Corpo Negro

Gonçalo Quinta nº 65680, Fernando Rodrigues nº66326, Teresa Jorge nº65722 e Vera Patrício nº65726

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica
Mestrado Integrado em Engenheria Física Tecnológica 2009/2010
Instituto Superior Técnico (IST)

(Dated: 16 de Abril de 2010)

Foi estudada a radiação de um corpo negro usando como modelo uma lâmpada de filamento de tugnsténio. A constante de Wien calculada foi de (4,21761±0,63870) E-03 mK. Foi feito um ajuste gráfico dos pontos experimentais à lei de Planck, que se ajustou parcialmente aos resultados obtidos. A partir do ajuste gráfico à lei de Stefan foi obtida uma dependência da (4.8274 ± 0.2491) e potência da temperatura e um valor do produto $\epsilon\sigma$ de 1.478E-08.**EVENTUALMENTE TEM QUE SER MUDADO**. A partir do valor correcto de σ obtemos um ϵ para o filamento de 0,26. As leis de Kirchoff foram verificadas experimentalmente.

I. INTRODUÇÃO

Um corpo negro é definido como um objecto que absorve toda a radiação que sobre ele inside, emitindo apenas em função da sua temperatura. O modelo usado para o descrever é o de uma cavidade com uma pequena abertura, estando as suas paredes revestidas de osciladores electromagnéticos. A radiação que entra pela abertura é reflectida sucessivamente nas suas paredes, até ser totalmente absorvida e se atingir o equilíbrio térmico. Nesse caso, a radiação emitida pela cavidade depende apenas da temperatura das suas paredes, já que que é originada apenas pelos osciladores, sendo contínua em todo o espectro [1]. O presente trabalho destina-se a estudar algumas das propriedades dessa radiação.

Para o estudo da energia absorvida, define-se a grandeza aborvância como:

$$Q = \frac{E_{abs}}{E_{inc}} \tag{1}$$

E_{abs} - Energia absorvida (J)
E_{inc} - Energia incidente (J)

Pela definição de corpo negro acima exposta se tem que a sua absorvância será 1. Já para o estudo da energia emitida se tem a emissividade definida como

$$e = \frac{I}{I_n} \tag{2}$$

I - Potência emitida por unidade de área (W/m)
I_n - Potência emitida por unidade de área por um corpo negro à mesma temperatura (W/m)

em que I_n corresponde ao máximo que é possivel irradiar, pelo que $e \leq 1$, sendo o caso limite (igual a 1) o do corpo negro. Na verdade, esta grandeza depende da temperatura do corpo, do ângulo de emissão e do comprimento de onda analisado, mas irá assumir-se que é constante. O teorema de Kirchoff relaciona estas duas quantidades, afirmando que, em equilibrio térmico, a emissividade e absorvância de um corpo são iguais. [2] Pode-se assim afirmar que materiais que são bons reflectores emitirão pouco e vice-versa.

Experimentalmente, sabe-se que a potência irradiada por área por um corpo negro vai apenas depender da sua temperatura, pela relação conhecida como lei de Stefan-Boltzman [4]

$$I_n = \sigma T^4 \tag{3}$$

σ - constante de Stefan-Boltzman = $5,670400 \times 10^{-8} Js^{-1}m^{-2}K^{-4}$
ou, para corpos que não sejam negros, obtém-se directamente de (2) que

$$I_n = e\sigma T^4 \tag{4}$$

de onde se conclui que a energia irradiada por um corpo negro e outro qualquer difere apenas na intensidade. Ainda por vias experimentais, é sabido que o comprimento de onda da energia emitida para a qual a intensidade é máxima, se relaciona com a temperatura do corpo pela relação conhecida como lei de Wien [3]

$$\lambda_{max} = \frac{B}{T} \tag{5}$$

B - Constante de Wien = $2.8977685 \times 10^{-3} mK$

que explica o facto dos corpos exibirem cores diferentes consoante a temperatura a que se encontram.

No final do séc.XIX, conhecidas estas duas leis, tentou-se explicar o comportamento da radiação emitida pelo corpo negro, tendo-se chegado à expressão clássica

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \tag{6}$$

U_ν - Densidade de energia emitida numa dada frequência (W/m^3)
ν - Frequência da radiação emitida (Hz)
c - velocidade da luz no vácuo (m/s)
k - constante de Stefan-Boltzman ($Js^{-1}m^{-2}K^{-4}$)
T - temperatura do corpo (K)

também conhecida como lei de Rayleigh-Jeans. No entanto, embora a expressão estivesse aproximadamente de acordo com os resultados experimentais para $\lambda \to \infty$, o mesmo não se verificava no limite $\lambda \to 0$, visto que se previa uma intensidade infinita quando na verdade era nula.

Foi Planck que ultrapassou esta dificuldade, conhecida como catástrofe do ultravioleta, propondo o que viria a constituir a base do modelo quântico, assumindo que para cada frequência só seriam possíveis determinados valores de energia, contrariamente ao espectro contínuo clássico. Assim, a densidade de energia por frequência seguiria a chamada distribuição de Planck, dada por:

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \tag{7}$$

h - constante de Planck $= 6,626 \times 10^{-34}$ (J/s)

Esta expressão está de perfeito acordo com os dados experimentais, sendo possivel reencontrar a lei de Wien, dada pelo ponto nulo da primeira derivada, e de Stefan-Boltzman, que corresponde à sua integração em todos os comprimentos de onda. Deste modo, é também possivel encontrar os valores das constantes

$$B = \frac{hc}{4,96k} \quad \text{e} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^5h^5} \tag{8}$$

II. EXPERIÊNCIA REALIZADA

A. Aspectos Gerais

O modelo de corpo negro usado foi uma lâmpada de filamento de tugsténio. Admitindo-se que a resistência da lâmpada e a resistividade do tungsténio são proporcionais e sabendo o valor da resistividade para 300K, o valor da resistividade a qualquer temperatura pode ser obtido através de:

$$\frac{\rho(T)}{\rho(300K)} = \frac{R_T}{R_{300K}} \tag{9}$$

$\rho(T)$ - resistividade à temperatura T (Ω/m)
R - resistência à temperatura T (Ω)
R_{300K} - resistência à temperatura 300K = 0.278 Ω
T - temperatura (K)

As temperaturas correspondentes a cada resistividade encontram-se tabeladas. A resistência é determinada aplicando a Lei de Ohm.

O comprimento de onda da radiação obtém-se com recurso a uma tabela que contém o comprimento de onda referente a cada índice de refracção. Este é calculado para cada medição através da equação (10), deduzida a partir da lei de Snell

$$n = \sqrt{sin(\theta)^2 + (\frac{sin(\alpha+\theta+\delta) + cos(\alpha)sin(\theta))}{sin(\alpha)})^2} \tag{10}$$

θ - ângulo de incidência
α - ângulo interior do prisma
δ - ângulo de desvio

É necessário calibrar o goniómetro para a determinação do ângulo δ, que é definido como o ângulo entre o feixe a ser medido e a normal à face de incidência do prisma. Este ângulo é calculado fazendo a diferença entre o ângulo inicialmente obtido através do alinhamento do feixe reflectido com o feixe incidente, e o ângulo registado para cada medição. Já o ângulo θ, constante ao longo de todas as medições, é obtido fixando uma posição para o prima, que neste caso corresponde ao alinhamento para a radiação verde.

B. Verificação da Lei de Wien e de Planck

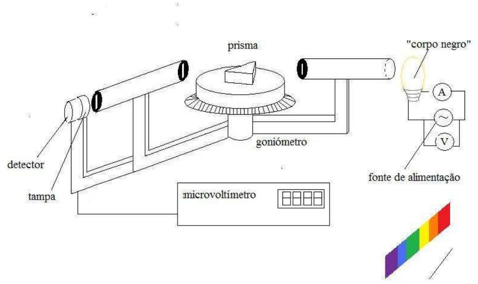

Figura 1. Determinação da intensidade por comprimento de onda

Usando o equipamento esquematizado na figura 1 e alterando sucessivamente a posição do detector registam-se as intensidades referentes a diferentes comprimentos de onda, iniciando-se as medições na radiação verde e terminando quando as intensidades deixam de ser significativas. Este procedimento é feito para uma tensão de 6, 9 e 12V, tendo o cuidado de deixar estabilizar a temperatura da lâmpada. Para verificar a Lei de Wien são seleccionados os comprimentos de onda correspondentes à intensidade máxima e traça-se um gráfico destes em função da temperatura a que o corpo negro se encontrava - equação (5). A constante de Boltzman será a constante de proporcionalidade inversa entre os dois. Os resultados são também comparados com a curva teórica esperada para a intensidade de radiação de um corpo negro - lei de Planck. Essa comparação é feita graficamente, representando a intensidade medida em função do comprimento de onda e normalizadando o máximo ao máximo teórico, e comparando essa curva com a curva teórica, dada pela equação (11).

$$I_\lambda \Delta\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{KT\lambda}} - 1}\Delta\lambda \tag{11}$$

C. Verificação da Lei de Stefan

Para uma distância fixa, a intensidade total da luz radiada é medida para diferentes tensões (que correspondem a diferentes temperaturas da lâmpada) aplicadas, usando a montagem da figura 2. A lei de Stefan verifica-se graficamente, ajustando as intensidades e temperaturas obtidas não à equação (4), mas à sua forma logaritmica:

$$log(I) = log(\epsilon\sigma) + 4log(T) \tag{12}$$

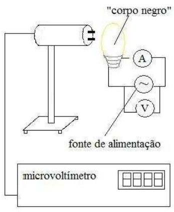

Figura 2. Determinação da intensidade total

A constante de stefan corresponde à ordenada na origem e o declive à dependência da quarta potência da temperatura.

D. Verificação da Lei de Kirchoff

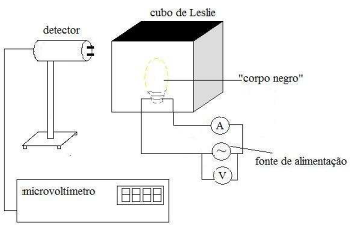

Figura 3. Esquema de montagem para comparação de emissividades

A verificação da Lei de Kirchoff é feita recorrendo a um cubo de Leslie: um cubo com as 4 faces laterais revestidas com diferentes materiais - preto, metálico, branco e branco fosca - que têm diferentes poderes de absorção de emissão. Para uma dada temperatura, é registada a intensidade luminosa radiada por cada face.

III. RESULTADOS

Calibração do goniómetro

Âlgulo α - 60º
Ângulo da normal - 239º 30' ± 2"
Ângulo de incidência - 194º 60' ± 2"

Tabela I. Dados da intensidade e tensão da lâmpada para determinação da sua temperatura

V (V)	e_V(V)	I (A)	e_I(A)
6,01	0,01	1,17	0,01
9,11	0,01	1,45	0,01
12,16	0,01	1,68	0,01

Tabela II. Dados da intensidade para cada ângulo de desvio para 6, 9 e 12 V

δ_{6V} [a]	I_{6V}(V) [b]	δ_{9V}	I_{9V}(V)	δ_{12V}	I_{12V}(V)
172º20'	9,00E-07	172º0'	8,00E-07	171º40'	2,00E-7
173º0'	2,20E-06	172º40'	3,00E-06	172º0'	3,00E-06
173º20'	3,10E-06	173º0'	6,00E-06	172º40'	1,10E-05
174º0'	1,26E-05	173º40'	2,05E-05	173º0'	2,27E-05
174º20'	1,68E-05	174º0'	3,46E-05	173º40'	4,38E-05
175º0'	3,22E-05	174º40'	6,80E-05	174º0'	7,00E-05
175º20'	3,36E-05	175º0'	7,75E-05	174º40'	7,20E-05
175º40'	3,25E-05	175º40'	6,77E-05	175º0'	8,10E-05
176º0'	2,45E-05	175º20'	7,75E-05	175º40'	1,02E-04
176º20'	1,79E-05	176º0'	5,17E-05	176º0'	8,40E-05
177º0'	5,50E-06	176º40'	2,10E-05	176º40'	3,59E-05
177º20'	2,30E-06	177º0'	1,12E-05	177º0'	1,81E-05
		177º40'	1,60E-06	177º40'	5,00E-06

[a] Erro ± 1"
[b] Erro ± 0,3E-05V

Tabela III. Dados da intensidade para diferentes tensões aplicadas à lampada

$V_{lampada}$(V)	e_V(V)	$I_{lampada}$(A)	e_I(A)	V_{medida}(V)	e_V(V)
5,1	0,01	1,08	0,01	0,00405	0,00003
6	0,01	1,17	0,01	0,00634	0,00003
7,08	0,01	1,28	0,01	0,00826	0,00003
8,06	0,01	1,36	0,01	0,01019	0,00003
9,1	0,01	1,45	0,01	0,01247	0,00003
10,03	0,01	1,53	0,01	0,01458	0,00003
11,1	0,01	1,61	0,01	0,01725	0,00003
12,01	0,01	1,68	0,01	0,01961	0,00003

IV. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A. Lei de Planck

A temperatura da lâmpada foi determinada como descrito nos Aspectos Gerais da Secção II usando os valores da tabela I, estando os resultados na tabela V.

Procedeu-se ao ajuste dos dados da tabela II à expressão (11), após os ângulos terem sido convertidos em comprimentos de onda usando a equação (10). Foram usadas para esse ajuste o valor da temperatura calculado anteriormente assim como valores que melhor se ajustavam aos pontos, encontrando-se os resultados nas figuras 4, 5 e 6.

B. Lei de Wien

Com os máximos de intensidade da Tabela II, mais uma vez convertendo os ângulos em comprimento de onda, foi feito o ajuste gráfico à função (5), estando o resultado obtido na figura 7. O factor B obtido foi de (4,21761±0,63870) E-03 mK.

Tabela IV. Dados da intensidade irradiada pelas superficies do cubo de Leslie a 117°C

Preto	Espelhado	Branco	Branco Fosco	erro
1,11E-02 V [a]	7,70E-04 V	2,86E-03 V	1,09E-02	0,3E-05V

[a] Erro ± 0,3E-05V

Tabela V. Temperatura da lâmpada calculada para 6, 9 e 12V, respectivamente

R(Ω)	e_R(Ω)	ρ(Ωm)	e_ρ(Ωm)	T(K)	e_T(K)
5,13	0,05	11,45	0,11	1883,25	14,17
6,28	0,05	13,79	0,11	2193,15	13,15
7,24	0,05	15,74	0,11	2435,04	12,23

C. Lei de Stefan

Usando os dados da Tabela III procedeu-se ao ajuste da intensidade em função da temperatura de acordo com a expressão (12), estando os resultados na figura 8. O declive obtido foi de 4.8274 ± 0.2491 e o valor de Log($\epsilon\sigma$) de -18.0288 ± 0.8282, a que corresponde um valor de $\epsilon\sigma$ de 1.478E-08.**cuidado! logaritmo de base 10 transformado em neperiano** Dividindo pelo valor exacto de σ obtemos um ϵ de 0,26.

V. CONCLUSÃO E CRÍTICAS

[1] *Introdução à Física* by J. D. Deus, *et al.*, McGraw-Hill, 2000

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Kirchhoff's_law_of_thermal_radiation

[3] http://en.wikipedia.org/wiki/Wien's_displacement_law

[4] http://en.wikipedia.org/wiki/Stefan-Boltzmann_law

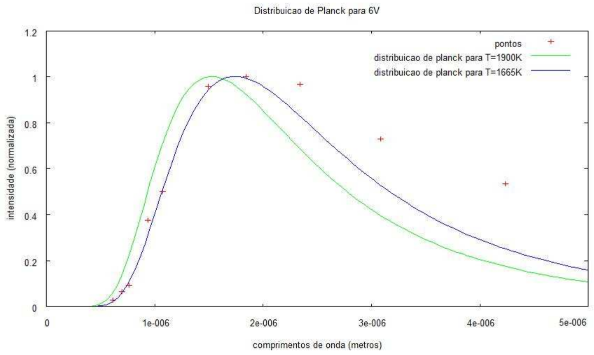

Figura 4. Ajuste 6V

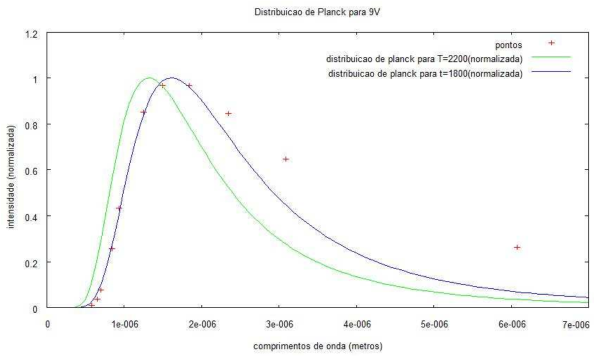

Figura 5. Ajuste 9V

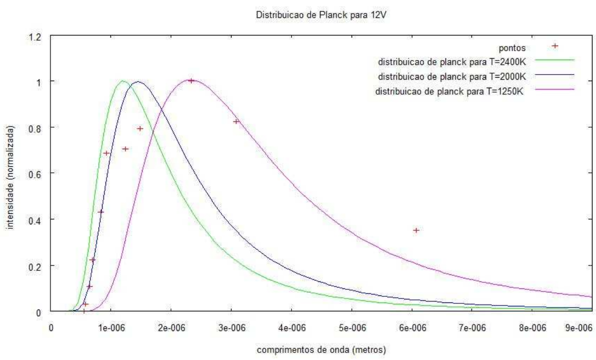

Figura 6. Ajuste 12V

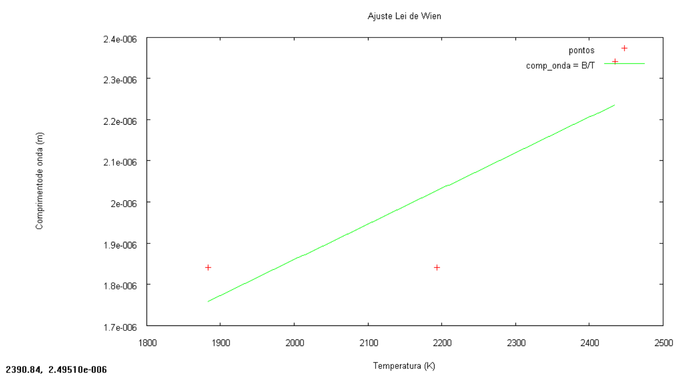

Figura 7. Ajuste lei de Wien

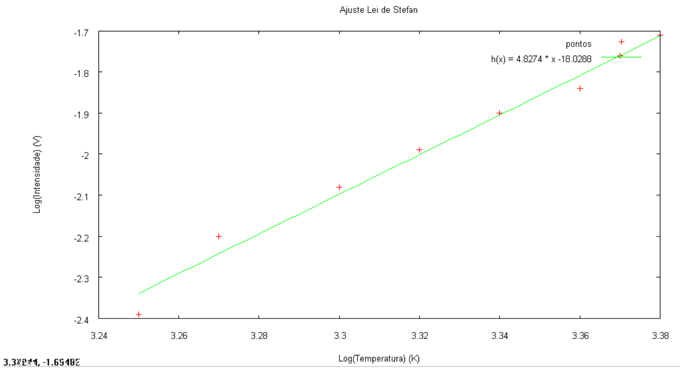

Figura 8. Lei de Stefan