

# Estudo da Lei de Indução de Faraday e Funcionamento do Transformador

Emanuel Ricardo - n° 65677, Hugo Proença - n° 65683, João Martins - n° 65695, João Penedo - n° 65697

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica, MEFT - IST 2009/10

(Dated: May 19, 2010)

O presente trabalho laboratorial tem como objectivo a verificação da lei de indução magnética de Faraday tanto no caso de circuitos estáticos em campos oscilantes, como no caso de circuitos móveis em campos magnéticos estáticos, determinando-se o coeficiente de indução mútua  $L_M$  entre dois circuitos. Neste contexto será ainda feita a análise do funcionamento básico de um transformador.

Após análise de fiabilidade de resultados obteve-se um valor médio de  $L_M = 1.13 \pm 0.07 mH$  que apresenta um desvio de 6.2% à precisão e de 10.6% à exactidão, tendo-se em geral uma satisfatória verificação de previsões teóricas.

## I. INTRODUÇÃO

So what holds our world together?

Well on the nuclear scale, ten to the minus twelve centimeters, very important are the **nuclear forces**. On an atomic scale up to thousands of kilometers, it's really **electric forces** that hold our world together. But on a much larger scale, planets and stars and the galaxy, it is **gravity** that holds our world together.

WALTER LEWIN - *Lectures at MIT, Spring 2002*

O Electromagnetismo desempenha um papel fundamental na sociedade actual, sendo possível encontrar grande parte dos seus conceitos ligados à tecnologia actualmente disponível. Um dos aspectos mais importantes deste notável ramo da Física é a **indução magnética**, descoberta por Michael Faraday (1791 - 1867) em 1831. Ao verificar que, perante um par de bobinas, se existisse uma corrente eléctrica por uma delas, aparecia inesperadamente uma corrente induzida na outra, corrente essa que também poderia ser criada pelo movimento de um íman através da primeira bobina, Faraday fortaleceu a ideia de uma ligação entre electricidade e magnetismo. O fenómeno da indução foi mais tarde formalizado por James Maxwell (1831 - 1879), sendo descrito por:

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ . A expressão anterior consiste numa forma de representar a Lei de Faraday, onde  $\vec{E}$  representa o campo eléctrico e  $\vec{B}$  o campo magnético. Utilizando o teorema de Stokes, podemos representar a lei de Faraday tal e qual como ela foi inicialmente formulada[1]:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S [\nabla \times \vec{E}] \cdot \vec{n} dS = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS \Leftrightarrow \varepsilon_i = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (1)$$

Onde  $\phi_B$  representa o fluxo do campo magnético. O sinal negativo foi estabelecido em 1833 pelo postulado de Heinrich Lenz (1804 - 1865): “Uma corrente é induzida de forma a que a sua direcção corresponda à criação de um campo magnético que se oponha à variação [de fluxo magnético] que a causa”. [2]

O cálculo, num dado ponto do espaço, do campo magnético criado por qualquer circuito faz-se recorrendo à lei de Biot-Savart (1820), dada por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L i \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2)$$

Aplicando a relação anterior às bobinas de Helmholtz[3], é possível chegar à seguinte expressão, válida para a região central das mesmas, onde o campo de indução magnética é aproximadamente uniforme:

$$|\vec{B}|(t) = \frac{8\mu_0 N}{5\sqrt{5}} \frac{i(t)}{a} \quad (3)$$

Onde  $N$  é o número de espiras das bobinas,  $a$  o seu raio e  $i(t)$  a corrente que as atravessa.

Constituído por duas bobinas (primário e secundário) com diferente número de espiras conectadas por um núcleo de ferro, o **transformador** é um aparelho essencial à tecnologia actual que permite a transferência de energia eléctrica entre circuitos diferentes. Quando se aplica uma tensão alterna a uma das bobinas induz-se um fluxo magnético, também ele variável, no centro de cada uma das espiras que formam a bobina, o qual, numa situação ideal, provocará um fluxo magnético de iguais características nas espiras da segunda bobina. Sendo o fluxo total ( $\phi_B$ ) pela bobina  $k$  com  $n_k$  espiras  $\phi_B = n_k \phi$  e recorrendo à lei da indução de Faraday, é possível relacionar as *f.e.m.* das duas bobinas do seguinte modo[4]:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (4)$$

Note-se que, desprezando a resistência eléctrica das espiras, a relação anterior poderia ser descrita com base nas tensões colocadas aos terminais de cada bobina. Acrescenta-se ainda que a fórmula (4) pressupõe o caso do transformador ideal em que não existe dispersão de linhas de força, sendo o fluxo magnético ao longo do núcleo de ferro tido constante. No caso em que não se desprezam as resistências internas  $r_1$  e  $r_2$  das bobinas, tomam-se as seguintes expressões para as diferenças de potencial aos seus terminais:

$$u_1 = r_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (5)$$

$$u_2 = r_2 i_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (6)$$

Onde os  $L_{ij}$  são os coeficientes de indução, sendo  $L_{12} = L_{21} \equiv L_M$  os coeficientes de indução mútua e  $L_{11}$ ,  $L_{22}$  os coeficientes de auto-indução da primeira e segunda bobina respectivamente. Estas fórmulas são em geral válidas para duas bobinas (reais) vizinhas. O factor/constante de acoplamento magnético,  $k \in [0; 1]$ , quantifica a dispersão das linhas de força, sendo o caso  $k = 1$  o ideal (sem dispersão), tendo-se:

$$k := \frac{L_M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} \quad (7)$$

## II. EXPERIÊNCIA REALIZADA

Este trabalho consiste, como referido, na verificação da lei de Faraday com recurso ao equipamento apresentado na Figura 1, através da variação do fluxo magnético em três diferentes situações. Nas duas primeiras fases desta experiência, colocar-se-á uma pequena bobina com  $n$  espiras e área de base  $S$  entre duas bobinas de Helmholtz com  $N$  espiras com o intuito de induzir uma



Figura 1: Fotografia-esquema do equipamento experimental.

*f.e.m.* na primeira bobina, ocorrendo nesta uma variação do fluxo magnético (produzida de duas formas distintas).

Na primeira etapa, a bobina com  $n$  espiras é colocada no centro das bobinas de Helmholtz, assente num plano perpendicular ao campo, *i.e.* orientada paralelamente com as outras bobinas, estando estas últimas em série com uma resistência  $R$ . O circuito das bobinas de Helmholtz é percorrido por uma corrente variável no tempo (com frequência angular  $\omega = 2\pi f$ ):

$$i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (8)$$

É feita a leitura no osciloscópio dos valores de tensão aos terminais da bobina pequena ( $V_{b.p.}(t)$ ) e da resistência  $R$  ( $V_R(t)$ ), para vários valores de frequência ( $f = 100 \text{ Hz}$  e  $f$  entre 1 e 15  $\text{kHz}$ , com incrementos de 1  $\text{kHz}$ ), registando-se os valores máximos (amplitudes) de tensão (considerando-se sempre metade das tensões pico-a-pico de forma a minimizar o erro de leitura). Ao longo da experiência é feito o controlo da corrente, garantindo que  $i_0 \leq 0.05 \text{ A}$ , aplicando a lei de Ohm para os valores de tensão  $V_R$  medidos.

A força electromotriz que a bobina pequena irá sentir é dada por:

$$\varepsilon_i(t) = \frac{8S\mu_0 Nn}{5\sqrt{5}a} i_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

A expressão anterior é obtida aplicando (1) e considerando, dada a geometria do problema, a aproximação  $\phi_{b.p.}(t) = nS |\vec{B}|(t)$ . Note-se que o sinal sofre teoricamente uma desfazagem de  $\pi/2$  (o valor da diferença de fase  $\Delta\varphi$  é registado para cada frequência) e existe uma relação linear entre o quociente da amplitude da *f.e.m.*  $\varepsilon_{i0}$  pela amplitude de corrente  $i_0$  e a frequência angular  $\omega$ , cujo declive corresponde ao coeficiente de indução mútua entre as bobinas,  $L_M$ :

$$\frac{\varepsilon_{i0}}{i_0} = \frac{8\mu_0 N}{5\sqrt{5}a} nS \omega = L_M \omega \quad (10)$$

A validade desta equação pode ser comprovada considerando (5) e (8), sendo a bobina pequena correspondente a  $i_1 = 0$  já que nesta não passa corrente<sup>1</sup>.

O segundo caso em análise é o caso em que a corrente nas bobinas de Helmholtz não varia ( $i_0 = i = \text{cte.}$ ), pelo que o campo  $\vec{B}$  é estático. A variação de fluxo é agora provocada pela bobina central em rotação (em torno de um diâmetro perpendicular ao campo) com uma frequência angular  $\omega$ , sendo o fluxo dado por:

$$\phi_{b.p.}(t) = nS |\vec{B}| \cos(\omega t + \varphi) \quad (11)$$

Verifica-se que a situação é equivalente à anterior, mantendo-se a validade da equação (10), pelo que o sinal criado ( $\varepsilon_i(t)$ ) terá a mesma forma do do caso já analisado.

A etapa final da actividade laboratorial ocupar-se-á do estudo de um transformador. Na montagem em estudo é colocada uma resistência  $R_T$  em paralelo com o secundário (identificado com o índice 2), sendo que se aplicam as relações (5) e (6). Desprezando os valores de  $r_1$  e  $r_2$  e dado que os sinais são sinusoidais, obtém-se, trabalhando em amplitudes complexas (onde as derivações correspondem a multiplicações por  $j\omega$ ), a relação[4]:

$$\frac{\overline{U_2}}{\overline{U_1}} = \frac{L_M T}{L_{11}} \frac{R_T}{R_T + j\omega L_{22}(1 - k^2)} \quad (12)$$

A última expressão pode ser utilizada para estabelecer uma relação entre as amplitudes de  $u_1$  e  $u_2$ :

$$\frac{u_{2ef}}{u_{1ef}} = \frac{u_{20}}{u_{10}} = \left| \frac{\overline{U_2}}{\overline{U_1}} \right| = \frac{L_M T}{L_{11}} \frac{R_T}{\sqrt{R_T^2 + \omega^2 L_{22}^2 (1 - k^2)^2}} \quad (13)$$

De (12) retira-se o módulo da diferença de fase das tensões:

$$|\varphi_2 - \varphi_1| = \arctan \left( \frac{\omega L_{22}(1 - k^2)}{R_T} \right) \quad (14)$$

### III. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Ao longo da primeira parte da experiência (campo magnético variável) foi usada uma resistência de valor  $R = 20 \Omega$ , não sendo necessária a sua alteração. Os resultados experimentais obtidos apresentam-se nas Tabelas I e II.

Tabela I: Dados relativos a ambas as bobinas

	Bobinas de Helmholtz	Bobina Pequena
Número de Espiras	$N = 320$	$n = 600$
Raio (m)	$6.80 \times 10^{-2}$	$1.13 \times 10^{-2}$
Área (m <sup>2</sup> )	$1.45 \times 10^{-2}$	$S = 3.98 \times 10^{-4}$
Permitividade do vácuo, $\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$	

Apresentam-se os resultados experimentais obtidos na segunda parte da experiência (bobina em rotação) na Tabela III, sendo que se fixou a corrente que percorria as bobinas de Helmholtz (logo o campo no seu centro), tendo-se  $i = i_0 = 1.0 \pm 0.1 \text{ A}$ . Os valores indicados para os erros de frequência foram calculados a partir dos erros de leitura de intervalos de tempo no osciloscópio.

Na última parte da experiência recorreu-se a um transformador com um primário de  $n_1 = 600$  espiras e um secundário de  $n_2 = 72$ . Utilizou-se ainda  $R_T = 10 \Omega$ . Para 5 frequências diferentes são colocadas tensões sinusoidais  $u_1(t)$  aos terminais do primário, variando-se para cada  $f$  a amplitude  $u_{10}$  do sinal, registando-se o valor da amplitude  $u_{20}$  do sinal no secundário. Estes valores, assim como as diferenças de fase em cada medição, são apresentados na Tabela IV. Foi ignorado o quinto ponto relativo à maior frequência uma vez que após análise dos registos foi considerado absurdo.

<sup>1</sup> Considera-se que o circuito desta bobina apenas é fechado pelo osciloscópio que se toma como um voltímetro ideal, *i.e.* um circuito aberto.

Tabela II: Resultados obtidos para um campo variável

Frequência $f$ (Hz)	$\varepsilon_{i0}$ (V)	$\Delta\varphi(^{\circ})$	$i_0$ (A)
$100 \pm 1$	$0.027 \pm 0.001$	$90.7 \pm 3.0$	$(35.50 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$1002 \pm 1$	$0.066 \pm 0.001$	$90.7 \pm 3.0$	$(9.85 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$1994 \pm 1$	$0.069 \pm 0.001$	$90.0 \pm 2.8$	$(5.08 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$2999 \pm 1$	$0.068 \pm 0.001$	$91.0 \pm 2.2$	$(3.33 \pm 0.10) \times 10^{-3}$
$3998 \pm 10$	$0.228 \pm 0.002$	$90.7 \pm 3.0$	$(8.50 \pm 0.10) \times 10^{-3}$
$4992 \pm 10$	$0.226 \pm 0.002$	$93.6 \pm 3.6$	$(6.85 \pm 0.10) \times 10^{-3}$
$5975 \pm 10$	$0.228 \pm 0.002$	$90.0 \pm 4.4$	$(5.75 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$7010 \pm 10$	$0.227 \pm 0.002$	$93.5 \pm 2.0$	$(4.83 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$8005 \pm 10$	$0.229 \pm 0.002$	$90.5 \pm 1.8$	$(4.30 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$9065 \pm 10$	$0.227 \pm 0.002$	$92.5 \pm 2.6$	$(3.80 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$10071 \pm 10$	$0.233 \pm 0.002$	$95.8 \pm 3.0$	$(3.43 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$11047 \pm 10$	$0.229 \pm 0.002$	$94.7 \pm 3.2$	$(3.10 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$12128 \pm 10$	$0.229 \pm 0.002$	$94.6 \pm 3.8$	$(2.83 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$12994 \pm 10$	$0.229 \pm 0.002$	$88.1 \pm 3.8$	$(2.68 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$13998 \pm 10$	$0.228 \pm 0.002$	$94.5 \pm 4.0$	$(2.48 \pm 0.05) \times 10^{-3}$
$14996 \pm 10$	$0.231 \pm 0.002$	$86.2 \pm 4.2$	$(2.28 \pm 0.05) \times 10^{-3}$

Tabela III: Resultados obtidos para a bobina em rotação

$V_{\text{motor}}$ (V)	Frequência de Rotação $f$ (Hz)	$\varepsilon_{i0}$ (V)
$4.5 \pm 0.5$	$10.0 \pm 0.1$	$0.075 \pm 0.001$
$5.0 \pm 0.5$	$12.3 \pm 0.1$	$0.094 \pm 0.001$
$5.5 \pm 0.5$	$13.5 \pm 0.1$	$0.104 \pm 0.001$
$6.0 \pm 0.5$	$15.2 \pm 0.2$	$0.115 \pm 0.001$
$6.5 \pm 0.5$	$16.8 \pm 0.2$	$0.127 \pm 0.001$
$7.0 \pm 0.5$	$18.7 \pm 0.1$	$0.142 \pm 0.002$
$7.5 \pm 0.5$	$20.7 \pm 0.2$	$0.152 \pm 0.002$
$8.0 \pm 0.5$	$21.7 \pm 0.2$	$0.160 \pm 0.002$
$9.0 \pm 0.5$	$25.0 \pm 0.3$	$0.183 \pm 0.002$
$9.5 \pm 0.5$	$27.0 \pm 0.3$	$0.196 \pm 0.002$

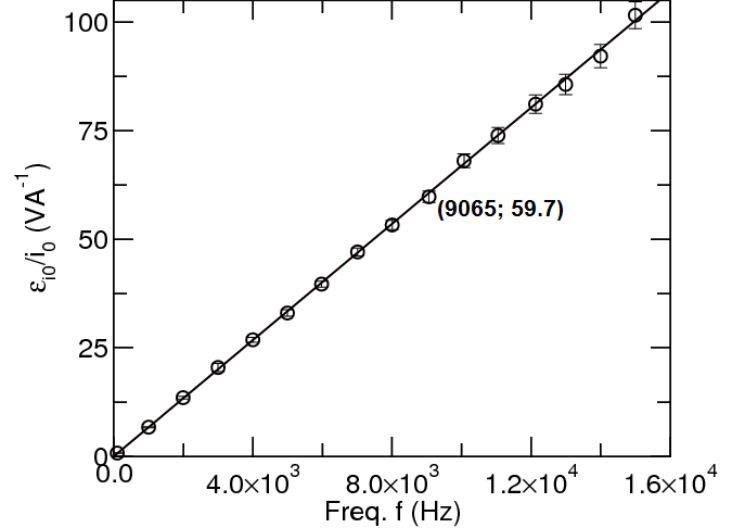
Tabela IV: Resultados experimentais correspondentes ao transformador.

$f$ (Hz)	$u_{10}$ (V)	$u_{20}$ (V)	$ \varphi_2 - \varphi_1 $ ( $^{\circ}$ )
$47 \pm 1$	$1.02 \pm 0.01$	$0.117 \pm 0.001$	$5.04 \pm 3.36$
	$3.58 \pm 0.04$	$0.412 \pm 0.004$	$6.72 \pm 3.36$
	$6.05 \pm 0.10$	$0.690 \pm 0.010$	$8.37 \pm 3.36$
	$8.50 \pm 0.10$	$0.975 \pm 0.010$	$8.41 \pm 3.18$
	$10.00 \pm 0.10$	$1.110 \pm 0.010$	$6.76 \pm 3.38$
$103 \pm 1$	$0.99 \pm 0.01$	$0.109 \pm 0.001$	$7.40 \pm 2.96$
	$3.52 \pm 0.04$	$0.392 \pm 0.004$	$8.78 \pm 2.94$
	$5.95 \pm 0.10$	$0.655 \pm 0.010$	$5.95 \pm 2.98$
	$8.50 \pm 0.10$	$0.930 \pm 0.010$	$7.43 \pm 2.96$
	$10.00 \pm 0.10$	$1.115 \pm 0.010$	$5.97 \pm 2.98$
$506 \pm 1$	$1.01 \pm 0.01$	$0.097 \pm 0.001$	$23.6 \pm 3.6$
	$3.58 \pm 0.04$	$0.364 \pm 0.002$	$23.7 \pm 3.6$
	$6.00 \pm 0.10$	$0.595 \pm 0.010$	$23.7 \pm 3.6$
	$8.65 \pm 0.10$	$0.865 \pm 0.010$	$23.7 \pm 3.6$
	$10.30 \pm 0.10$	$1.030 \pm 0.010$	$25.7 \pm 3.8$
$1054 \pm 10$	$1.02 \pm 0.01$	$0.079 \pm 0.001$	$39.6 \pm 3.0$
	$3.52 \pm 0.02$	$0.278 \pm 0.002$	$39.4 \pm 3.0$
	$5.95 \pm 0.10$	$0.478 \pm 0.004$	$42.5 \pm 3.0$
	$8.60 \pm 0.10$	$0.685 \pm 0.010$	$41.1 \pm 3.0$
	$10.55 \pm 0.10$	$0.835 \pm 0.010$	$40.8 \pm 3.0$
$2500 \pm 10$	$1.03 \pm 0.01$	$0.049 \pm 0.001$	$58.1 \pm 7.4$
	$3.50 \pm 0.02$	$0.161 \pm 0.001$	$61.2 \pm 7.2$
	$6.00 \pm 0.10$	$0.279 \pm 0.001$	$61.2 \pm 7.2$
	$8.60 \pm 0.10$	$0.400 \pm 0.004$	$61.2 \pm 7.2$
	$10.90 \pm 0.10$	$0.250 \pm 0.010$	$61.2 \pm 7.2$

## IV. ANÁLISE DE RESULTADOS

### A. Campo Magnético Variável

Foram calculados, como pretendido, os quocientes da amplitude da *f.e.m.*  $\varepsilon_{i0}$  pela amplitude de corrente  $i_0$ , sendo que se representam estes valores em função da frequência  $f$  (Figura 2). É feito um ajuste linear destes dados, considerando a ordenada na origem nula, donde se obtém um declive de  $(6.69 \pm 0.04) \times 10^{-3} H$ .

Figura 2: Ajuste linear à relação  $f$  vs.  $\varepsilon_{i0}/i_0$ .

Atendendo à equação (10) e a  $\omega = 2\pi f$ , verifica-se ser necessária a divisão por  $2\pi$  de forma a obter o coeficiente de indução mútua. Assim tem-se, do ajuste aos dados experimentais,  $L_M = (1.06 \pm 0.01) \times 10^{-3} H$ . Este valor apresenta um desvio de 0.9% à precisão e um desvio de 5.0% à exactidão, considerando como valor teórico, para efeito de comparação, o correspondente à referida equação (10) e aos dados da Tabela I,  $L_{M \text{ teórico}} = 1.01 mH$ . Observa-se que o valor teórico não é coberto pelo desvio à precisão.

Obtém-se ainda um valor médio para a diferença de fase  $\Delta\varphi$  de  $91.7 \pm 3.15^{\circ}$ , correspondente a um desvio de 3.4% à precisão e um desvio de 1.9% ao valor esperado, sendo que o primeiro desvio cobre o segundo.

### B. Bobina em Rotação

Considerando a Lei de Indução de Faraday e as expressões (3) e (11), tem-se que:

$$\varepsilon_i(t) = nS \left| \vec{B} \right| \omega \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow \varepsilon_{i0} = 2\pi L_M i f \quad (15)$$

A esta expressão corresponde a regressão linear ilustrada pela Figura 3 sendo usada para determinar experimentalmente  $L_M$  (onde se considera novamente ordenada na origem nula). Obtém-se assim um declive de  $(7.50 \pm 0.03) \times 10^{-3} Vs$  e um valor  $L_M = (1.19 \pm 0.12) \times 10^{-3} H$  (contabilizando o erro de  $i$ ) que comporta um desvio de 10.1% à precisão e, por comparação com o esperado teoricamente, um desvio de 17.8% à exactidão, sendo que o primeiro desvio não cobre o segundo.

### C. Transformador

Para esta última fase da actividade obtiveram-se as regressões da Figura 4, sendo que no caso ideal se espera que o declive corresponda ao quociente dos números de espiras ( $n_2/n_1 = 72/600 = 0.12$ ), como sugere a equação (4).

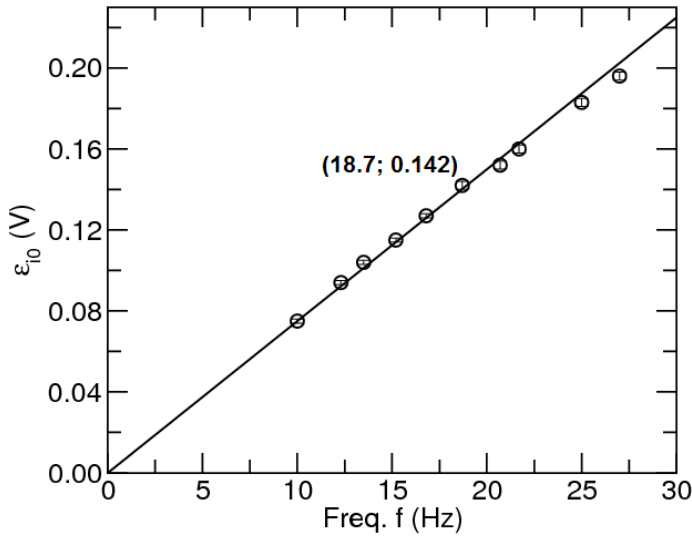


Figura 3: Ajuste linear à relação  $f$  vs.  $\varepsilon_{i0}$ .

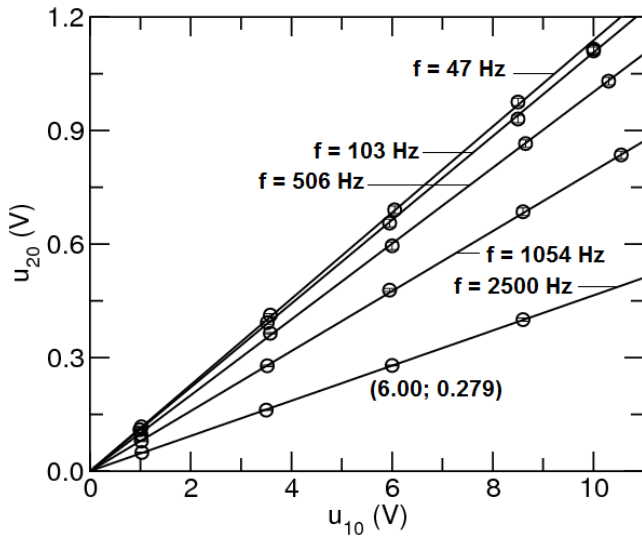


Figura 4: Ajustes lineares a  $u_{20} \propto u_{10}$ .

Os declives obtidos das regressões (novamente considerando nula a ordenada na origem, dado ser esse o modelo em estudo) e os desvios associados, bem como a diferença de fase média são apresentados, para cada frequência, na Tabela V.

## V. CONCLUSÕES E CRÍTICA

Comparando os valores obtidos para  $L_M$  obtidos nos dois métodos observa-se uma menor exactidão no segundo, justificável considerando que a rotação da bobina introduz movimentos oscilatórios indesejados. Note-se ainda que em nenhum dos casos

se recorreu a ferramentas particulares para centrar e orientar de forma rigorosa a bobina pequena. De forma a melhorar a exactidão dos resultados da segunda etapa sugere-se a fixação do eixo de rotação através do seu prolongamento.

Obtém-se um valor médio para o coeficiente  $L_M = 1.13 \pm 0.07 \text{ mH}$  que apresenta um desvio de 6.2% à precisão e de 10.6% ao esperado. Comprova-se a Lei de Indução de Faraday, uma vez que os resultados obtidos são satisfatórios e expectáveis, tendo-se ainda uma diferença de fase média de  $\pi/2$  na primeira parte da experiência, onde de facto o desvio à precisão cobre o desvio à exactidão.

Tabela V: Resultados dos ajustes correspondentes ao transformador.

$f$ (Hz)	Declive	Desvio à precisão (%)	Desvio a $n_2/n_1$ (%)	$ \varphi_2 - \varphi_1 $ média (°)
47	$0.114 \pm 0.001$	0.9	5.0	$7.06 \pm 3.33$
103	$0.111 \pm 0.001$	0.9	7.5	$7.11 \pm 2.96$
506	$0.102 \pm 0.001$	1.0	15.0	$24.1 \pm 3.6$
1054	$0.079 \pm 0.001$	1.3	34.2	$40.7 \pm 3.0$
2500	$0.046 \pm 0.001$	2.2	61.7	$60.6 \pm 7.2$

Considere-se o transformador. Note-se que, como exposto pelo professor, retirar a resistência  $R_T$  do circuito corresponde ao limite quando esta é infinita, pelo que a expressão (14) implica aquilo que é de facto observado: uma diferença de fase nula, tendo-se as tensões  $u_1$  e  $u_2$  em fase independentemente da frequência  $\omega$ . Este efeito é igualmente conseguido com um acoplamento magnético perfeito,  $\mu = \infty$ ,  $k = 1$ , sendo que neste caso se teria a validade de (4).

Para o transformador em estudo  $k \approx 1$  pelo que para baixas frequências de facto o quociente entre tensões se identifica com o quociente entre números de espiras (desvio mínimo de 5%). Para frequências maiores, no entanto, tem-se quocientes menores, o que é de esperar considerando (13). Observou-se também um aumento da diferença de fase entre tensões com a frequência, sendo nula no caso ideal mas crescente com  $\omega$  no caso real, como discernível a partir de (14). Todos estes resultados estão em clara concordância com o previsto.

Não esquecendo que os modelos teóricos considerados introduzem aproximações (bobines de espessura infinitesimal e sem resistência *et cetera*), os erros mais relevantes ao longo da experiência correspondem às leituras de amplitudes de sinais e diferenças de fase no osciloscópio. Acrescenta-se que as resistências utilizadas possuem uma estrutura tal que a sua indutância não é desprezável para altas frequências, constituindo também uma fonte de erro.

O facto de os desvios à exactidão não serem cobertos pelos desvios à precisão deve-se em geral à subestimação dos valores de erros de medição, existindo provavelmente erros sistemáticos (*offsets*) que não são contabilizados, dado se estar a lidar com circuitos eléctricos.

- [1] “[http://en.wikipedia.org/wiki/Faraday's\\_law\\_of\\_induction](http://en.wikipedia.org/wiki/Faraday's_law_of_induction),” Faraday’s Law of Induction: Wikipedia art.  
[2] “[http://en.wikipedia.org/wiki/Lenz's\\_law](http://en.wikipedia.org/wiki/Lenz's_law),” Heinrich Lenz’s Law: Wikipedia art.

- [3] “[http://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz\\_coil](http://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz_coil),” Helmholtz Coil: Wikipedia art.  
[4] J. Figueirinhas, Apont. aulas teóricas (22 Apr. 2010).