Estudo das propriedades dos condensadores

Gonçalo Quinta nº 65680, Fernando Rodrigues nº66326, Teresa Jorge nº65722 e Vera Patrício nº65726

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica
Mestrado Integrado em Engenheria Física Tecnológica 2009/2010
Instituto Superior Técnico (IST)

(Dated: 25 de Maio de 2010)

Abstract

I. INTRODUÇÃO

Dois corpos carregados exercem forças um sobre o outro que dependem das suas cargas, da distância entre ambos e do meio em que se encontram. Se os corpos tiverem o mesmo tipo de carga essa força é repulsiva e se as cargas forem opostas a força é atractiva. Uma abstracção que se construiu para quantificar a influência que uma carga exerce sobre outra no espaço que a rodeia foi o campo eléctrico, que representa a força que uma carga unitária positiva sentiria se estivesse numa dada posição. Outra grandeza associada aos campos eléctricos é o potencial eléctrico que representa o trabalho gasto para transportar uma carga unitária entre dois pontos em determinado campo eléctrico. Aos corpos que têm a capacidade de ter carga chamamos condutores. Quando em equilíbrio, a carga distribui-se uniformemente pela sua superfície de modo a minimizar a sua energia. O potencial (V) criado num condutor relaciona-se proporcionalmente com a carga (Q) que tem armazenada, através de uma grandeza chamada capacidade: $C = \frac{Q}{V}$

Um condutor isolado tem uma certa capacidade associada que depende apenas da sua geometria e do meio em que está inserido. Quando um condutor não está isolado, quando é influênciado por outros condutores, a carga que armazena dependendo não só da seu potencial mas também do potencial dos condutores vizinhos. A depenência do seu próprio potêncial é dada pela capacidade própia de um condutor (que corresponde à capacidade do condutor quando está isolado) enquanto que a dependência do potencial exterior é dado pela capacidade mútua.

Existem outros materiais que não têm a capacidade de ter carga verdadeira chamados dieléctricos. Quando os dieléctricos são sujeitos a uma diferença de potencial surgem dipolos no interior do mesmo, e dependendo das caracterísctica do material pode surgir uma densidade de carga volumétrica ou/e superficial. Como o dieléctrico não suporta carga, funciona como um bloqueador de corrente. Um condensador é formado por um meio dieléctrico entre dois condutores. Num condensador plano de área S, com uma distância d entre as armaduras,com um meio certo meio dielectrico (de constanteε) a capacidade é dada por: $C = \frac{\varepsilon S}{d}$

A constante dieléctrica é uma medida da facilidade de polarização do campo. Quanto maior a constante dieléctrica mais polarizável é o campo. Isto é, para uma mesma carga menor o campo eléctrico por ela criado.

O meio dieléctrico apresenta um comportamentos diferente quando é sujeito a correntes variáveis. A constante dieléctrica ε passa a depender da frequência $\varepsilon(\omega)$ pois a orientação dos dipolos depende desta. Assim podemos considerar que a capacidade do condensador plano tem também uma dependência com a frequência. Podendo ser escrita como $C = (C_R + jC_I)$. A parte imaginária está relacionada com as perdas de energia no condensador pois ao vibrarem as partículas constituintes do condensador dissipam energia, logo esta pode ser considerada como uma resistência em paralelo com o condensador real.

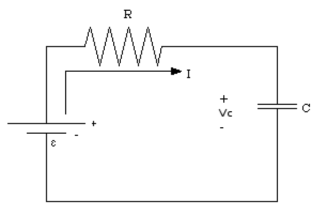

Figura 1. Circuito RC

O estudo das propriedades dos condensadores será feito a partir de um circuito RC, esquematizado na figura 1. A equação que descreve o circuito é dada através da lei das malhas:

$$\varepsilon_a = RI + Vc = RC\frac{dVc}{dt} + Vc \tag{1}$$

Atendendo que $I = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dVc}{dt}$

Quando o gerador de corrente contínua se encontra em funcionamento, retira carga de uma das armaduras do condensador para a outra, criando uma diferença de potencial entre armaduras. Passado um certo tempo, a diferença de potêncial entre armaduras deixará de aumentar, ficando o condensador carregado. Para descarregar o condensador, o gerador é substituido por um curto-circuito e a carga acumulada numa das armaduras vai fluir pelo sistema para a outra. Neste circuito é necessária uma resistência para dissipar a potência armazenada no condensador e evitar correntes muito elevadas. A tensão aos terminais do condensador em cada momento do processo de carga e descarga é dada pela solução da equação (3). Note-se no entanto que as condições iniciais são diferentes, pelo que as equações também o serão.

Assim, para a carga tem-se: $Vc(t) = Vc_0 e^{\frac{-t}{RC}} + \varepsilon_a$

E para a descarga: $Vc(t) = Vc_0 e^{\frac{-t}{RC}} + 0$

O parâmetro $\frac{-1}{RC}$ é chamado de tempo de relaxação.

A energia envolvida nestes processos obtêm-se integrando a potência de cada elemento ao longo do tempo. Temos assim, respectivamente, a energia fornecida pelo gerador e dissipada na resistência:

$$W_e = \int \varepsilon_a I dt = \varepsilon_a^2 C \tag{2}$$

$$W_r = \int R^2 I dt = \frac{1}{2} C \varepsilon_a^2 \tag{3}$$

A energia armazenada no condensador é dada por:

$$W_c = \frac{1}{2} C V c^2 \tag{4}$$

Durante a carga de um condensador metade da energia gasta pelo gerador é dissipada na resistência a outra fica acumulada no condensador.

II. EXPERIÊNCIA REALIZADA

Processo de carga e descarga do condensador

O esquema eléctrico utilizado foi o circuito RC descrito acima. Este encontra-se ligado a um equipamento informático que mede a cada instante a tensão aos terminais do condensador. Primeiramente foi analisado o processo de carga do condensador, obtendo-se nessas medições um gráfico do tipo que se encontra na figura 2. Esses dados são linearizados obtendo-se um gráfico do género do da figura 3, criando-se para isso uma nova variável v de modo aos dados se ajustarem à seguinte equação, derivada da equação (4):

$$\ln(E - Vc) = \ln(v) = \ln(E) - \frac{t}{RC} \tag{5}$$

E - tensão aplicada (aproximada pela tensão final no condensador)

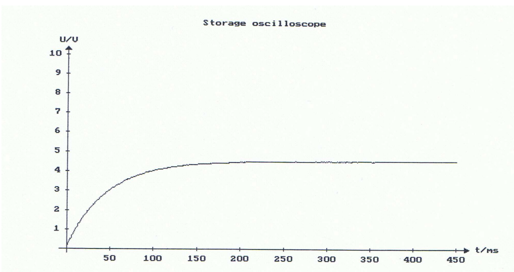

Figura 2. Gráfico tipico de v(t) para o processo de carga

Este processo é repetido para resistências de 20k Ω, 30kΩ, 40kΩ e 50kΩ. Um valor de C pode ser calculado ajustando os declives obtidos em função da resistência:

$$\frac{1}{RC} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = C_{estimado} R \tag{6}$$

Esta resistência corresponde à resistência total do circuito, ou seja a resistência aplicada (R_a) em série com

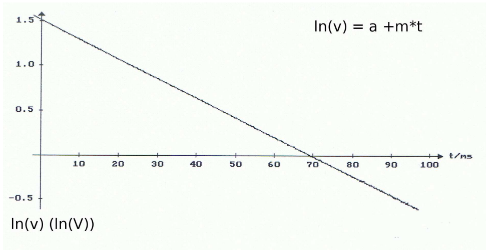

Figura 3. Gráfico tipico de ln(v(t)) para o processo de carga

a resitência do voltímetro (R_v) que procede às medições. Esta resistência total é calculada sabendo que é a soma das duas resistências em paralelo:

$$R = \frac{R_a R_v}{R_a + R_v} \tag{7}$$

A resistência R_v é calculada aplicando o teorema de Thévenin aos terminais do condensador, obtendo-se a expressão:

$$R_v = \frac{-E' R_a}{E' - E} \tag{8}$$

E' - tensão no condensador; E - tensão aplicada

Para se efectuar os cálculos das energias são calculados os integrais das curvas v(t) e $v(t)^2$. Na figura 4 encontra-se um gráfico tipo para esta última grandeza.

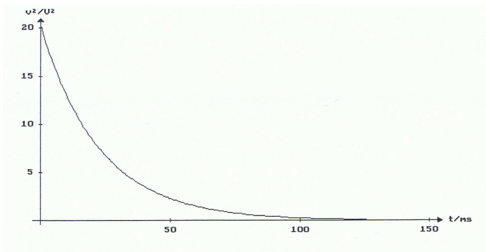

Figura 4. Gráfico típico de $v^2(t)$ para o processo de carga

O processo de descarga é estudado de forma igual, fazendo-se o ajuste dos dados à equação (5) linearizada:

$$ln\left(V_c(t)\right) = ln(V_{c0}) - \frac{t}{RC} \tag{9}$$

Neste caso não é necessário calcular o integral de Vc, valor que se usava para calcular a potência fornecida pela fonte de tensão, que no processo de descarga é substituída por um curto circuito. O gráfico tipo para a descarga encontra-se na figura 5.

Determinação da constante dieléctrica

Na segunda parte da experiência estuda-se o comportamento de um condensador em regime forçado. O circuito é o da figura 2. Uma das equações que descreve o circuito é:

$$i = \frac{U_2}{R_{eq}} + c\frac{dU_2}{dt} = \frac{U_1 - U_2}{R_1} \tag{10}$$

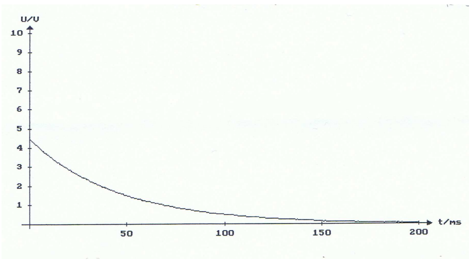

Figura 5. Gráfico típico de Vc(t) para o processo de descarga

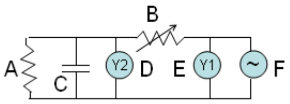

Figura 6. Esquema de montagem - A - Reistência; B - R1(variável) C - Condensador; D - U2; E - U1; F - Fonte

Por análise complexa podemos concluir que a capacidade do condensador é:

$$C = \frac{1}{\omega R_1}\sqrt{\left(\frac{U_{1ef}}{U_{2ef}}\right)^2 - \left(1+\frac{R_1}{R_{eq}}\right)^2}(10) \quad (11)$$

Usando a relação (2) é possivel saber a constante dieléctrica do meio.Pela análise das potências dissipadas em cada resistência obtem-se uma relação para a determinação da resistência equivalente:

$$R_{eq} = \frac{U_{2ef}^2}{\langle U_1 \cdot U_2\rangle - U_{2ef}^2} R_1 \quad (12)$$

Os valores de U_{2ef}, U_{1ef} e $\langle U_1 \cdot U_2\rangle$ são retirados de um programa do osciloscópio. A resistência variável R_1 é medida com um ohmímetro enquanto ainda está quente da passagem da corrente. O uso do osciloscópio introduz um erro pois a ponta de medida tem um condensador e uma resistência em paralelo. $R_{ponta} = 1M\Omega$, $C_{ponta} = 120pF$

$$R_{condensador} = -\frac{R_{ponta}R_{eq}}{R_{eq} - R_{ponta}} \quad (13)$$

$$C_{condensador} = C - C_{ponta} \quad (14)$$

III. RESULTADOS

Processo de carga e descarga do condensador

Obtiveram-se gráficos semelhantes aos da figuras 3, 4, 5 e 6 para ambos os processos. Os dados registados para os diferentes ensaios durante a carga encontram-se na Tabela I e para a descarga na Tabela II.

Determinação da constante dielectrica

IV. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Processo de carga e descarga do condensador

Tabela I. Dados do processo de carga do condensador

$R_a(\Omega)$[a]	Vc_f (V)	$\frac{1}{m}$ $(m^{-1}s^{-1})$ [b]	a (ln(V))	$\int v$ (Vms)[c]	$\int v^2(V^2ms)$
10000	4,9	-0,1010	1,61	48,9	123
20000	4,81	-0,0510	1,57	93,4	226
30000	4,71	-0,0353	1,56	125	284
40000	4,63	-0,0267	1,53	167	369
50000	4,55	-0,0217	1,5	205	446

[a] erro: 5%
[b] os ensaios foram repetidos para diferentes limites da escala temporal, não se verificando desvios significativos
[c] para diminuir os erros, os integrais foram todos calculados até ao máximo da escala temporal

Tabela II. Dados do processo de descarga do condensador

$R_a(\Omega)$	Vc_i (V)	$\frac{1}{m}$ $(m^{-1}s^{-1})$	a (ln(V))	$\int v^2(V^2ms)$
10000	4,9	-0,1020	1,62	125
20000	4,81	-0,0520	1,57	224
30000	4,71	-0,0352	1,55	316
40000	4,56	-0,0269	1,52	386
50000	4,49	-0,0219	1,5	459

Tabela III. Dados para determinação da constante dieléctrica

f (Hz)[a]	Uef1(V)[b]	Uef2(V)[c]	$< Uef1 * Uef2 >$	erro	R1(Ω)	$e_{R1}(\Omega)$
2000	5,37	2,67	7,32	0,080	27200	100
5000	5,36	2,67	7,19	0,080	10850	100
10000	5,34	2,66	7,13	0,080	5442	10
20000	5,31	2,65	7,14	0,0796	2695	10
50000	5,20	2,59	6,88	0,0779	1083	10
100000	5,04	2,53	6,58	0,0757	540	1
200000	4,73	2,37	6,75	0,0710	256	1
500000	3,95	1,96	4,09	0,0591	106	1
1000000	2,98	1,46	2,21	0,0444	49	0,1

[a] erro: 5%
[b] erro: 0,01 V
[c] erro: 0,01 V

Com os dados da Tabela II, e para uma tensão aplicada de 4,99 (antes de se iniciar o processo de descarga), obtiveram-se vários valores de R_v aplicando a equação (4), cuja média é 491343,56 Ω. Para o célculo de R foi usado este valor.

Tabela IV. Cálculo de R_v e R

$R_a(\Omega)$	$R_v(\Omega)$	$R(\Omega)$ [a]
10000	544444,44	9800,54
20000	534444,44	19217,75
30000	504642,86	28273,69
40000	424186,05	36988,77
50000	449000	45381,86

[a] erros!!!!!!!!!

As energias calculadas para os dois casos encontram-se nas Tabelas IV e V.

Foi feito o ajuste da função (2) - figura 6 - sendo o valor de C encontrado de (1,008 ± 0,001)E-3 mF.

Determinação da constante dielectrica

Os valores das resistências e condensadores calculados encontram-se, respectivamente, nas tabelas VII e VIII. O

Tabela V. Energias do processo de carga do condensador

$R_a(\Omega)$	W_e (J)	W_r (J)	W_c (J)	$W_r + W_c$ (J)
10000	2,4449E-05	1,2550E-05	1,2005E-05	2,4555E-05
20000	2,3377E-05	1,1760E-05	1,1568E-05	2,3328E-05
30000	2,0823E-05	1,0045E-05	1,1092E-05	2,1137E-05
40000	2,0904E-05	9,9760E-06	1,0718E-05	2,0694E-05
50000	2,0553E-05	9,8277E-06	1,0351E-05	2,0179E-05

Tabela VI. Energias do processo de descarga do condensador

$R_a(\Omega)$	W_r (J)	W_c (J)
10000	1,2754E-05	1,2005E-05
20000	1,1656E-05	1,1568E-02
30000	1,1176E-05	1,1092E-02
40000	1,0436E-05	1,0397E-02
50000	1,0114E-05	1,0080E-02

valor médio de C do condensador é de 5,14E-09(F). Os valores para a constante dielectrica calculados a partir desses dados encontram-se na Tabela IX.

Tabela VII. Resistências calculadas

f (Hz)[a]	Req(Ω)	$e_{Req}(\Omega)$	$R_{condensador}(\Omega)$	$e_{Rcondensador}(\Omega)$
2000	1,04E+06	1,6E+05	-2,48E+07	9,3E+07
5000	1,33E+06	6,4E+05	-4,02E+06	5,8E+06
10000	7,64E+05	4,1E+05	3,24E+06	7,4E+06
20000	1,61E+05	3,8E+04	1,92E+05	5,5E+04
50000	4,23E+04	7,2E+03	4,42E+04	7,8E+03
100000	1,97E+04	3,0E+03	2,01E+04	3,1E+03
200000	1,23E+03	4,0E+01	1,24E+03	4,0E+01
500000	1,62E+03	1,6E+02	1,62E+03	1,6E+02
1000000	1,31E+03	2,7E+02	1,32E+03	2,7E+02

[a] erro: 5%

Tabela VIII. capacidades calculadas

f (Hz)[a]	Ceq(F)	e_{Ceq}(F)	C(F)	e_C(F)
2000	5,06E-09	2,63E-10	4,94E-09	2,63E-10
5000	5,09E-09	2,64E-10	4,97E-09	2,64E-10
10000	5,08E-09	2,63E-10	4,96E-09	2,63E-10
20000	5,10E-09	2,64E-10	4,98E-09	2,64E-10
50000	5,07E-09	2,64E-10	4,95E-09	2,64E-10
100000	5,03E-09	2,62E-10	4,91E-09	2,62E-10
200000	4,96E-09	2,69E-10	4,84E-09	2,69E-10
500000	5,14E-09	2,73E-10	5,02E-09	2,73E-10
1000000	5,71E-09	3,05E-10	5,59E-09	3,05E-10

[a] erro: 5%

V. CONCLUSÃO E CRÍTICAS

[1] *Introdução à Física* by J. D. Deus, *et al.*, McGraw-Hill, 2000

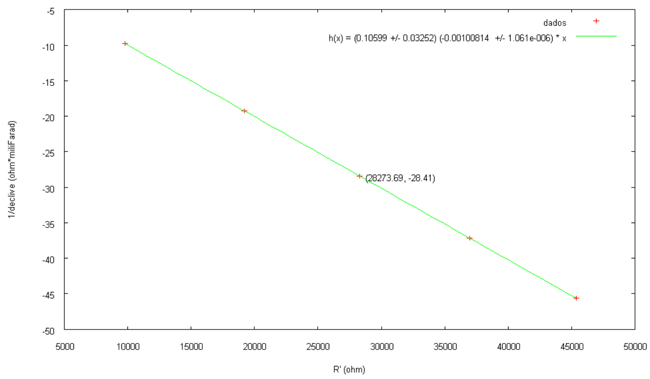

Figura 7. Ajuste do declive em função de R_a para cálculo de C

Tabela IX. Constante dielectrica

Reϵ	$e_{Re\epsilon}$	e_{Ceq}	Imϵ	$e_{Im\epsilon}()$
9,37E-12	5,8E-13	-6,07E-15	2,23E-14	
9,43E-12	5,8E-13	-1,50E-14	2,09E-14	
9,40E-12	5,8E-13	9,32E-15	2,19E-14	
9,44E-12	5,8E-13	7,84E-14	2,69E-14	
9,39E-12	5,8E-13	1,36E-13	3,21E-14	
9,31E-12	5,8E-13	1,50E-13	3,22E-14	
9,17E-12	5,9E-13	1,22E-12	1,12E-13	
9,51E-12	6,0E-13	3,72E-13	5,87E-14	
1,06E-11	7E-13	2,29E-13	6,10E-14	

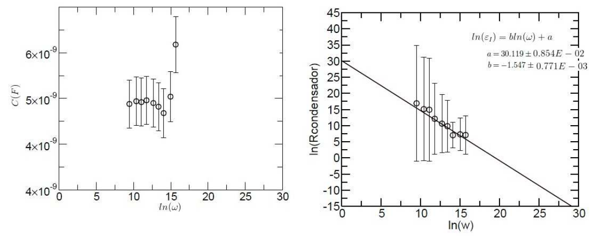

Figura 8. Esquerda: capacidade em função de ln(w); Direita: logaritmo da resistência função da frequência

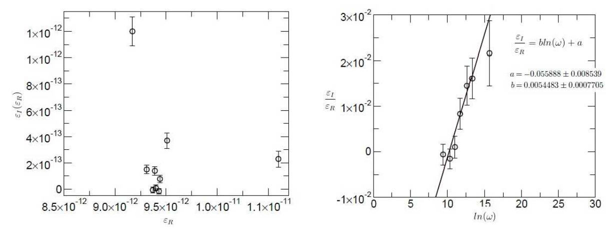

Figura 9. Esquerda: $Im\epsilon$ em função de $Re\epsilon$; Direita: quociente entre $Im\epsilon$ com $Re\epsilon$ em função de ln(frequência)

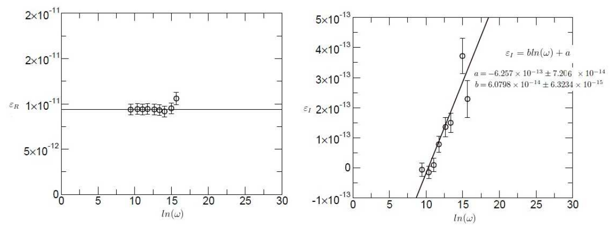

Figura 10. Esquerda: $Re\epsilon$ em função de ln(frequencia); Direita:$Im\epsilon$ em função de ln(frequencia)