

Compressão e Expansão Adiabática e Isotérmica de Gases

LCET/MEFT - 2º ano, 2º Semestre - 2013/2014
Turno de Sexta-feira

Professor João Figueirinhas

Grupo D

João Lourenço (75382)/ Miguel Mora (75399)/ Miguel Levy (75516)/ Ana Almeida (75986)

28/03/2014

Resumo

Neste trabalho, estudou-se a compressão e expansão isotérmica e adiabática de gases, nomeadamente do ar. Para isso recorreu-se a um software de recolhia dados: valores de temperatura, pressão e volume, prosseguindo com o cálculo do trabalho, bem como apresentação do diagrama $P(V)$, a partir do qual se retirou a constante (α) para processo adiabático e isotérmico. Com α foi possível, comparar os valores obtidos, com os valores do modelo teórico e com os valores teóricos.

1 Introdução

Para se analisar uma substância no estado gasoso, pode-se aplicar o modelo do gás perfeito que admite um gás teórico composto de um conjunto de partículas pontuais que se movem aleatoriamente e não interagem, existindo apenas choques elásticos. Desta forma, para descrever este gás são apenas necessárias três grandezas: pressão (P), volume (V) e temperatura (T), sendo possível relaciona-las, através da equação de Estado dos Gases Perfeitos, vindo:

$$PV = nRT \quad (1)$$

(n = número de moles;

R = constante universal dos gases = $8.31JK^{-1}mole^{-1}$)

Segundo o primeiro princípio da termodinâmica, quando um sistema transista de um estado A para um estado B, a soma algébrica das várias transformações de energia que se efectuam sobre o sistema só dependem da energia interna do estado inicial A e da energia do estado final B, sendo que se o sistema voltar ao estado inicial A, a variação de energia interna é nula.

Assim sendo, é de notar que um sistema termodinâmico, pode interactuar com o exterior através de transferência de energia sob a forma de trabalho (W) ou de calor (Q), vindo:

$$\Delta U = Q - W \quad (2)$$

Posto isto, considera-se que numa escala molecular, em cada transformação elementar, o sistema atinge um estado de equilíbrio (variáveis termodinâmicas constantes), sendo estas transformações quase-estáticas, sendo que nas condições do primeiro princípio, vem que estas transformações são reversíveis, vindo:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} PdV \quad (3)$$

Pelo princípio da conservação de energia (1º Princípio da termodinâmica), considerando dois estados do sistema, sendo U a energia interna associada, vem que:

$$dU = dQ - dW \quad (4)$$

Num gás perfeito, a energia interna depende da temperatura (T) e graus de liberdade para o movimento dos átomos, sendo que para um gás diatómico, vem que:

$$U = C_V nRT = \frac{5}{2} nRT \quad (5)$$

Desta forma, numa transformação em que não haja produção de trabalho, sem variação de volume, o calor específico molar é dado por:

$$C_V = \frac{5}{2} R \approx 20.75 JK^{-1} mole^{-1} \quad (6)$$

Transformação Adiabática

Numa transformação adiabática, a variação de energia interna obtém-se a partir do trabalho fornecido pelo sistema ao exterior, ou seja, $dQ = 0$.

Reescrevendo 4, vem que:

$$nC_VdT + PdV = dQ \quad (7)$$

Desta equação é possível retirar várias relações, entre as quais:

$$PV^\alpha = const \quad (8)$$

($\alpha = \frac{C_p}{C_V}$, sendo C_p o calor específico a pressão constante e C_V a volume constante)

Transformação Isotérmica

Numa transformação isotérmica, a temperatura não varia, o que faz com que a energia interna não varie, vindo:

$$dQ = dW \iff \Delta Q = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} \quad (9)$$

Actividade Laboratorial

A partir de 1, 7 e 8, é possível deduzir uma outra equação:

$$dQ = n\beta dT \quad (10)$$

Onde:

$$\beta = C_V + \frac{R}{1 - \alpha} \quad (11)$$

Na actividade, medem-se as três grandezas termo-dinâmicas (P, V, T) em simultâneo durante a compressão ou expansão de gases, sendo que se podem analisar transformações adiabáticas em processos rápidos e isotérmicas em processos lentos.

Para isso dispõem-se de um cilindro que contém o gás (onde se efectuam as compressões e expansões) acoplado a um pistão de plástica movido verticalmente, permitindo a compressão e expansão do gás. Tem-se, ainda, uma fonte de alimentação, sensores, sendo os sinais analisados pelo software presente no computador. Este sistema apresenta, também, divisores de tensão e transdutores, vem como torneiras associadas ao cilindro cujo volume tem que ser contabilizado aquando o cálculo do volume do gás, vindo:

$$V = \pi r^2 h + 0.006\pi r^2 \quad (12)$$

O software existente permite também o cálculo do trabalho nas compressões, bem como apresentação de gráfico $\ln(P)$ vs $\ln(V)$, dos quais é possível extrair a constante α , para o processo adiabático $\alpha_{teorico} = 1,4$ e para a compressão isotérmica $\alpha_{teorico} = 1$.

7. Utilizando os cinco primeiros e últimos pontos do sistema de aquisição de dados:
 - i) Calcule o número de moles (n) através da expressão 1;
 - ii) Determine $\alpha_{calculado}$ a partir de β (expressões 10 e 11);
 - iii) Obtenha a variação de energia interna ΔU (5);
 - iv) Calcule as trocas de Calor ($Q = W - \Delta U$).
 - v) Com os valores de $\ln(P)$ e $\ln(V)$ retirados a partir do software, utilize o fitter por forma a descobrir α_{fitter} .

III - Compressão adiabática

1. Efectue uma compressão suficientemente rápida para que as perdas de calor efectuadas nas paredes do cilindro possam ser consideradas desprezáveis;
2. Mude a escala do osciloscópio digital, simulado pelo computador, para 10 ms/DIV.
3. Realize os passos 5, 6 e 7 descritos para a compressão isotérmica.

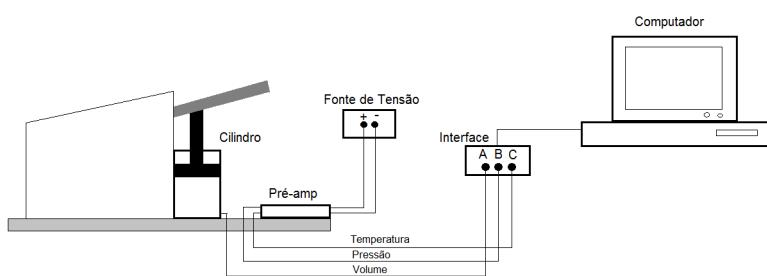


Figura 1: Diagrama da montagem experimental.

2 Montagem e Procotocolo experimental

I - Calibração

1. Ligue o computador e quando possível seleccione a opção "Data Monitor";
2. Escolha "Calibration";
3. Calibre o volume, escolhendo uma posição h para o êmbolo, calcule o volume, introduza-o no sistema;
4. Registe os valores de tensão e introduza-os no sistema;
5. Escolha uma segunda posição h e realize 3 e 4;
6. Salve o ficheiro de calibração;
7. Aquando novas medições, efectue o *load* do ficheiro, em "File Options".

II - Compressão isotérmica

1. Seleccione o modo "Oscilloscope" do programa DM, para aquisição de dados;
2. Utilize "Calibration - Read Voltage" e escolha o valor de tensão do canal correspondente à medida de volume eo sentido da variação da tensão;
3. Prepare o osciloscópio por forma a adquirir e salvar os dados no disco;
4. Realize uma compressão lenta, utilizando uma escala de tempo de 1000 ms/DIV, sendo que a temperatura deve se manter aproximadamente constante;
5. Corra o programa LINLN por forma a determinar α ;
6. Utilize DM na opção "Plot Graph - Integrate" para calcular o trabalho da compressão.

3 Análise de Resultados

3.1 Calibração

A calibração do sensor de volume foi feita, colocando o pistão em 2 posições diferentes (h), registando-se os valores de tensão (V) com posterior cálculo do volume para introduzir no sistema.

<i>Calibração</i>			
<i>R(cm)</i>	<i>h(cm)</i>	<i>V(cm³)</i>	<i>V(V)</i>
2, 2		199, 4	3, 853
		95, 60	0, 6176

Tabela 1: Dados utilizados na Calibração.

3.2 Compressão Adiabática

Realizou-se uma compressão rápida, por forma a se poder assumir que as trocas de calor com o exterior são nulas ($dQ = 0$).

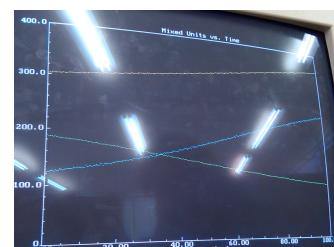


Figura 2: Perfil de temperatura (amarelo), pressão (azul), volume (verde), obtido pelo sistema de aquisição de dados, para a compressão adiabática.

Com o *software* calculou-se o trabalho da compressão, verificou-se as temperaturas iniciais e finais, tendo-se utilizados os primeiros e últimos pontos obtidos pelo sistema (V,P,T) de aquisição de dados para cálculo do número de moles (n), sendo determinada a variação da energia (ΔU), o calor (Q), vindo:

Constantes	
$C_V (JK^{-1}mol^{-1})$	$R (JK^{-1}mol^{-1})$
20, 75	8, 314

Tabela 2: Constantes utilizadas.

Dados do sistema			
$T(K)$	$P(Pa)$	$V(m^3)$	$W(J)$
303, 4 ± 0, 1	(123, 3 ± 0, 1) × 10 ³	(187, 4 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
303, 4 ± 0, 1	(123, 8 ± 0, 1) × 10 ³	(186, 8 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
304, 0 ± 0, 1	(124, 3 ± 0, 1) × 10 ³	(186, 2 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
304, 2 ± 0, 1	(128, 7 ± 0, 1) × 10 ³	(184, 6 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
304, 2 ± 0, 1	(126, 3 ± 0, 1) × 10 ³	(183, 7 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	13, 74 ± 0, 04
365, 0 ± 0, 1	(249, 8 ± 0, 1) × 10 ³	(111, 9 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
367, 0 ± 0, 1	(252, 7 ± 0, 1) × 10 ³	(111, 2 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
365, 0 ± 0, 1	(252, 3 ± 0, 1) × 10 ³	(110, 8 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
366, 9 ± 0, 1	(254, 7 ± 0, 1) × 10 ³	(110, 3 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
365, 5 ± 0, 1	(254, 7 ± 0, 1) × 10 ³	(109, 9 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	

Cálculos			
$T_i(K)$	$T_f(K)$	$\Delta T(K)$	$n(mol)$
303,8 ± 0, 1	365, 9 ± 0, 1	62, 1 ± 0, 2	(9, 21 ± 0, 30) × 10 ⁻³
$\Delta U (J)$			$Q(J)$
12, 1 ± 0, 1			-1, 66 ± 0, 10

Parâmetros		
$\beta(calculado)$	$\alpha(calculado)$	$\alpha(teórico)$
-2, 86 ± 0, 18	1, 35 ± 0, 01	1, 4

Tabela 3: Compressão adiabática, tabela com as constantes utilizadas, dados obtidos através do sistema de aquisição de dados e grandezas calculadas. (T_i = média de temperaturas dos 5 valores iniciais, T_f = média de temperaturas dos 5 valores finais).

É de notar que os valores apresentados para as 5 temperaturas finais, foram corrigidos, isto é foram calculados a partir de 1, sendo o número de moles n_{med} , esta correção deveu-se ao facto, de os valores de n determinados serem inconsistentes com os valores iniciais.

O valor de α obtido pelo sistema, foi conseguido através de uma regressão linear de $\ln(P)$ em função de $\ln(V)$, tendo-se:

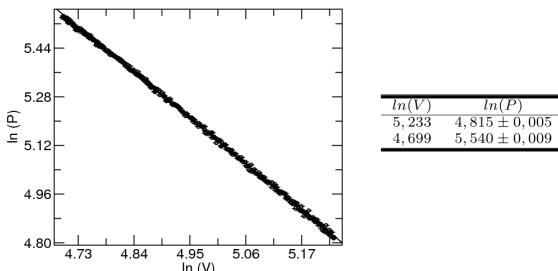


Figura 3: Plot $\ln(P)$ vs $\ln(V)$, para a compressão adiabática, segundo a equação $\ln(P) = -a\ln(V) + b$, com $a = 1, 365 \pm 0, 003$ e $b = 11, 97 \pm 0, 01$.

Da regressão linear feita no *fitter* retirou-se:

$$\alpha_{fitter} = 1, 365 \pm 0, 003$$

3.3 Compressão Isotérmica

Para se obter uma compressão isotérmica ($\Delta U = 0$) realizou-se uma compressão lenta, por forma a temperatura constante.

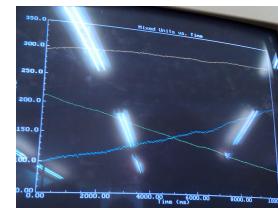


Figura 4: Perfil de temperatura (amarelo), pressão (azul), volume (verde), obtido pelo sistema de aquisição de dados, para a compressão isotérmica.

A partir do *software* e cálculos, explicitados anteriormente, obteve-se:

Dados do sistema			
$T(K)$	$P(Pa)$	$V(m^3)$	$W(J)$
294, 2 ± 0, 1	(100, 4 ± 0, 1) × 10 ³	(211, 9 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
292, 8 ± 0, 1	(99, 88 ± 0, 1) × 10 ³	(211, 2 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
295, 9 ± 0, 1	(100, 9 ± 0, 1) × 10 ³	(209, 5 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
295, 9 ± 0, 1	(101, 3 ± 0, 1) × 10 ³	(207, 3 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
297, 6 ± 0, 1	(103, 8 ± 0, 1) × 10 ³	(205, 4 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	16, 49 ± 0, 03
313, 7 ± 0, 1	(216, 6 ± 0, 1) × 10 ³	(103, 8 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
309, 6 ± 0, 1	(216, 1 ± 0, 1) × 10 ³	(102, 7 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
312, 0 ± 0, 1	(219, 5 ± 0, 1) × 10 ³	(101, 9 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
311, 1 ± 0, 1	(221, 0 ± 0, 1) × 10 ³	(100, 9 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	
310, 6 ± 0, 1	(222, 0 ± 0, 1) × 10 ³	(100, 3 ± 0, 1) × 10 ⁻⁶	

Cálculos			
$T_i(K)$	$T_f(K)$	$\Delta T(K)$	$n(mol)$
295, 3 ± 0, 1	311, 4 ± 0, 1	16, 1 ± 0, 1	(8, 62 ± 0, 26) × 10 ⁻³
$\Delta U (J)$			$Q(J)$
3, 00 ± 0, 04			-13, 6 ± 0, 1

Parâmetros		
$\beta(calculado)$	$\alpha(calculado)$	$\alpha(teórico)$
-96, 8 ± 1, 9	1, 07 ± 0, 04	1, 00

Tabela 4: Compressão isotérmica, tabela com os dados obtidos através do sistema de aquisição de dados e grandezas calculadas. (T_i = média de temperaturas dos 5 valores iniciais, T_f = média de temperaturas dos 5 valores finais).

Conforme a etapa anterior, os 5 valores finais de temperatura encontram-se corrigidos.

O valor de α obtido pelo sistema, foi conseguido através de uma regressão linear de $\ln(P)$ em função de $\ln(V)$, vindo:

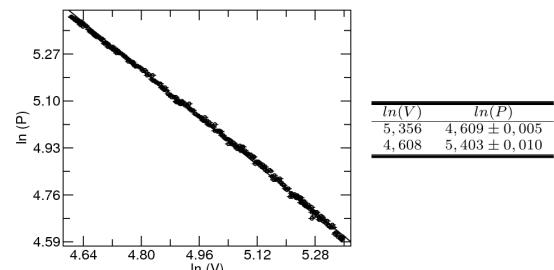


Figura 5: Plot $\ln(P)$ vs $\ln(V)$, para a compressão isotérmica, segundo a equação: $\ln(P) = -a\ln(V) + b$, com $a = 1, 076 \pm 0, 002$ e $b = 0, 38 \pm 0, 01$.

Da regressão linear feita no *fitter* retirou-se:

$$\alpha_{fitter} = 1, 076 \pm 0, 002$$

Em resumo, para as duas compressões obtiveram-se os seguintes valores:

Compressão adiabática		
$\alpha_{teorico}$	$\alpha_{calculado}$	α_{fitter}
1, 4	$1,35 \pm 0,01$	$1,365 \pm 0,003$
Compressão isotérmica		
$\alpha_{teorico}$	$\alpha_{calculado}$	α_{fitter}
1, 0	$1,07 \pm 0,04$	$1,076 \pm 0,002$

Tabela 5: Valores de α para as duas compressões.

4 Conclusão e Crítica

Antes de mais, é necessário discutir a validade da aproximação considerada, a partir da qual se constrói esta experiência - nomeadamente, a aproximação do ar atmosférico a um gás perfeito (partículas que não interagem entre si). A pressão atmosférica (à qual se realizou a experiência) traduz uma situação em que o gás está disperso o suficiente por forma a ser possível desprezar a sua energia de interacção.

Quanto à realização da experiência, é necessário referir que a calibração do sensor de volume é um passo fundamental para a extracção de dados significativos de leituras posteriores. Assim, um desvio na calibração alastraria-se para o resto da experiência. Contudo, no presente caso, a calibração foi bem sucedida. De forma a evitar esses mesmos desvios, é necessário contabilizar com o volume de gás existente nas torneiras de forma a obter resultados mais exactos. Um outro factor a analisar, é o facto de a calibração da pressão e temperatura ser feita pelo fabricante, o que pode ser uma fonte de erro.

Seguidamente, foram analisadas duas compressões. Na primeira compressão, realizou-se uma compressão rápida que se considerou uma compressão adiabática - sem trocas de calor. Ao analisar os resultados obtidos, obteve-se $\alpha_{obtido} = 1.360 \pm 0.002$. Ora, o valor teórico para esta grandeza numa compressão adiabática é exactamente $\alpha_{teorico} = \gamma = C_p/C_v = 1.4$. Assim, nota-se uma desvio que não pode ser contabilizado pelo erro experimental, significando que ou a compressão realizada não tinha sido absolutamente adiabática, ou que existia um ruído nos sensores de aquisição que estava a criar um erro significativo. Desta forma, recorreu-se ao modelo teórico para verificar se tinha existido, de facto, trocas de calor. Via este meio, obteve-se que, de facto, existiu uma troca de calor ($Q = -1.66 \pm 0.10$), ou seja, a compressão não foi realizada adiabaticamente e, em concordância, o parâmetro $\alpha_{calculado} = 1,35 \pm 0,01$ foi próximo do obtido experimentalmente ($\alpha_{fitter} = 1,365 \pm 0,003$).

A segunda compressão foi, por sua vez, realizada lentamente, de forma a ser considerada isotérmica, eliminando a variação da energia interna do gás ao manter a energia constante (visto que, seguindo o modelo de gás perfeito, a energia interna depende exclusivamente da temperatura). Assim, procedeu-se também a análise dos resultados obtidos: $\alpha_{calculado}$ e α_{fitter} e comparou-se tanto um como o outro com o valor teórico para uma compressão isotérmica. O valor teórico para uma compressão totalmente isotérmica é $\alpha_{teorico} = 1$. No entanto, o valor obtido experimentalmente foi $\alpha_{fitter} = 1.076 \pm 0.002$. Este resultado obtido, superior à unidade, é concordante com o esperado visto que foi possível verificar, à medida que se realizava a compressão, que ocorreu uma variação no valor de

temperatura. Contudo, recorreu-se ao modelo teórico para corroborar com melhor precisão o valor obtido. De facto, ao analisar os dados através do modelo teórico obteve-se $\alpha_{calculado} = 1.07 \pm 0.04$, o que corresponde a uma variação de energia $\Delta U = (2.91 \pm 0.04)J$. Assim, podemos confirmar o α_{fitter} visto que não só se encontra dentro da margem de erro do $\alpha_{calculado}$ como tem um erro muito menor associado.

Analizando os resultados obtidos para as duas compressões mencionadas, é directo concluir que a execução de uma compressão totalmente adiabática ou isotérmica é extremamente difícil. De facto, mesmo realizando vários ensaios e seleccionando os melhores, repara-se que não são ideais. É posto um especial ênfase na dificuldade de realizar uma compressão isotérmica que necessita de ser realizada lentamente embora haja um limite de tempo máximo do *Software* que não permite que a compressão seja vagarosa o suficiente. Adicionalmente, é notório que o sistema mecânico não era muito fluido pelo que se tornava difícil comprimir lenta e continuamente (de forma fluida) o gás.

Por último, é importante referir uma incoerência encontrada no decorrer da experiência. Visando realizar o cálculo da variação de energia, é necessário contabilizar a quantidade de moléculas existentes no cilindro da montagem, ou seja, calcular o número de moles de ar. Para tal, seleccionou-se arbitrariamente dez medidas (cinco medidas não consecutivas de entre as quinze primeiras e cinco medidas não consecutivas de entre as últimas quinze) e, por meio da expressão dos gases perfeitos, com os valores medidos de pressão, volume e, temperatura, calculou-se o número de moles - n . Contudo, ao analisar o resultado obtido verificou-se uma variação de n . Contrariamente ao expectável, esta variação não pode ser atribuída a fugas nas torneiras visto que a quantidade de gás no cilindro aumenta com o decorrer da compressão (ao passo que o mau-isolamento das torneiras permitiria uma fuga de gás de modo a reduzir a quantidade de moléculas presentes no contentor, ou seja, uma diminuição de n e não um aumento). De forma a explicar e ser possível contornar o problema da maneira mais correcta, o docente informou-nos que o sensor de temperatura sofria de um atraso nas medições. Assim, é compreensível a fonte do erro do resultado contra-intuitivo em que n aumenta com a pressão. Então, de forma a obter resultados mais fidedignos, utilizou-se apenas a média de n obtida pelos pontos nos momentos iniciais do movimento, onde o atraso tem um impacto menor. Contudo, estando agora cientes que existia um atraso na leitura de temperaturas, estes valores obtidos pelo *software* têm associado um erro que não pode ser contabilizado e tornava os resultados menos fiáveis. Assim, com uma estimativa do número de moles de gás presente no cilindro, é possível através da equação dos gases perfeitos corrigir os valores de temperatura obtidos de forma a serem concordantes com o valor de n utilizado. Assim, desta forma foi possível minimizar o erro inerente ao atraso do leitor de temperatura.

5 Referências

- António C.Ribeiro, Pedro Sebastião e Francisco Tomé, "Contribuição para o desenvolvimento do ensino da física experimental no IST", Departamento de Física IST, 1998.
- WIKIPEDIA : "Termodinâmica"
[http://pt.wikipedia.org/wiki/Termodin%C3%A2micaPrinc.C3.ADpio_primeiro:_conservando_a_energia_\(Março\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Termodin%C3%A2micaPrinc.C3.ADpio_primeiro:_conservando_a_energia_(Março))