Corpo Negro

André Ramos Gonçalo Quintal Pedro Silva Rui Claro

16 de Abril de 2009

Neste trabalho estudámos a emissão de radiação electromagnética por parte de uma lâmpada incandescente, tida como *corpo negro*. Foi obtido o valor de $B = (3,86 \pm 1,54) \times 10^{-3} mK$ para a constante de Wien. Linearizou-se o gráfico da intensidade radiada em função da temperatura tendo-se calculado um expoente de T igual a $4,11 \pm 0,03$. Por fim estudou-se a diferença de poder emissivo entre várias faces de um cubo de Leslie e comparou-se com o esperado tendo em conta a receptividade observada.

Introdução

Este trabalho tem por objectivo estudar o modelo do corpo negro. Este modelo foi proposto por Kirchhoff[1] e corresponde a admitir um corpo que absorve toda a radiação que nele incide, sendo que em equilíbrio a radiação emitida só dependerá da temperatura termodinâmica do corpo[2]. A partir de considerações da termodinâmica e do electromagnetismo foi possível estabelecer a dependência da densidade de energia para cada frequência de radiação no corpo negro como:

$$U_\nu = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

onde a função $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ era ainda desconhecida. Mesmo sem ter esta função definida conhecia-se ainda que a emissividade era proporcional à quarta potência da temperatura[3] $I \propto T^4$e também que o comprimento de onda emitido para o qual a intensidade é máxima era inversamente proporcional à temperatura[4] $\lambda_{max} \propto \frac{1}{T}$ para estas relações foram então definidas duas constantes tal que:

$$I = \sigma T^4 \qquad e \qquad \lambda_{max} = \frac{B}{T}$$

denominando-se σ por "constante de Stefan-Boltzman" e B por "constante de Wien" A primeira tentativa de explicação do fenómeno e da função da densidade de energia ficou conhecida como lei de Rayleigh-Jeans[5] previa uma densidade de energia da forma:

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

Embora esta função se aproximasse dos factos experimentais para $\lambda \to \infty$ previa que a densidade de energia tendesse para infinito à medida que $\lambda \to 0$ contrariando o observado experimentalmente que demonstrava que a intensidade da radiação teria sempre um valor limitado e tenderia para zero com o comprimento de onda.

Na tentativa de resolver esta disparidade entre o modelo teórico e as observações experimentais, Plank propôs uma nova visão do problema admitindo um novo paradigma: para cada frequência só seriam possíveis determinados valores de energia (ao invés do espectro contínuo clássico). Introduzindo esta nova condição Plank chegou à expressão para a densidade de energia:

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

que se adequava já a todo o espectro observado, e no limite clássico recupera a fórmula de Rayleigh-Jeans.

Ao longo deste procedimento experimental pretendemos obter resultados que demonstrem as previsões teóricas apresentadas, a lei do deslocamento de Wien e lei de Stefan assim como a distribuição espectral da radiação emitida, prevista por Plank.

[1] Gustav Kirchhoff, 1824-1887
[2] Como é sabido qualquer corpo com $T < 0K$ emite radiação
[3] Lei de Stefan
[4] Lei do deslocamento de Wien
[5] Proposta por Lord Rayleigh (1842–1919) e Sir James Jeans (1877–1946)

Experiência realizada

Na primeira parte da experiência, foi medido o ângulo normal (θ), necessário para calculo do índice de refracção do prisma. De seguida, confirmámos que a lampada estava alimentada com uma tensão de 12V, prosseguindo para a medição da intensidade da radiação refractada, para tal rodou-se o braço do goniómetro até à região verde do espectro visível, retirou-se a cobertura da lente do braço para uma confirmação, anotamos este ângulo e realizamos três medições para a intensidade refractada, de maneira idêntica medimos os ângulos seguintes, num total de vinte ângulos espaçados aproximadamente por meio grau. Repetindo-se este processo para uma tensão de 9V e 6V.

Na segunda parte, pretendeu-se determinar a intensidade emitida pela lâmpada. Para tal, utilizou-se uma termopilha (usando como referêcia a perede) a uma distância fixa da lâmpada, para a medição da radiação emitida. Realizámos medições para tensões 5V até 12V com um intervalo de 0,5V

Na última parte, usou-se novamente a termopilha (usando como referêcia a perede) a uma distância fixa do cubo. Deixou-se estabilizar a uma temperatura (94ºC) e registou-se a intencidade emitida para cada face, o mesmo foi feito para uma temperatura inferior, cerca de 3/4 da primeira (73ºC).

Resultados

Na primeira parte do procedimento experimental efectuámos o estuda da distribuição espectral da intensidade radiada, foram obtidos os gráficos das figuras 1 a 3.[6] O factor de escala que normaliza o máximo de intensidade foi encontraddo dividindo o valor dos máximos experimentais pelo teórico, tendo-se obtido os valores:

$Temperatura$	$Max_{exp.}/Max_{teo.}$
$1397,57K$	$1,53361 \times 10^{-14}$
$1255,23K$	$1,53026 \times 10^{-14}$
$1061,59K$	$1,71738 \times 10^{-14}$

Ao realizar o gráfico do comprimento de onda para o qual a intensidade é máxima em função do inverso da temperatura absoluta (Figura 4) calculámos o valor da constante de Wien em $(3,86 \pm 1,54) \times 10^{-3}mK$

Na segunda parte da experiência obtivemos o gráfico linearizado da intensidade radiada versus temperatura do emissor (Figura 5) que tem por declive do ajuste linear: $4,11 \pm 0,03$

Por fim no cubo de Leslie retirámos os segundos resultados:

T(ºC)		Intensidade emitida (mV)			
T_i	T_f	S1	S2	S3	S4
73	74	$0,70$	$2,45$	$9,60$	$9,68$
94	96	$1,01$	$3,80$	$14,30$	$14,50$

Onde S1 se refere à superficie reflectora, S2 à superficie branca, S3 à superficie cinzenta e S4 à superficie preta.

Análise de resultados

Na parte inicial da experiência calculou-se o índice de refracção a partir das as leituras angulares do goniómetro para cada feixe selecionada recorrendo à expressão:

$$n = \sqrt{\sin^2(\theta) + \frac{(\sin^2(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha)\sin(\theta))^2}{\sin^2(\alpha)}}$$

O que corresponde a uma propagação de erros:

$$\epsilon_n = \left| \frac{2\csc^2(\alpha)\sin(\alpha + \frac{\delta}{2})\sin(\frac{\delta}{2})\sin(\delta - 2\theta + \alpha)}{\sqrt{\sin^2(\theta) + \csc^2(\alpha)(\sin(\delta - \theta + \alpha))^2}} \right| \epsilon_\theta +$$

$$+ \left| \frac{\cos(\delta - \theta + \alpha)\csc^2(\alpha)\sin(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha)\sin(\theta)}{\sqrt{\sin^2(\theta) + \csc^2(\alpha)(\sin(\delta - \theta + \alpha))^2}} \right| \epsilon_\delta$$

Os valores de n foram então convertidos em comprimento de onda por interpolação dos dados tabelados. Traçaram-se então os gráficos de intensidade em função do comprimento de onda que se aproximam do previsto pela lei de Plank:

$$I_\lambda \Delta_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}(e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1)^{-1}\Delta_\lambda$$

O facto da normalização para os valores máximos ser próxima para os três casos de temperatura indica que os valores de intensidade obtidos se encontram correctos.

Ao traçar a regressão linear dos comprimentos de onda máximos em função do inverso da temperatura calculamos a constante B do deslocamento de Wien:

$$\lambda_{max} = \frac{B}{T}$$

Obtivemos o valor de $(3,86 \pm 1,54) \times 10^{-3}mK$ sendo que o valor tabelado $2,8977685 \times 10^{-3}$ pelo que o erro do valor calculado na regressão engloba o valor tabelado. A fraca qualidade da regressão fica a dever-se ao facto de se dispor unicamente de três pontos e também da dificuldade de atestar o máximo durante o procedimento experimental.

Na segunda parte da experiência verificámos a lei de Stefan através do gráfico do logaritmo da intensidade emitida em função do logaritmo da temperatura. O valor do declive indica obviamente o expoente que afecta a variável T, obtivemos o

[6] Cf. com os gráficos teóricos apresentados nas figuras 6 a 8

valor de $4,11 \pm 0.03$ que se adequa à função teórica:

$$I = \sigma T^4$$

A temperatura foi calculada com recurso à interpolação da resistência a que se encontrava o filamento da lâmpada (foram medidos os valores de intensidade de corrente e diferença de potencial aos terminais da lâmpada)

Na terceira parte da experiência estudámos a emissividade de vários corpos usando, neste caso, o cubo de Leslie. Na tabela podemos ver que face preta e branca têm uma emissão maior de radiação. Isto diz-nos também que ambos absorvem muita radiação. Ora, como o branco reflecte radiação visível, chegamos a conclusão que a face branca do cubo tem uma grande absorção de radiação infra-vermelha. Quanto a face espelhada, podemos compará-la a um corpo branco, dado que é a face de menor emissividade e consequentemente menor absorção. Em relação a face cinzenta, podemos constatar que se encontra num caso intermédio, dado que tem uma emissividade superior à face espelhada mas inferior, tanto a face branca como preta.Também se verificou para todas as faces um aumento da intensidade com o aumento da temperatura, como seria de esperar pela Lei de Stefan.

Conclusão e críticas

Este trabalho, dividiu-se em três partes.

Na primeira parte tinhamos como objetivo, ao estudar o modelo do corpo negro a diferentes temperaturas, verificar a Lei da Radiação de Planck e a Lei do Deslocamento de Wien. No gráfico de Wien o valor teórico para B é $2,898$, sendo o valor obtido para B é de $3,86 \pm 1,54$ com um desvio de 9%. Pode dizer-se que as medições efectuadas com o ajuste do erro englobam na perfeição o valor tabelado. Este desvio embora não muito elevado, não deixa de ser importante, pode dever-se essencialmente ao facto de apenas se dispor de três valores para a regressão linear. Na verificação da lei de Planck obteve-se três gráficos de dispersão espectral, cuja curva é similar à teórica.

Na segunda parte Estudo experimental da variação da intensidade da radiação emitida pelo corpo negro em função da sua temperatura absoluta (lei de radiação de Stefan). O gráfico obtido experimentalmente obteve um declive de $4,11$ com um erro de $\pm 0,03$ e um desvio à precisão de $2,75\%$. Pode-se com isto afirmar que embora o intervalo dos valores do declive não englobem o declive teórico (4), o descio à precisão é muito baixo, ou seja, foi possivel verificar a lei de Stefan.

Na última parte deste trabalho, estudou-se a emissividade de várias superficies num cubo onde cada face tinha uma propriedade diferente. verificou-se que todas elas tinham valores de emissividade diferente, sendo a preta a que mais emite, visto ser que absorve mais. Com base nesta experiência, pode-se assim concluir que esta face foi a que mais se aproximou de um corpo negro.

Bibliografia

- Brogueira, P. e Noronha, A., (1994), *Exercícios de física*, MacGraw Hill.
- Dias de Deus, J., Pimenta, M., Noronha, A., Peña, T. e Brogueira, P., (2000), *Introdução à física*, McGraw Hill.

Anexo

Gráficos obtidos

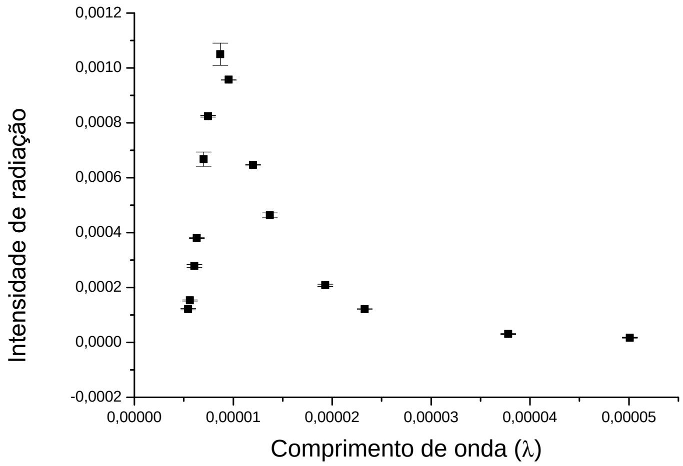

Figura 1: Intensidade radiada vs. comprimento de onda a $1397,57K$

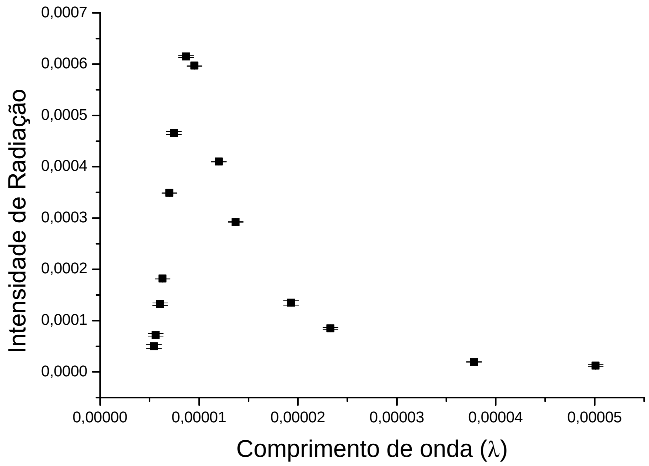

Figura 2: Intensidade radiada vs. comprimento de onda a $1255,23K$

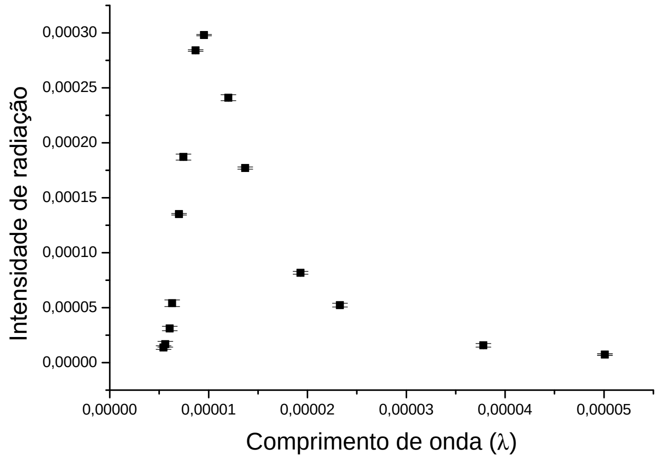

Figura 3: Intensidade radiada vs. comprimento de onda a $1061,60K$

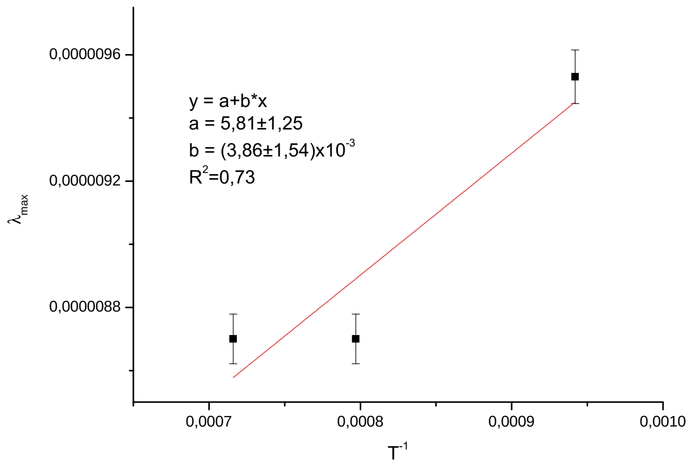

Figura 4: Constante de Wien

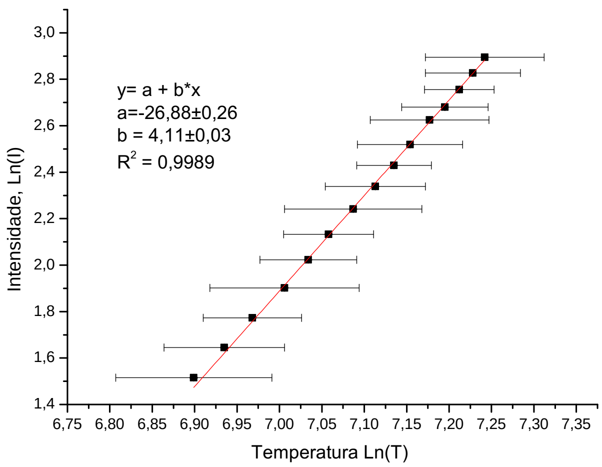

Figura 5: Lei de Stefan

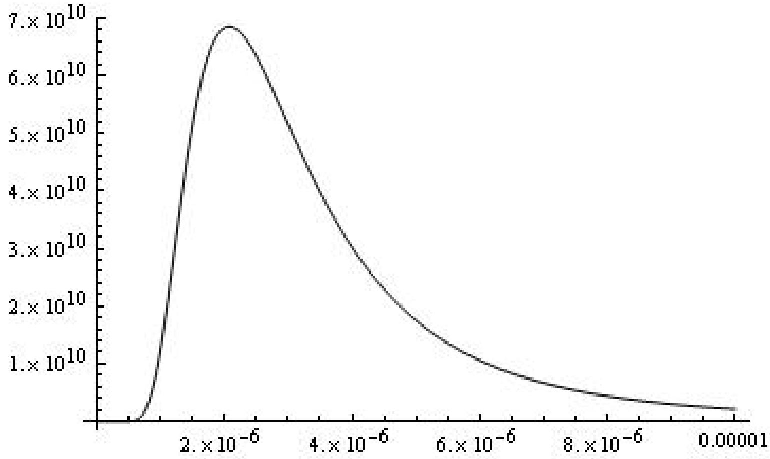

Figura 6: Lei de Plank a $1397,57K$

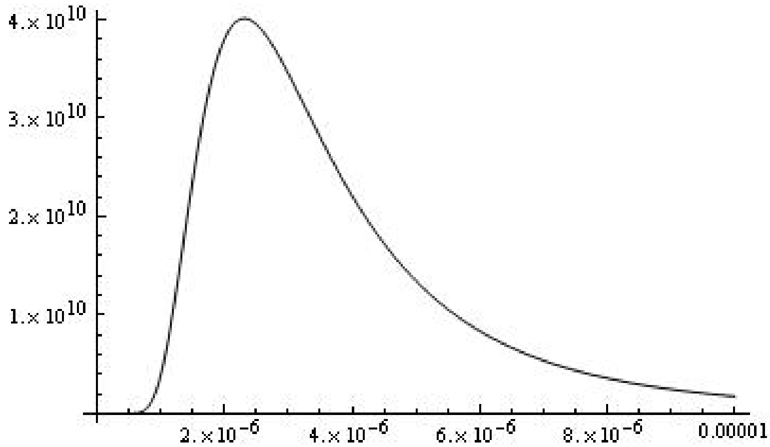

Figura 7: Lei de Plank a $1255,23K$

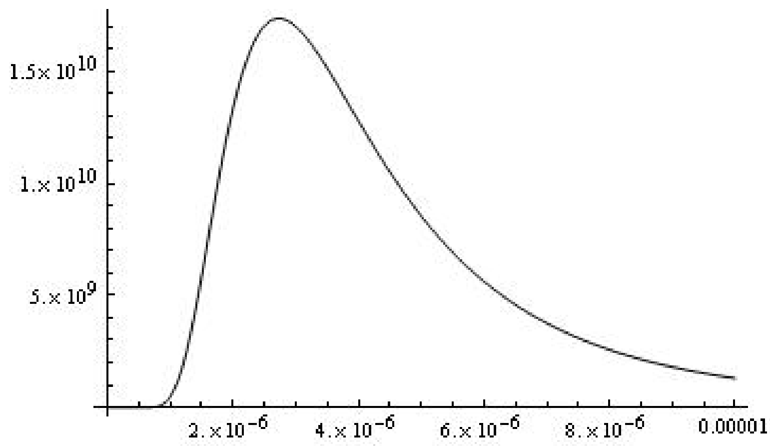

Figura 8: Lei de Plank a $1061,60K$