

Condutividade Térmica

Gonçalo Quinta nº 65680, Fernando Rodrigues nº66326, Teresa Jorge nº65722 e Vera Patrício nº65726

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica
Mestrado Integrado em Engenharia Física Tecnológica 2009/2010
Instituto Superior Técnico (IST)

(Dated: 20 de Abril de 2010)

I. INTRODUÇÃO

A transferência de calor pode ser realizada por 3 formas distintas - convecção, radiação e condução - sendo esta última a que irá ser estudada. A condução de calor num material é feita por fónes e pelo deslocamento de electrões. No caso dos metais, devido à grande mobilidade dos electrões das camadas de condução e à rigidez da sua rede, a contribuição dos fónes para a condução pode ser desprezada face à dos electrões. O presente trabalho destina-se a estudar a condução do calor no alumínio partindo inicialmente da lei de Fourier. Esta que afirma que o gradiente de temperatura num material é proporcional à densidade de fluxo de calor que o atravessa

$$\vec{J}_Q = -k\nabla T \quad (1)$$

\vec{J}_Q - densidade fluxo de calor (W/m^2)
T - temperatura (K)

A constante de proporcionalidade k denomina-se condutividade térmica, cuja unidade SI é o $W/(mK)$, sendo característica de cada material. [?] As linhas de densidade de fluxo de calor partem ou entram no objecto, cosoante este esteja a perder ou a receber calor, ou seja, a diminuir ou aumentar a sua energia interna. Assim, pode-se estabelecer a equivalência entre a variação de energia interna dU do objecto de volume V e o fluxo de \vec{J}_Q que o atravessa por unidade de tempo

$$\int_{\partial V} \vec{J}_Q \cdot \vec{n} dS = mc \frac{dT}{dt} \quad (2)$$

Por outro lado, o teorema da Divergência permite concluir que

$$\int_V \nabla \cdot \vec{J}_Q dV = mc \frac{dT}{dt} \quad (3)$$

Substituindo a equação (1) na anterior e sabendo que $dm = \rho dV$, obtém-se

$$\int_V \nabla^2 T dV = \int_V -\frac{\rho c}{k} \frac{dT}{dt} dV \quad (4)$$

Esta relação terá que se verificar para qualquer volume de objecto, pelo que integrandas terão que ser iguais, verificando-se

$$\nabla^2 T = -\frac{\rho c}{k} \frac{dT}{dt} \quad (5)$$

ρ - densidade do material (kg/m^3)
 c - capacidade calorífica do material ($J/(kg \cdot K)$)

Esta é a equação do calor, descoberta por Fourier, que relaciona a variação espacial e temporal da temperatura. As soluções desta equação fornecem perfis de temperatura do objecto em regimes variáveis ou constantes no tempo. Nesse último caso, têm-se que, para a direcção x

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (6)$$

e portanto, resolvendo a equação diferencial, obtém-se o perfil de temperaturas em regime estável

$$T(x) = \frac{\partial T}{\partial x} x + c \quad (7)$$

que será o perfil teórico para a barra de metal a ser utilizada neste trabalho. Este regime constante no tempo possibilita ainda uma forma directa de calcular k já que

$$k = \frac{|\vec{J}_Q|}{|\nabla T|} = \frac{P/S}{\frac{\partial T}{\partial x}} \quad (8)$$

P - Potência transferida para a barra (W)

Relativamente ao regime variável, a solução geral, ainda a 1 dimensão, obtem-se através das séries de Fourier. Sendo T_1 a temperatura da fonte quente, T_2 a temperatura da fonte fria e L o comprimento da barra, obtém-se como solução

$$T(x, t) = T_2 + (T_1 - T_2) \frac{8}{\pi^2} S \quad (9)$$

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\chi \left(\frac{\pi + n\pi}{L} \right)^2 t} \sin \left(\frac{x}{L} \left(\frac{\pi}{2} + n\pi \right) \right) \quad (10)$$

assumindo que T_2 se mantém constante ao longo do tempo. Como

$$\chi = \frac{k}{\rho c} \quad (11)$$

obtém-se directamente k sabendo o valor de χ , proveniente de um ajuste de dados experimentais. Pode-se ainda, com esses dados, aproximar a solução a um polinómio do 2º grau da forma

$$T(x) = ax^2 + bx + c \quad (12)$$

o que simplifica a determinação de k , dado que este passa a ser dado por

$$k = \frac{1}{\rho c} \frac{\frac{\partial T}{\partial t}}{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} = \frac{\frac{\Delta T}{\Delta t}}{2a\rho c} \quad (13)$$

II. EXPERIÊNCIA REALIZADA**III. RESULTADOS****IV. ANÁLISE DOS RESULTADOS****V. CONCLUSÃO E CRÍTICAS**
