

# Junção PN

LCET/MEFT - 2º ano, 2º Semestre - 2013/2014  
Turno de Sexta-feira

Professor João Figueirinhas

## Grupo D

João Lourenço (75382)/ Miguel Mora (75399)/ Miguel Levy (75516)/ Ana Almeida (75986)

23/05/2014

## Resumo

Neste trabalho determinou-se a característica corrente-tensão numa junção PN para várias temperaturas. Assim, foram feitos ajustes para os pares  $(I, V)$ , sendo obtida a largura de banda proibida  $E_g = (1,105 \pm 0,003) \times 10^{-19}$  J para o modelo mais simples do comportamento da junção de silício e  $E_g = (1,57 \pm 0,01) \times 10^{-19}$  para o segundo modelo, com desvios à exactidão de 38% e de 12%, respectivamente.

## 1 Introdução

Desde que foi formulada a equação de Schrodinger, sabe-se que um eletrão apenas pode ocupar níveis discretos de energia. Tal facto levou à descoberta da teoria das bandas, na qual os níveis de energia admissíveis aos eletrões num sólido (bandas permitidas) são intercalados com níveis que não lhes são acessíveis (bandas proibidas), criando assim entre bandas permitidas um hiato energético. Deste modo, e considerando apenas os níveis de energia mais altos, este hiato determina a maior ou menor facilidade em promover eletrões para uma banda vazia, ou seja a transferência de eletrões de níveis saturados (últimos níveis energéticos) para níveis sem eletrões, possibilitando assim a condução de corrente elétrica (movimento ordenado de eletrões). Temos assim que a largura da banda proibida irá determinar se um material é bom ou mau condutor de corrente elétrica. Os materiais que apresentam valores de condutividade elétrica entre condutores e isolantes designam-se de semicondutores. Estes apresentam elevada importância, pois estão na base da maior parte dos componentes eletrónicos que hoje utilizamos. Um exemplo disso são as junções PN, alvo do trabalho laboratorial, que consistem numa interface entre duas diferentes camadas dopadas de um material semicondutor. Uma destas camadas é dopada com impurezas aceitadoras (originando mais lacunas e por isso um semicondutor do tipo p) e a outra com impurezas dadoras (formando um semicondutor do tipo n). Deste modo estabelece-se na junção um campo elétrico, definindo assim a direcção de um fluxo de eletrões estimulados pela luz ou pelo calor. Nota-se ainda que ao ligar uma fonte de tensão à junção, esta actua como isolante ou condutor, dependendo apenas da polaridade estabelecida. A junção está ainda associada internamente a uma resistência (devido à parte neutra dos semicondutores que a constituem) que afecta o valor da tensão e corrente nos seus terminais. Assim é nos possível escrever o modelo de funcionamento mais simples de uma junção deste tipo:

$$I = I_s(e^{\frac{V_d}{b(T)}} - 1) \quad (1)$$

$$b(T) = \frac{\eta KT}{q} \quad (2)$$

onde  $q$  é o módulo da carga do eletrão,  $K$  é a constante de Boltzman,  $T$  é a temperatura e  $V_d$  é a tensão aos terminais da junção deixando de fora a resistência interna. As restantes incógnitas são parâmetros que dependem das características da junção. Tem-se no entanto que  $I_s$  é directamente proporcional a:

$$T^3 e^{-\frac{E_g}{K^T}} \quad (3)$$

onde  $E_g$  representa a largura da banda proibida (hiato energético). Ao modificarmos (1) para obtermos a equação para  $V_d$  e somando-lhe a tensão na resistência interna ( $R_i I$ ) obtém-se a tensão total na junção:

$$V = RI + \frac{\eta KT}{q} \ln \left( \frac{I}{I_s} + 1 \right) \quad (4)$$

Considerando  $I_s = aT^3 e^{-\frac{E_g}{K^T}}$ , a característica  $V(I)$ , vem:

$$V = RI + b \ln(I) + c \quad (5)$$

Em que:

$$b(T) = \frac{\eta KT}{q} \quad (6)$$

$$c(T) = -\frac{\eta KT}{q} \ln(I_s) \quad (7)$$

No entanto, existe ainda um outro modelo de funcionamento da junção, em que a corrente que passa nesta é dada por:

$$I = I_s(e^{\frac{qV_d}{KT}} - 1) + I_r(e^{\frac{qV_d}{2KT}} - 1) \quad (8)$$

Neste modelo,  $I_s$  continua a ser proporcional a (3) e  $I_r$  é proporcional a:

$$T^{5/2} e^{\frac{E_g}{2KT}} \quad (9)$$

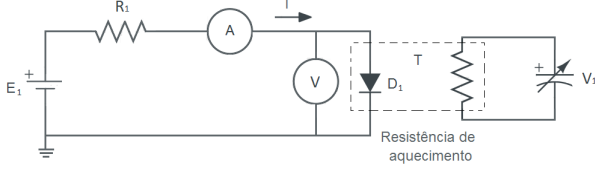
Tal como foi feito no modelo anterior, obteve-se a tensão total aos terminais da junção:

$$V = RI + \frac{2KT}{q} \ln \left( \sqrt{\left( \frac{I_r}{2I_s} \right)^2 + \frac{I + I_r}{I_s}} + 1 - \frac{I_r}{2I_s} \right) \quad (10)$$

## 2 Montagem e Protocolo experimental

A junção PN utilizada consiste num díodo de silício 1N5332, sendo a sua temperatura alterada através da resistência de aquecimento que se encontra colocadas na caixa onde este está inserido. Desta forma, é possível impôr diferentes tensões nas resistências e alterar a temperatura, medida através de um sensor que possibilita a visualização desta grandeza em tempo real no computador.

Para análise do comportamento da temperatura na junção, recorre-se à montagem da figura 1:



**Figura 1:** Montagem experimental.

Como se pode observar, o díodo encontra-se num circuito composto por uma fonte de tensão, resistência variável, voltímetro e amperímetro, sendo desta forma possível determinar a relação  $V(I)$ . As resistências térmicas são alimentadas por uma outra fonte de tensão.

A partir das grandezas  $V$ ,  $I$ ,  $T$ ,  $E_1$ ,  $R_1$  e  $V_1$ , é possível aplicar dois modelos dados pelas expressões 4 e 10, referentes ao comportamento da junção.

### Protocolo

1. Monte o circuito de acordo com a figura 1;
2. Mantenha a fonte, representada por  $V_1$  a 0V;
3. Com  $R_1 \approx 100K\Omega$ , ajuste a tensão  $E_1$  por forma a que a junção seja percorrida por uma corrente de  $10\mu A$  a  $100\mu A$  (passos de  $10\mu A$ );
4. Altere  $R_1 \approx 20k\Omega$  de modo a que a junção seja percorrida por uma corrente  $100\mu A$  a  $1000\mu A$  (passos de  $100\mu A$ );
5. Altere  $R_1 \approx 1k\Omega$  de modo a que a junção seja percorrida por uma corrente  $1mA$  a  $20mA$  (passos de  $2mA$ );
6. Altere  $R_1 \approx 100\Omega$  de modo a que a junção seja percorrida por uma corrente  $20mA$  a  $100mA$  (passos de  $10mA$ );
7. Repita os passos de 3-6 para  $V_1 \approx 9V, 12.6V, 15.5V, 17.9V$  e  $20V$ ;

É de notar que quando se varia o valor de  $V_1$  é necessário aguardar até ao equilíbrio térmico, ou seja, até que a temperatura na caixa seja aproximadamente constante, sendo que no ciclo de medição a sua variação não pode ser superior a  $1.5^\circ C$ .

8. Considere o modelo I dado por 4, e ajuste os pares de valores  $(I, V)$ , obtendo  $R(T)$ ,  $b(T)$  e  $c(T)$ ;
9. Faça as representações  $R(T)$ ,  $b(T)$  comparando com a expressão teórica 6, e  $c(T)$  ajustando a 7 e retire o valor de  $E_{g1}$ ;
10. Considere o modelo II dado por 10, e ajuste os pares de valores  $(I, V)$ , obtendo  $R(T)$ ,  $I_R(T)$  e  $I_S(T)$ ;
11. Represente graficamente  $R(T)$ ;
12. Ajuste  $I_R(T)$  e  $I_S(T)$  a 9 e 3, retirando os valores de  $E_{g2}$ ;
13. Utilize o método da bissecção para o cálculo de um único valor para  $E_{g2}$ ;
14. Faça os desvios à precisão de  $E_{g1}$  e discuta o melhor modelo.

## 3 Análise de Resultados

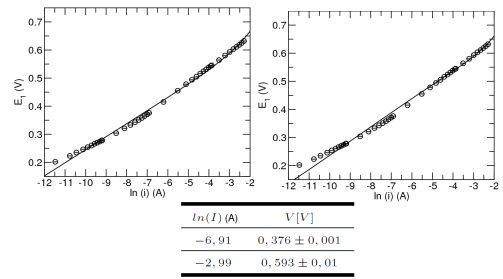
Variou-se a tensão ( $V_1$ ), provocando uma alteração da temperatura da junção, tendo sido registados os valores  $(V, I)$ , por forma a se determinar a característica corrente-tensão na junção PN.

Os pontos experimentais foram apenas considerados para uma diferença de temperaturas inferior a  $1,5^\circ C$ , tendo sido utilizada a média da temperatura da junção.

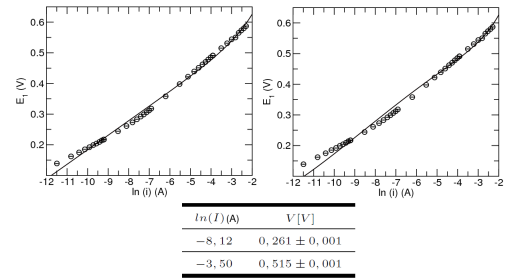
Para diferentes valores de tensão impostos a na fonte auxiliar ( $V_1$ ), registou-se os pares de valores  $(V, I)$ , ajustando-se os pontos a (5), para se obter  $R$ ,  $b$  e  $c$ , para cada temperatura da junção, sendo os valores de  $b(T)$  e  $c(T)$  utilizados para o ajuste segundo as suas expressões (6 e 7), determinando-se  $\eta$  e  $E_g$ , segundo o primeiro modelo.

Com os mesmos pares de valores ajustou-se a 10 retirando-se  $I_R$  e  $I_S$ .

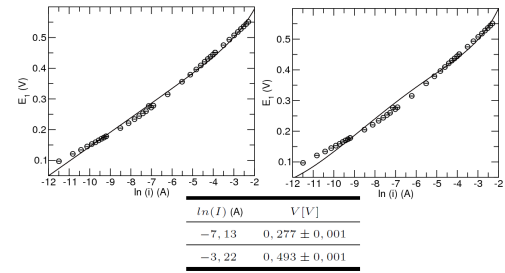
De seguida apresentam-se os ajustes para cada valor de tensão para os dois modelos.



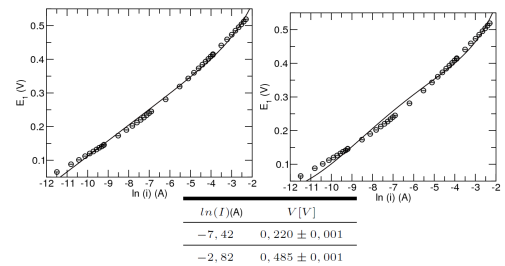
**Figura 2:** Modelo I (esquerda) e II (direita)  $V_1$ , para uma tensão  $V \approx 0V$  e  $T_{med} = 298K$ .



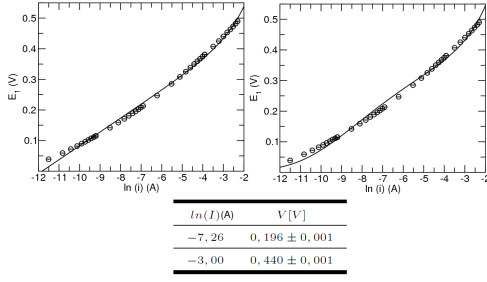
**Figura 3:** Modelo I (esquerda) e II (direita)  $V_1$ , para uma tensão  $V \approx 9,0V$  e  $T_{med} = 317K$ .



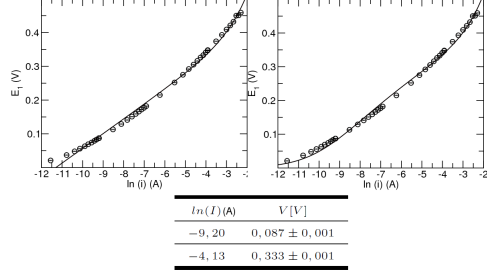
**Figura 4:** Modelo I (esquerda) e II (direita)  $V_1$ , para uma tensão  $V \approx 12,6V$  e  $T_{med} = 333K$ .



**Figura 5:** Modelo I (esquerda) e II (direita)  $V_1$ , para uma tensão  $V \approx 15,5V$  e  $T_{med} = 346K$ .



**Figura 6:** Modelo I (esquerda) e II (direita)  $V_1$ , para uma tensão  $V \approx 17,9V$  e  $T_{med} = 359K$ .



**Figura 7:** Modelo I (esquerda) e II (direita)  $V_1$ , para uma tensão  $V \approx 20,0V$  e  $T_{med} = 372K$ .

A partir dos ajustes, obtiveram-se os seguintes valores de  $R$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $I_R$  e  $I_S$ :

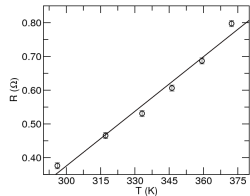
Modelo I			
$T(K)$	$R(\Omega)$	$b$	$c$
296	$0,3760 \pm 0,0089$	$0,0464 \pm 0,0001$	$0,7087 \pm 0,0007$
317	$0,4654 \pm 0,0089$	$0,0474 \pm 0,0001$	$0,6580 \pm 0,0007$
333	$0,5308 \pm 0,0089$	$0,0472 \pm 0,0001$	$0,6160 \pm 0,0007$
346	$0,6063 \pm 0,0089$	$0,0464 \pm 0,0001$	$0,5757 \pm 0,0007$
359	$0,6868 \pm 0,0089$	$0,0453 \pm 0,0001$	$0,5357 \pm 0,0007$
372	$0,7974 \pm 0,0090$	$0,0437 \pm 0,0001$	$0,4936 \pm 0,0007$

Modelo II			
$T(K)$	$R(\Omega)$	$I_R(A)$	$I_S(A)$
296	$0,4414 \pm 0,0162$	$(4,50 \pm 0,02) \times 10^{-7}$	$(4,59 \pm 0,32) \times 10^{-12}$
317	$0,6469 \pm 0,0122$	$(2,00 \pm 0,01) \times 10^{-6}$	$(2,73 \pm 0,10) \times 10^{-10}$
333	$0,8095 \pm 0,0105$	$(4,92 \pm 0,03) \times 10^{-6}$	$(4,24 \pm 0,11) \times 10^{-9}$
346	$0,9013 \pm 0,0010$	$(1,00 \pm 0,01) \times 10^{-5}$	$(3,11 \pm 0,07) \times 10^{-8}$
359	$0,9299 \pm 0,0094$	$(1,96 \pm 0,01) \times 10^{-5}$	$(1,59 \pm 0,03) \times 10^{-7}$
372	$0,9291 \pm 0,0092$	$(3,78 \pm 0,03) \times 10^{-5}$	$(6,35 \pm 0,11) \times 10^{-7}$

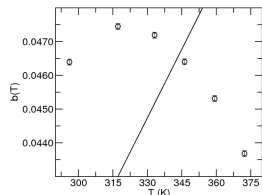
**Tabela 1:** Valores de  $R$ ,  $b$  e  $c$  (modelo I) e  $R$ ,  $I_R$ ,  $I_S$  (modelo II), provenientes dos ajustes acima.

De seguida, tem-se, para o modelo I, as representações de  $R(T)$ , bem como  $b(T)$  comparado à expressão teórica (6) e  $c(T)$  ajustado à expressão 7, de onde se retira  $E_g$ .

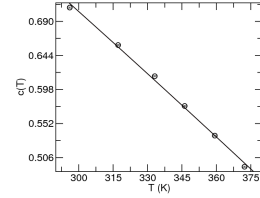


**Figura 8:** Ajuste  $R(T)$  segundo  $y = mx + b$  com  $m = 0.0054 \pm 0.0001$  e  $b = 1.244 \pm 0.048$  - tabela 1 modelo I.

Com o ajuste  $R(T)$ , é possível verificar a relação linear entre a resistência e a temperatura, quando maior a temperatura, maior a resistência.



**Figura 9:** Ajuste  $b(T)$  segundo 6 obtendo-se  $\eta = 1.572 \pm 0.001$  - tabela 1 modelo I.



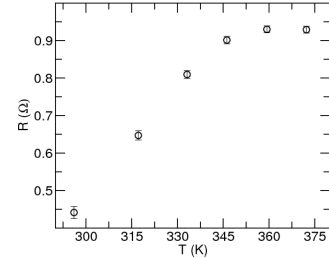
**Figura 10:** Ajuste  $c(T)$  segundo 7 retirando-se  $E_g = (1.105 \pm 0.003) \times 10^{-19} J$  e  $a = 0.018 \pm 0.001$  - tabela 1 modelo I.

Do ajuste presente na figura 10, retira o seguinte valor para a largura da banda proibida:

$$E_{g1} = (1,105 \pm 0,003) \times 10^{-19} J$$

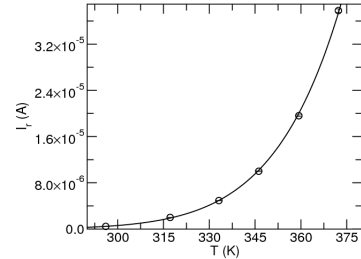
Uma vez que  $E_{gteo} = 1,78 \times 10^{-19} J$ , tem-se um desvio à exactidão de 38% o que é bastante elevado, sendo este o factor que irá determinar qual dos dois modelos é mais fidedigno.

Para o modelo II, tem-se:  $R(T)$ ,  $I_R(T)$  e  $I_S(T)$ , vindo:

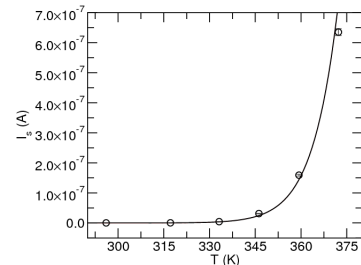


**Figura 11:**  $R(T)$  - tabela 1 modelo II.

Desta representação gráfica, pode-se verificar, tal como anteriormente, que o valor da resistência aumenta com a temperatura, contudo a relação não é linear, conforme anteriormente.



**Figura 12:**  $I_R(T)$  segundo 9 em que  $a = (3.96 \pm 0.12) \times 10^{-5}$  e  $E_g = (1.527 \pm 0.003) \times 10^{-19}$  - tabela 1 modelo II.



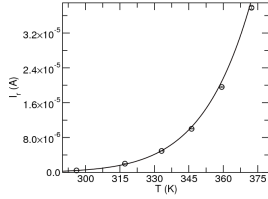
**Figura 13:**  $I_S(T)$  segundo 3 em que  $a = 30317 \pm 4114.4$  e  $E_g = (2.168 \pm 0.007) \times 10^{-19}$  - tabela 1 modelo II.

Dos ajustes das figuras 12 e 13, obtiveram-se os seguintes valores:

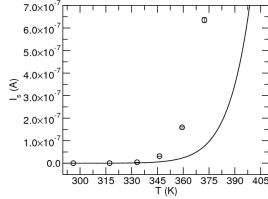
Ajuste	$E_{g2}(J)$
$I_R$	$(1,527 \pm 0.003) \times 10^{-19}$
$I_S$	$(2,168 \pm 0.007) \times 10^{-19}$
$E_{g2} = (1,57 \pm 0.01) \times 10^{-19} J$	

**Tabela 2:** Valores de  $E_g$  para o ajuste  $I_R(T)$  e  $I_S(T)$ , bem como o valor obtido através do método de bissecção.

Como  $E_g$  só pode ter um valor, utilizou-se um método iterativo, nomeadamente a bissecção, onde se fixou o valor de  $E_g$ , e verificou-se o erro do ajuste ( $\chi^2$ ), de forma a minimizá-lo. Com este novo valor de  $E_{g2}$  (presente na tabela 2) obteve-se um desvio à exactidão de 12% e os seguintes ajustes:



**Figura 14:**  $I_R(T)$  com  $E_g$  fixo no valor de  $(1,57 \pm 0,01) \times 10^{-19} J$ , retirando-se  $a = (6,40 \pm 0,02) \times 10^{-5}$



**Figura 15:**  $I_s(T)$ , com  $E_g$  fixo no valor de  $(1,57 \pm 0,01) \times 10^{-19} J$ , retirando-se  $a = 0,0274 \pm 0,0005$

## 4 Conclusão e Crítica

Esta experiência assenta no pressuposto que os dados obtidos para cada tensão foram retirados a temperatura constante. Contudo, este facto não se verificou, havendo na realidade oscilações que perturbaram posteriormente os ajustes obtidos. A proximidade da bancada da experiência e a porta é um factor que perturba a estabilidade da temperatura.

Inicialmente será realizada a análise para os resultados obtidos para o modelo simplificado.

Em primeiro lugar, é preciso analisar o ajuste dos pontos experimentais ao modelo teórico. Podemos verificar que existe um desvio entre os pontos experimentais e a sua previsão teórica pelo modelo. Assim, podemos afirmar que ou este modelo não será uma aproximação muito exacta, ou que foi cometido um erro que afectou a totalidade das medidas. A variação da temperatura pode ser o factor responsável pelo mau ajuste. Partindo para a análise dos parâmetros do modelo, podemos analisar a resistência da junção. Podemos rapidamente reparar que esta grandeza aumentou, em todas as situações, com a variação de temperatura. Por outro lado, o ajuste ao parâmetro  $b$ , que seguindo o modelo teórico devia ser directamente proporcional à temperatura, mostrou-se extremamente incoerente com a previsão teórica. Não só se verifica que o parâmetro sofre uma evolução que claramente não é linear, como se verifica que apenas aumenta com a temperatura até certo valor, a partir do qual adquire uma tendência decrescente. Assim, sendo que  $k$  e  $q$  são constantes, ora o valor  $n$  não é constante, pelo que o modelo falha, ou o modelo não descreve a situação proposta. Em qualquer das situações verifica-se que, para os pontos obtidos, o modelo claramente não é uma boa aproximação. Finalmente, podemos fazer um ajuste ao parâmetro  $c$  que nos permite obter a energia da banda proibida (também conhecida como energia de *gap*)  $E_g$ . Podemos reparar que o valor obtido para este parâmetro foi  $E_g = (1,105 \pm 0,003) \times 10^{-19} J$ , embora os pontos se tenham ajustado bem à curva teórica. Este valor é bastante afastado do valor teórico para o Silício, componente da junção PN estudada em laboratório,  $E_{g\text{teo}} = 1,78 \times 10^{-19} J$ . Isto representa um desvio à exactidão de 38%, o que é um valor muito elevado. Assim, podemos afirmar que este modelo não é um modelo apropriado para analisar a situação proposta.

Seguidamente será feita a análise ao modelo mais elaborado, menos simplista.

De forma idêntica ao modelo anterior, existe um desvio entre os pontos experimentais e o modelo teórico proposto. Analogamente, este desvio é provavelmente provocado pelas oscilações de temperatura no decorrer da experiência. A análise à resistência térmica mostrou claramente uma tendência não linear, embora crescente com a temperatura com o que parece ser um patamar de saturação. Apenas analisando os pontos estudados não nos é possível, no entanto, determinar se existe uma zona patamar de saturação ou uma tendência decrescente após um valor máximo. Os ajustes seguintes, relativos a  $I_r$  e  $I_s$ , têm de ser analisados em conjunto. Sendo que se trata do mesmo modelo para o mesmo conjunto de pontos experimentais, o parâmetro  $E_g$  tem de ser coerente para os dois ajustes. O primeiro ajuste realizado a ambos resultou numa curva teórica que se ajustava perfeitamente ou perto disso. Contudo, estes ajustes resultaram em dois valores distintos para a energia da banda proibida. Então foi feito um método iterativo (método da bissecção) para a obtenção do valor  $E_g$  para o qual, fixando-o em ambos os ajustes de forma a utilizarem o mesmo valor, existia o melhor par de ajustes. Por outras palavras, fixou-se criteriosamente o valor de  $E_g$  em ambos os ajustes e escolheu-se o valor de  $E_g$  para o qual a soma dos  $\chi^2$  de ambos os gráficos era mínima. Assim, obteve-se os gráficos de ajuste relativos a  $I_r$  e  $I_s$  com o valor de  $E_g$  final. Estes ajustes têm uma menor coerência entre a previsão teórica e os pontos experimentais mais já são coerentes com o modelo teórico ao partilharem o valor de energia da banda proibida. Assim, podemos verificar que o valor obtido foi  $E_g = (1,57 \pm 0,01) \times 10^{-19} J$ , o que representa um desvio à exactidão de aproximadamente 11%, valor extremamente inferior ao do modelo anterior.

Assim, podemos afirmar que, embora ambos os modelos teóricos se ajustem bem aos pontos experimentais, apenas os parâmetros do segundo modelo produzem resultados coerentes. Assim, podemos concluir que o modelo mais elaborado é uma aproximação que descreve muito melhor a situação física da junção PN do que o modelo simplista, que aparente ser apenas um modelo que se ajusta bem à característica da junção PN mas não à situação física que lhe dá origem. No que toca aos desvios encontrados para os valores do modelo mais elaborado, é possível que estes tenham sido provocados pelas oscilações de temperatura sentidas. A proximidade à porta, a existência de correntes de ar, e a movimentação circundante leva a oscilações de temperatura que provocam desvios nos resultados. Também é de referir que a temperatura utilizada nos cálculos foi feita através da média entre o valor inicial e o final, o que pode introduzir bastante erro. De forma a minimizar este erro, poder-se-ia ter retirado um maior número de medições de temperatura de forma a ter uma média mais credível.

Analisando agora, por último, a variação da resistência da junção PN com a temperatura, podemos ver que a tendência é crescente com uma tendência a estabilizar. O aumento da temperatura provoca um aumento de portadores (visto o maior nível energético diminuir a banda proibida), o que se traduz numa diminuição da resistência. Por outro lado, o aumento da temperatura provoca também um aumento da vibração da rede (fonões) e, consequentemente, um aumento das colisões entre partículas, o que se traduz num aumento da resistência. Assim, podemos extrapolar que o valor de resistência teria uma tendência crescente (que foi verificada) até um valor máximo e que se verificaria posteriormente uma diminuição desta resistência, devido à influência contrária destes dois efeitos. Esta previsão pode ser corroborada pelo gráfico da resistência obtido pelo ajuste ao modelo mais elaborado que, embora não se verifique a tendência decrescente, apresenta uma estabilização que pode ser exactamente o início dessa tendência.

## 5 Referências

- FIGUEIRINHAS, João. "Protocolos dos trabalhos práticos de Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica", 2014 IST
- António C.Ribeiro, Pedro Sebastião e Francisco Tomé, "Contribuição para o desenvolvimento do ensino da física experimental no IST", Departamento de Física IST, 1998.