

# Análise de Características Eléctricas de uma Junção PN e sua variação com a Temperatura

Emanuel Ricardo - n° 65677, Hugo Proença - n° 65683, João Martins - n° 65695, João Penedo - n° 65697

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica, MEFT - IST 2009/10

(Dated: May 5, 2010)

O presente trabalho laboratorial tem como objectivo o estudo das características eléctricas de uma junção PN (dódo) a partir da análise da sua característica corrente-tensão,  $I(V)$ , feito para diferentes valores de temperatura do sistema da junção. Recorre-se a dois modelos teóricos de forma a descrever os resultados experimentais, dando-se particular relevância à determinação do parâmetro  $E_G$ , correspondente à energia do *gap* existente entre bandas de valência e de condução num semiconductor.

Após análise de fiabilidade de resultados obteve-se um valor de  $\eta = 1.09 \pm 0.01$  para o modelo de Shockley do dódo e um valor médio de  $E_G = 1.08 \pm 0.16$  a partir de ajuste em função da temperatura de parâmetros de ajuste ao segundo modelo. Foi possível comprovar qualitativamente o ajuste dos modelos teóricos aos dados recolhidos em laboratório.

## I. BREVE INTRODUÇÃO

Quanto às propriedades eléctricas, os materiais podem ser classificados em condutores, semicondutores e isoladores, com base na dimensão/existência do intervalo energético (energia de *gap*,  $E_G$ ) entre as bandas de condução e de valência. Num **condutor** verifica-se a sobreposição destas últimas, resultando numa excepcional liberdade de movimento de portadores de carga no material ( $E_G = 0$ ). Num material **isolador**, verifica-se a situação oposta, sendo o *gap* praticamente intransponível.

Os materiais **semicondutores** desempenham um papel fundamental na Electrónica moderna, constituindo a base da maioria dos elementos de circuito comuns. Estes distinguem-se pela capacidade de se comportarem como ambos condutores e isoladores, já que, apesar de existir uma barreira energética, a sua transposição é acessível a energias electrónicas comuns, dependendo de factores como a temperatura ( $0 < E_G \lesssim 3 \text{ eV}$ ).

Os portadores de carga num semiconductor são os electrões livres (carga negativa) e os ditos buracos, correspondentes à ausência de um electrão na orbital (carga positiva). Quando o material é puro, a sua geração é simétrica, havendo igual número de portadores de cada tipo. Este balanço pode ser perturbado com a introdução de impurezas.

A **junção PN**, cuja descoberta é atribuída a Russell Ohl (1898-1987), corresponde ao acoplamento de dois semicondutores, um do tipo N e outro do tipo P, dopados respectivamente, com impurezas dadoras (aumento do número de electrões livres) ou aceitadoras (aumento do número de buracos). Estas junções são comumente utilizadas em circuitos sob a forma de díodos, elementos que, idealmente, funcionam como interruptores comandados por tensão.

O seu funcionamento tem por base o facto de os electrões no lado N serem, junto à junção, atraídos e difundidos para o lado P, ficando presos nessa vizinhança [1], estabelecendo-se uma barreira eléctrica na interface. Deste fenómeno microscópico advêm as propriedades particulares do dódo (fechando o circuito, é necessário aplicar uma tensão suficientemente elevada para contrariar este campo). A característica corrente-tensão de uma junção PN pode ser descrita por modelos teóricos mais ou menos complexos, sendo o modelo de Shockley para o dódo (1) o mais recorrente na literatura.

## II. EXPERIÊNCIA REALIZADA

Recorrendo à montagem relativa à Figura 1, foram registados, para 6 valores de temperatura  $T$  na junção (controlada pelo gerador auxiliar de tensão  $V_{\text{aux}}$  e resistências de aquecimento  $R_a$  em contacto térmico com o elemento de circuito), pares corrente-tensão no dódo utilizado (dódo comercial de silício, modelo 1n5332), integrando-o num circuito (dódo, gerador de tensão,  $E_1$ , e resistências,  $R_1$ , em série) onde se faz variar a tensão  $E_1$  e o valor



Figura 1: Fotografia-esquema do equipamento experimental

de  $R_1$ . A leitura dos pares é feita com recurso a multímetros, associados tanto em série como em paralelo à junção, desempenhando, respectivamente, as funções de amperímetro e voltímetro.

Tabela I: Intervalos de medidas a considerar

Resistência $R_1$	Intervalo de Intensidade de corrente $I$	Passo de $I$
100 k $\Omega$	10 $\mu A$ – 100 $\mu A$	20 $\mu A$
20 k $\Omega$	100 $\mu A$ – 1000 $\mu A$	200 $\mu A$
1 k $\Omega$	1 mA – 20 mA	4 mA
200 $\Omega$	20 mA – 100 mA	20 mA

Na Tabela I encontram-se resumidas as variações feitas a  $R_1$  e os valores de corrente  $I$  a percorrer no passo indicado, obtidos por variação de  $E_1$ .

Note-se que a alteração de tensões e resistências implica uma alteração na escala do amperímetro. Os 6 valores de temperaturas correspondem a tensões na fonte auxiliar de 0 V, 9 V, 12.6 V, 15.5 V, 17.9 V, e 19.9 V<sup>1</sup>, sendo que se aguarda o equilíbrio térmico antes de qualquer medição.

Verifica-se que a tensão aos terminais do dódo (real),  $V$ , corresponde à soma das tensões  $V_R$  e  $V_d$  correspondentes à sua resistência interna  $R$  e ao dódo ideal, respectivamente.

O presente trabalho laboratorial tem, como referido, o objectivo de analisar o comportamento observado experimentalmente da característica corrente-tensão com base em dois modelos teóricos, correspondentes às seguintes relações [2]:

$$I(V_d) = I_s \left( e^{\frac{q}{kT\eta} V_d} - 1 \right) \quad (1)$$

<sup>1</sup> Máximo de tensão aplicável, dada a montagem.

$$I(V_d) = I_s \left( e^{\frac{q}{kT} V_d} - 1 \right) + I_r \left( e^{\frac{q}{2kT} V_d} - 1 \right) \quad (2)$$

Onde  $k$  é a constante de Boltzmann,  $q$  a carga do electrão e  $\eta$  um parâmetro característico do díodo (factor de idealidade). Reescrevendo as equações (1) e (2) agora para o díodo real, em função da tensão  $V$  e considerando para a primeira a aproximação  $e^{\frac{q}{kT}\eta V_d} \gg 1$ , tem-se [2]:

$$V(I) = RI + b \ln(I) + c \quad (3)$$

$$V(I) = RI + 2a \ln \left[ \sqrt{\left( \frac{I_r}{2I_s} \right)^2 + \frac{I}{I_s} + \frac{I_r}{I_s} + 1} - \frac{I_r}{2I_s} \right] \quad (4)$$

Sendo que  $a = \frac{kT}{q}$ ,  $b = \eta a$ ,  $c = -b \ln(I_s)$ ,  $I_s \propto T^3 e^{-\frac{E_G}{kT}}$  e  $I_r \propto T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{E_G}{2kT}}$ , designando-se as constantes de proporcionalidade por  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente. A análise dos dados experimentais consiste no ajuste dos pontos corrente-tensão para cada  $T$  a (3) e (4), obtendo-se parâmetros de ajuste  $b$ ,  $c$ ,  $I_s$  e  $I_r$  que serão por sua vez ajustados como funções da temperatura da junção.

### III. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

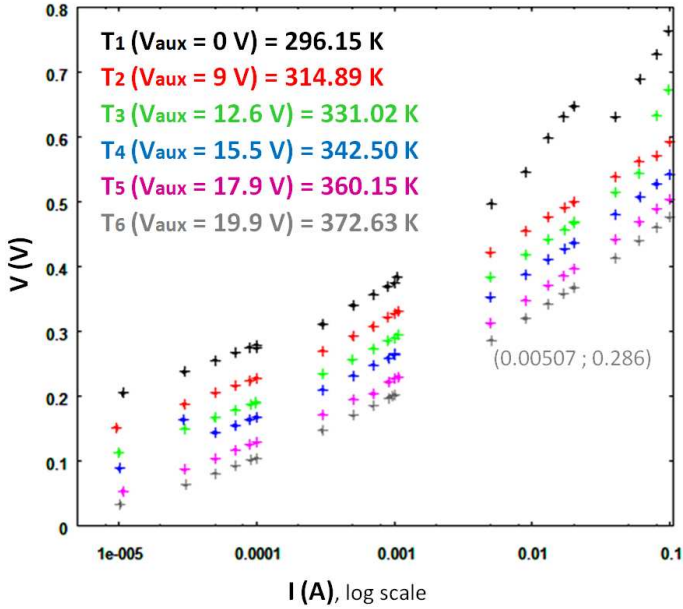


Figura 2: Pares corrente-tensão obtidos, em unidades S.I.

Na Figura 2 apresentam-se os resultados experimentais obtidos para as seis temperaturas correspondentes aos diferentes valores de  $V_{aux}$ . Dado o seu grande volume, optou-se por uma representação gráfica dos pontos corrente-tensão, sendo que os valores obtidos se encontram discriminados nas tabelas do caderno de laboratório.

As temperaturas apresentadas foram calculadas considerando uma média ponderada das temperaturas medidas ao longo das sequências de registos de pontos. Estas últimas não apresentam variações superiores a  $2K$ . De modo a salientar a dispersão de magnitudes relativas de  $I$ , optou-se, para os valores de corrente, pela representação em escala logarítmica (para a junção, pequenas variações de tensão implicam grandes variações de corrente).

Apresentam-se de seguida os ajustes feitos aos resultados obtidos, para ambos os modelos (equações (3) e (4), à esquerda e à direita, respectivamente), nas Figuras 3-8. É de notar que, novamente, todas as representações de valores de correntes correspondem a escalas logarítmicas, pelo motivo já indicado.

Refira-se ainda que nos ajustes a ambos os modelos foram desconsiderados pares corrente-tensão que visivelmente perturbavam a continuidade esperada. Este efeito foi mais significativo para os dados correspondentes a  $V_{aux} = 0V$  e deve-se em primeira análise a uma variação prematura da temperatura na junção, posteriormente corrigida, sendo que no ajuste se retiraram os pontos na gama dos  $[5; 20] mA$ . Por outro lado, para  $V_{aux} = 12.6V$  ignoraram-se os pontos  $(0.0801; 0.633)$  e  $(0.0980; 0.672)$  e para  $V_{aux} = 15.5V$  o ponto  $(2.98e-05; 0.164)$ .

Adicionalmente, em cada um dos ajustes ao segundo modelo foi fixo o valor de  $a$  recorrendo aos já referidos valores de temperatura média. Sendo possível este cálculo prévio, a dificuldade de ajuste é parcialmente reduzida, passando a existir apenas três grandezas livres:  $R$ ,  $I_s$  e  $I_r$ .

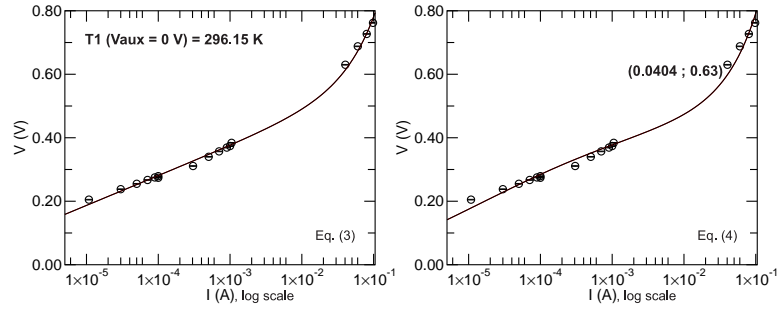


Figura 3: Ajustes a ambos os modelos para  $V_{aux} = 0V$ .

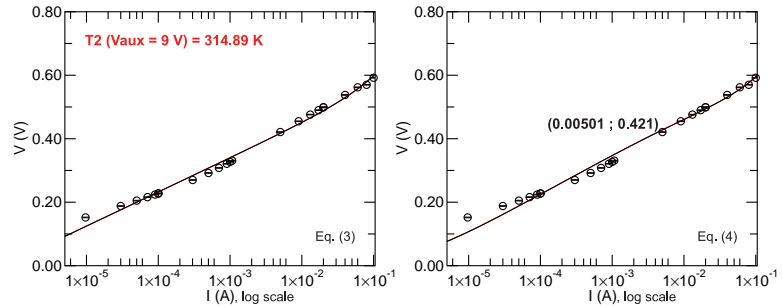


Figura 4: Ajustes a ambos os modelos para  $V_{aux} = 9V$ .

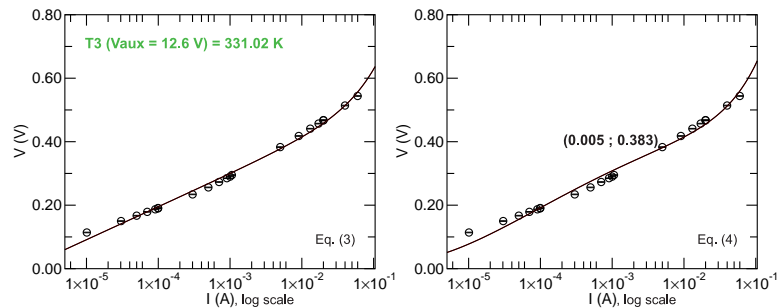


Figura 5: Ajustes a ambos os modelos para  $V_{aux} = 12.6V$ .

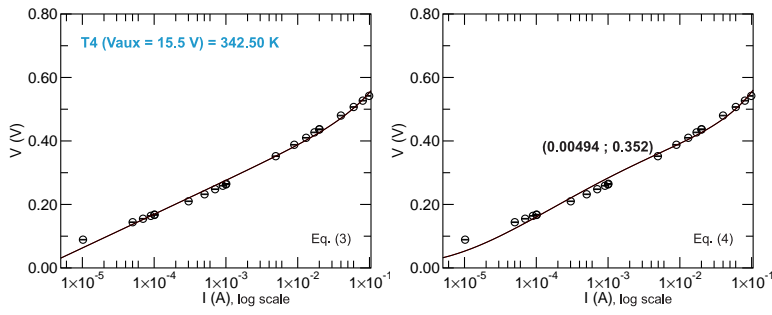


Figura 6: Ajustes a ambos os modelos para  $V_{aux} = 15.5V$ .

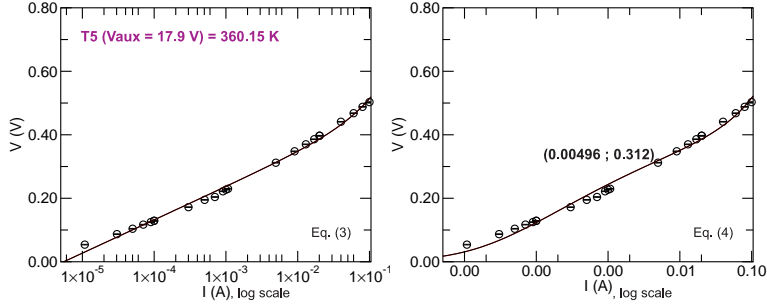


Figura 7: Ajustes a ambos os modelos para  $V_{aux} = 17.9V$ .

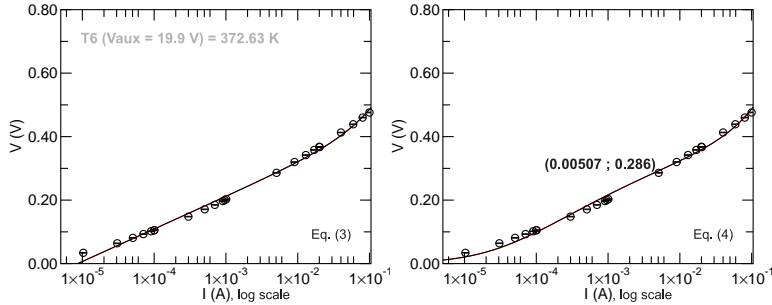


Figura 8: Ajustes a ambos os modelos para  $V_{aux} = 19.9V$ .

São apresentados os parâmetros de ajuste para o modelo (3) na Tabela II e para o modelo (4) na Tabela III, incluindo-se os valores de erro obtidos em cada caso para cada parâmetro.

Tabela II: Dados obtidos do ajuste ao modelo da equação (3).

$T (K)$	$R (\Omega)$	$b (V)$	$c (V)$
296.15	$2.19 \pm 0.02$	$(4.08 \pm 0.02) \times 10^{-2}$	$(6.56 \pm 0.02) \times 10^{-1}$
314.89	$0.44 \pm 0.01$	$(4.67 \pm 0.01) \times 10^{-2}$	$(6.62 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
331.02	$1.22 \pm 0.02$	$(4.51 \pm 0.01) \times 10^{-2}$	$(6.10 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
342.50	$0.65 \pm 0.01$	$(4.61 \pm 0.01) \times 10^{-2}$	$(5.94 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
360.15	$0.68 \pm 0.02$	$(4.55 \pm 0.01) \times 10^{-2}$	$(5.51 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
372.63	$0.70 \pm 0.03$	$(4.44 \pm 0.01) \times 10^{-2}$	$(5.18 \pm 0.01) \times 10^{-1}$

Tabela III: Dados obtidos do ajuste ao modelo da equação (4).

$T (K)$	$R (\Omega)$	$I_s (A)$	$I_r (A)$
296.15	$2.84 \pm 0.01$	$(2.13 \pm 0.08) \times 10^{-10}$	$(3.30 \pm 0.04) \times 10^{-7}$
314.89	$0.56 \pm 0.02$	$(1.57 \pm 0.08) \times 10^{-10}$	$(1.61 \pm 0.01) \times 10^{-6}$
331.02	$1.73 \pm 0.03$	$(5.77 \pm 0.21) \times 10^{-9}$	$(3.44 \pm 0.03) \times 10^{-6}$
342.50	$0.92 \pm 0.01$	$(1.30 \pm 0.04) \times 10^{-8}$	$(6.88 \pm 0.06) \times 10^{-6}$
360.15	$0.93 \pm 0.01$	$(1.07 \pm 0.03) \times 10^{-7}$	$(1.51 \pm 0.01) \times 10^{-5}$
372.63	$0.89 \pm 0.01$	$(3.68 \pm 0.08) \times 10^{-7}$	$(2.53 \pm 0.03) \times 10^{-5}$

A partir das Tabelas II e III fez-se ajustes a  $b(T)$ ,  $c(T)$ ,  $I_s(T)$  e  $I_r(T)$ , estando estes ilustrados nas Figuras 10-13. São ainda representados os valores  $R(T)$  (nas tabelas) na Figura 9.

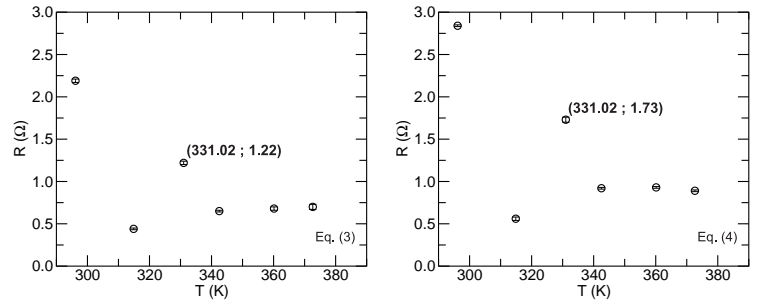


Figura 9: Valores de  $R(T)$  para ambos os modelos.

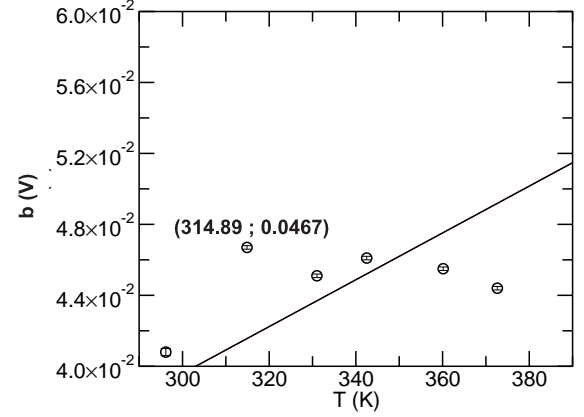


Figura 10: Ajuste aos pontos  $b(T)$  obtidos do ajuste a (3).

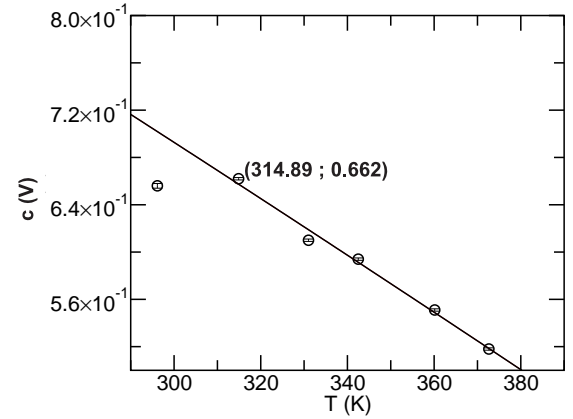


Figura 11: Ajuste aos pontos  $c(T)$  obtidos do ajuste a (3).

Verifica-se que em geral foram conseguidos ajustes satisfatórios a ambos os modelos, sendo os pontos de maior intensidade mais facilmente ajustados.

A grandeza  $R(T)$  corresponde à resistência da componente em estudo excluindo a região de contacto entre semicondutores. Na análise dos pontos experimentais, considerando menos fiáveis os ajustes ao primeiro e terceiro valor de temperatura, sugere-se um ligeiro aumento deste parâmetro com a temperatura, o que estaria de acordo com o esperado. Por outro lado, o facto de uma variação térmica ter efeito sobre o número de portadores de carga pode influenciar a variação desta quantidade. É de referir que os valores obtidos revelam-se próximos e com distribuição semelhante em ambos os gráficos.

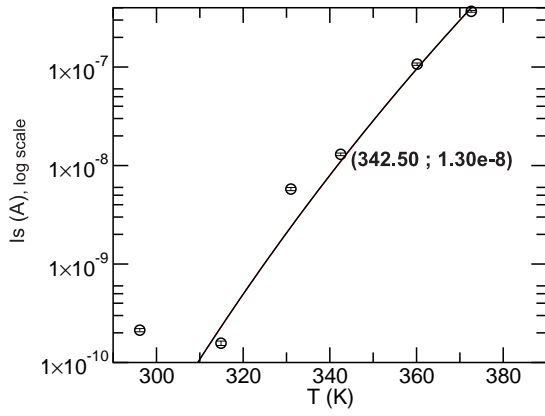


Figura 12: Ajuste aos pontos  $I_s(T)$  obtidos do ajuste a (4).

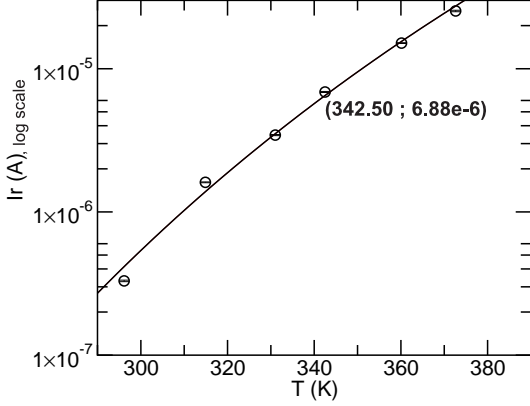


Figura 13: Ajuste aos pontos  $I_r(T)$  obtidos do ajuste a (4).

Para o ajuste a  $b(T)$  verificou-se que o modelo não se ajusta de todo aos pontos obtidos, sendo a sua validade posta em causa. Do ajuste obtém-se  $b(T) = (1.32 \pm 0.01) \times 10^{-4} T$ , o que implicaria um valor de  $\eta = 1.53 \pm 0.01$ . Apesar deste valor estar dentro do esperado para o factor ( $\eta \in [1; 2]$ ), dada a qualidade do ajuste, deste dado não se extrai significado.

De forma a realizar o ajuste a  $c(T)$  foi necessário considerar dois pormenores, correspondentes a desconsiderar o ponto correspondente à temperatura mais baixa (dados menos fiáveis) e a fixar o valor de  $\alpha$  na função  $c(T) = -\frac{\eta k T}{q} \ln\left(\alpha T^3 e^{-\frac{E_G}{kT}}\right)$ , tendo-se para uma junção de Silício  $\alpha \approx 179 AK^{-3}$  [3]. Esta última consideração permite diminuir o número de graus de liberdade do ajuste à semelhança do que foi feito para o ajuste a (4), evitando que o parâmetro divirja para um valor infinitamente grande. O ajuste revela-se satisfatório, obtendo-se  $\eta = 1.09 \pm 0.01$  e  $E_G = (1.94 \pm 0.02) \times 10^{-19} J = 1.21 \pm 0.01 eV$ . Verifica-se que o valor de  $\eta$  se desvia um pouco do anterior, menos fiável, pertencendo também ao intervalo antecipado. O valor obtido para  $E_G$  é razoável, admitindo um desvio à exactidão de 8.0% do valor tabelado  $E_{G \text{ teórico}} = 1.12 eV$  [4].

Por fim, consideram-se os ajustes a  $I_s(T)$  e  $I_r(T)$ , para os quais

não houve a necessidade de descartar pontos experimentais. Para  $I_s$  obteve-se  $\alpha = 233 \pm 48 AK^{-3}$  e  $E_G = (1.95 \pm 0.01) \times 10^{-19} J = 1.22 \pm 0.01 eV$ , e para  $I_r$  obteve-se  $\beta = (3.70 \pm 0.16) \times 10^{-4} AK^{-5/2}$  e  $E_G = (1.48 \pm 0.01) \times 10^{-19} J = 0.93 \pm 0.01 eV$ . Verifica-se que fixando o valor de  $\alpha$  no primeiro ajuste devolve um valor de  $E_G$  apenas 0.7% desviado do anterior, pelo que se preferiu deixar o primeiro parâmetro livre. O primeiro e o segundo valor de  $E_G$ , neste contexto, apresentam um desvio à exactidão de, respectivamente, 8.9% e 17.0%.

## V. CONCLUSÕES E CRÍTICA

Da análise de resultados efectuada encontra-se um valor de  $\eta = 1.09 \pm 0.01$  e um valor de  $E_G = 1.21 \pm 0.01 eV$  (0.8% de desvio à precisão e 8.0% de desvio à exactidão) obtidos a partir do ajuste de  $c(T)$  ao modelo teórico, e ainda um valor médio de  $E_G = 1.08 \pm 0.16$  (14.8% de desvio à precisão e 3.6% de desvio à exactidão) para os ajustes a  $I_s$  e  $I_r$  em função da temperatura.

Existem erros experimentais associados às medições das grandezas de intensidade (variáveis ao longo da experiência), tensão e temperatura, registados em caderno de laboratório. Os desvios observados aos resultados teóricos são em parte devidos à variação da temperatura da junção ao longo das medições, tendo que se aguardar estabilização deste factor (a precisão obtida na medição de  $T$  é de  $1^\circ C \equiv 1K$ ). Para o primeiro conjunto de dados ocorreu, como referido, um aumento inadvertido de  $V_{aux}$ , anterior à conclusão do ciclo de medições. Foi necessária a reversão para  $V_{aux} = 0$  antes de prosseguir com a recolha de pontos corrente-tensão, suspeitando-se, no entanto, que estas flutuações tenham influenciado o comportamento da junção, reduzindo a fiabilidade desses mesmos pontos.

Quanto aos modelos utilizados, verifica-se que qualitativamente ambos os modelos se ajustam razoavelmente aos dados obtidos, considerando-se ligeiramente superior o da equação (3) (modelo mais simples) em toda a gama de intensidades. Por outro lado verifica-se que os ajustes às relações entre os parâmetros de ajuste do modelo (4) e a temperatura são mais eficazes que o verificado para (3), sendo que a descrição de  $b$  como proporcional a  $T$  fica aquém do observado.

É de notar que existe uma acumulação progressiva de erros ao considerar um ajuste a parâmetros de ajuste. Esta recursividade introduz um factor de desvio cumulativo cuja magnitude não nos é possível avaliar. Interessa ainda aqui referir que um modelo é apenas isso, uma ferramenta descritiva, sendo que existem limitações na simulação dos comportamentos reais de elementos idealizados. De forma a melhorar os resultados obtidos sugere-se um melhor isolamento da junção e a implementação de um termopar que permita medições mais precisas dos valores de temperatura. Tal controlo seria crucial numa determinação mais rigorosa de do valor associado ao *gap* energético.

Acrescenta-se, a título de curiosidade, que uma aplicação útil dos díodos de silício (como o utilizado) corresponde precisamente à construção de um termómetro facilmente implementado, a baixo custo, num contexto electrónico, sendo que o seu funcionamento se baseia na relação entre  $I_s$  e a temperatura.

[1] “[http://en.wikipedia.org/wiki/Pn\\_junction](http://en.wikipedia.org/wiki/Pn_junction),” P-N Junction: Wikipedia art.

[2] J. Figueirinhas, Apont. aulas teóricas (13,19 May 2010).

[3] Z. Lin, X. Huang, and W. B. Berry, “Temperature dependence on the energy gap selection in two cell, four terminal tandem solar cell

design,” Specialists Conference (1991), p. 324.

[4] C. D. Thurmond, “The standard thermodynamic functions for the formation of electrons and holes in ge, si, gaas and gap,” J. Electrochem. Soc. (1975), vol. 122, pp. 1133-1141.