa incremental do meio de  $\mu_r = (8 \pm 1) \times 10^3$ .

Parâmetros	Tensão (mV)	Valores (SI)
$\Delta B$	$(292 \pm 4)$	$1.6 \pm 0.1$ T
$\Delta H$	$(366 \pm 8)$	$148 \pm 8$ T

Tabela III: Declive da curva B(H) em B=0

#### 4. ANÁLISE, CRÍTICAS E CONCLUSÃO

Na caracterização do campo magnético para as diferentes distribuições de corrente, os resultados obtidos foram, em geral, próximos dos valores teóricos previstos.

Numa primeira parte, para a caracterização do campo numa das bobines de *Helmholtz*, aproximou-se a bobine a uma espira percorrida por uma corrente  $N \cdot i$ . Verificou-se experimentalmente através dos vários ensaios feitos nesta bobine que a aproximação foi bastante razoável uma vez que as curvas teóricas se aproximam bastante dos valores experimentais, sendo quase todos os pontos incluídos, com os respetivos erros, na mesma. No ajuste da figura 3, verificou-se um desvio do declive obtido para a reta de 3.4% ao valor teórico previsto para o mesmo. Este ligeiro desvio nota-se mais para pontos de intensidade de corrente mais elevada o que poderá ter sido causado por uma destabilização na tara do magnetómetro. Por outro lado, os pontos experimentais obtidos para  $|\vec{B}|$  estão dentro da curva teórica. Verifica-se apenas um ligeiro desvio nas extremidades do gráfico da componente paralela do campo. Como já se esperava, a componente normal do campo neste caso é nula, tal como foi mostrado experimentalmente. Verifiquemos agora os resultados obtidos para a variação do campo, nas suas duas componentes, ao longo do eixo paralelo ao eixo central da bobine. Verificou-se que os pontos teóricos se encontram um pouco desviados do previsto para pontos no intervalo de 3 a 8 cm. Podemos justificar esses desvios com a dificuldade em manter a sonda perfeitamente paralela ao eixo central da bobina, bem como pelas flutuações que se faziam sentir na aquisição da intensidade do campo magnético. Estas flutuações foram causadas por pequenas alterações na intensidade de corrente. Para a componente normal do campo verificou-se que os valores experimentais se encontram um pouco sobrestimados relativamente à curva teórica, o que mais

uma vez pode ter sido causado pela má taragem do magnetómetro que adicionam um erro sistemático a todas as medições (os pontos têm a mesma monotonia que a curva teórica). Relativamente aos pontos obtidos para a variação do campo ao longo do plano da bobine verificamos que os pontos teóricos se encontram contidos nos erros dos pontos experimentais com a exceção dos últimos pontos.

As mesmas considerações podem ser feitas para as bobines de *Helmholtz*. No geral, os pontos dão ligeiramente mais afastados do teórico, devido aos problemas na montagem já referidos anteriormente e ao facto de se considerar a distância entre as bobines e o raio iguais, o que não se verifica na realidade (desfasamento de 1mm). Verifica-se na última parte que o campo é relativamente uniforme no interior das bobines, e que decresce bastante na sua periferia, devido a contribuições distintas de ambas as bobines para o campo nessa região periférica.

Analisando agora o decréscimo da intensidade do campo magnético à medida que se avança nos eixos do solenoide com núcleo de ar verifica-se que existe uma zona em que o campo é uniforme, o que seguiria o modelo do solenoide infinito, até cerca dos 7.5 cm. Verifica-se depois, com o aproximar da periferia que o campo deixa de ser quase uniforme e diminui de forma abrupta, até que a intensidade do campo assuma magnitudes próximas de serem nulas. Podemos ainda verificar que para o caso da variação da posição da sonda sobre o eixo central, os pontos experimentais obtidos se aproximam bastante da curva teórica, acompanhando perfeitamente a sua monotonia. Podemos então concluir que todos os modelos teóricos adoptados para as distribuições de corrente já observadas são bastante razoáveis na descrição dos fenómenos experimentais em causa.

Finalmente pretendia-se calcular a magnetização do núcleo de Ferro. Para isso fez-se um ajuste aos pontos experimentais obtidos da variação do campo para pontos exteriores ao núcleo, mas situados no seu eixo central. O ajuste revelou-se um pouco afastado dos pontos experimentais, devido essencialmente ao facto de o campo no exterior do solenoide de núcleo de ferro não ser exatamente o dado pela expressão teórica para o solenoide de núcleo de ar, e existirem algumas flutuações do campo no momento da medição. A corrente que saiu desse ajuste tem de ser maior que a corrente injetada no circuito, o que se verifica realmente. A corrente obtida foi de cerca de 2.5 A enquanto que a corrente que percorre o solenoide é de cerca de 1 A. Isto pretende-nos concluir que o núcleo de Ferro, por possuir magnetização uniforme, provoca intensidades de correntes microscópicas na sua constituição, quando em contacto com um campo magnético, o que por sua vez faz aumentar a corrente efetiva que é considerada para a criação do campo magnético no interior do solenoide. No entanto, a permeabilidade relativa do ferro calculada a partir desse valor de magnetização encontra-se muito abaixo do valor expectável para o mesmo, cerca de 8000, o que deita por terra a consideração de que a magnetização é uniforme no interior do núcleo de Ferro.

Finalmente, analisando os dados correspondentes ao estudo no material do núcleo do transformador, podemos verificar que em geral, os valores de  $B_{\text{saturação}}$ ,  $B_{\text{remanescente}}$  e  $H_{\text{coercivo}}$  estão muito acima dos valores tabelados, o que nos leva a crer na presença de um erro sistemático proveniente da determinação do número de espiras no primário e no secundário. De facto, esse é o único parâmetro que pode estar a ser estimado por excesso, na proporcionalidade entre as tensões  $V_B$  e  $V_H$  e os próprios campos. O erro está então na medição da tensão aos terminais das bobines do transformador. Assim, obtém-se um valor de  $\mu_r$  que ronda os 8000, o que inclinaria o material para ser uma liga entre ferro e níquel. No entanto os valores dos parâmetros acima descritos apontam para que o material seja uma liga de ferro e silício, o que acaba por ser contraditório. Nada se pode então concluir acerca do tipo de liga do transformador. Apenas podemos dizer com toda a certeza que possui Ferro devido ao elevado  $\mu_r$  característico de materiais ferromagnéticos.

[1] Guia experimental *Protocolo de execução do trabalho sobre a determinação da indução magnética em diferentes sistemas*, Professor João Figueirinhas

[2] Apontamentos das aulas teóricas, Professor João Figueirinhas