

Compressões Isotérmica e Adiabática de Ar Atmosférico

Emanuel Ricardo - n.º 65677, Hugo Proença - n.º 65683, João Martins - n.º 65695, João Penedo - n.º 65697

Laboratório de Complementos de Electromagnetismo e Termodinâmica, MEFT - IST 2009/10

(Dated: April 21, 2010)

Este trabalho laboratorial tem como objectivo a análise de dois tipos de compressão mecânica de um gás tido como *ideal* (ar atmosférico), distinguíveis pela invariância de parâmetros específicos do sistema de partículas ao longo do processo compressivo. Considera-se a **compressão adiabática**, em que se admite a inexistência de trocas de calor com a vizinhança, e a **compressão isotérmica**, em que se admite a constância da temperatura do sistema, sendo ambas tidas como transformações **reversíveis**.

Esta análise compreende ponderações energéticas, assim como algumas correcções ao modelo da adiabática ideal (sendo que as transformações reais são **situações quase-adiabáticas**, perdendo-se alguma energia sob a forma de calor).

Após análise de resultados obteve-se um valor de 1.367 ± 0.002 para γ na compressão adiabática (desvio de 0.1% à precisão e exactidão de 97.6%). Na globalidade do contexto experimental, comprovaram-se as previstas relações teóricas entre grandezas estudadas, sendo os resultados obtidos aceitáveis. Verifica-se tanto a dificuldade em isolar termicamente o sistema, como em mantê-lo a temperatura constante.

I. BREVE INTRODUÇÃO

No contexto material, o estado gasoso, em oposição aos clássicos sólido e líquido, corresponde a forma e volume variáveis, sendo caracterizado pela relativamente vasta separação entre moléculas constituintes.

De forma a analisar matéria gasosa, é conveniente desprezar interacções moleculares (forças de van der Waals), assumindo as moléculas pontuais em movimento, concretizando apenas colisões elásticas. Estudos macroscópicos do comportamento de gases nestas condições podem ser feitos em redes discretas recorrendo a autómatos celulares como, por exemplo, o modelo HPP (1973, 1976 - Hardy, Pomeau, de Pazzis). Estes pressupostos simplificadores correspondem igualmente ao **modelo do gás ideal**.

O ar, dado ser relativamente diluído, é geralmente, em boa aproximação, um gás ideal, sendo-o particularmente nas condições da execução deste trabalho.

O **estado do sistema gasoso** pode ser descrito pelo volume (V) que o gás ocupa, a temperatura (T) a que se encontra (directamente relaciona com a sua energia interna/agitação molecular) e a pressão (P) nele exercida (dependência da fronteira do sistema). Em geral, o modo como estas variáveis se relacionam não é trivial. Considerando o modelo do gás ideal, temos, no entanto, a seguinte relação empírica (séc. XVII - Leis de Boyle-Mariotte, Charles e Gay-Lussac):

$$PV = nRT \quad (S.I.) \quad (1)$$

Onde n é a quantidade de moles em causa e R a constante universal dos gases perfeitos, sendo que em unidades S.I., $R \simeq 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$. Do ponto de vista energético, é útil considerar a primeira lei da termodinâmica:

$$\delta Q = dU + \delta W \quad (2)$$

Relacionamos a variação na energia interna do sistema (dU), com a energia em movimento/trocada com o exterior, sob as formas de calor (δQ) e trabalho (δW). Convencionam-se como quantidades positivas o *input* energético sob a forma de calor e o *output* energético sob a forma de trabalho. Note-se que a energia interna é uma função do estado, pelo que dU é apenas dependente dos sistemas inicial e final.

Pode demonstrar-se que dU é dado por[1]:

$$dU = nC_V dT \quad (3)$$

Onde C_V é o calor específico do gás a volume constante, tendo-se, para um gás diatómico, $C_V = \frac{1}{n} \left(\frac{dU}{dT} \right)_{V=\text{cte.}} = \frac{5}{2}R$ [2].

Considerando o processo de compressão reversível de um gás, *i.e.* uma transformação realizada por sucessivos estados de equilíbrio, tem-se que δW é dado por[1]:

$$\delta W = P dV \quad (4)$$

Numa compressão **adiabática reversível** tem-se, por definição, $\delta Q = 0$, donde, pelas expressões (2),(3) e (4), se obtém:

$$nC_V dT = -P dV \quad (5)$$

Dado que esta expressão apenas encerra variáveis de estado, ela é globalmente válida, descrevendo o sistema em qualquer instante do tempo. Recorrendo a (1) e integrando (5), chega-se ao resultado[3]:

$$PV^\gamma = \text{cte}' \quad \text{com } \gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (6)$$

Sendo que se demonstra $C_P = C_V + R$. Dada a equação (4), podemos, integrando, determinar o trabalho associado a uma transformação adiabática reversível[2]:

$$W = \frac{P_i V_i^\gamma}{1-\gamma} \left(V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma} \right) \quad (7)$$

Integrando (3) e lembrando (5) tem-se ainda que:

$$\Delta U = nC_V (T_f - T_i) = -W \quad (8)$$

Experimentalmente, as compressões realizadas não são adiabáticas mas sim quase-adiabáticas, ocorrendo trocas indesejadas de calor ($\delta Q \neq 0$). Considere-se a correcção de (5):

$$nC_V dT = -n\beta dT - P dV \quad (9)$$

Chegando-se agora ao resultado[3]:

$$PV^\Gamma = \text{cte}'' \quad \text{com } \Gamma = \frac{C_P + \beta}{C_V + \beta} \quad (10)$$

Tem-se assim, em termos energéticos:

$$\begin{aligned} \Delta U &= nC_V (T_f - T_i) \\ &= -n\beta (T_f - T_i) - W = Q - W \end{aligned} \quad (11)$$

Numa compressão **isotérmica reversível**, $T = \text{cte.}$ por definição, sendo que (4) é aplicável e $dU = 0$. Tem-se então, $\delta Q = \delta W$, *i.e.* $Q = W$, sendo que o trabalho associado à transformação é[2]:

$$W = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \quad (12)$$

Recorrendo a (1), (6) e (10) e à definição de isotérmica, temos as seguintes relações linearizadas[3]:

$$\ln P = \ln cte' - \gamma \ln V \quad (13)$$

$$\ln P = \ln cte'' - \Gamma \ln V \quad (14)$$

$$\ln P = \ln(nRT) - \ln V \quad (15)$$

Estas rectas $\ln P (\ln V)$ correspondem, respectivamente, às compressões *adiabática*, *quase-adiabática* e *isotérmica*.

II. EXPERIÊNCIA REALIZADA



Figura 1: Fotografia/esquema do equipamento experimental

A montagem associada à análise experimental é constituída por um cilindro onde se efectuam as compressões (sendo que pode ser isolado materialmente através de uma torneira), fontes de alimentação associadas a amplificadores electrónicos e um computador onde correm os programas de registo e tratamento de dados (*Data Monitor* e *LINLN* (DOS)). De forma a recolher os dados relativos às características do sistema, recorre-se a transdutores de pressão e temperatura montados na base do cilindro. O elemento activo no sensor de temperatura é um fio metálico (*Ni*) cuja utilização pressupõe um atraso de $\sim 60 ms$ na determinação de temperaturas. A escala transparente permite efectuar medições volumétricas¹ necessárias à calibração dos resultados.

Como referido, é necessário proceder à calibração do aparelho², sendo que se consideram duas posições-limite, permitindo a leitura automática da diferença de potencial correspondente.

Começa-se por realizar a **compressão isotérmica**, o mais lenta e continuamente possível, do gás/ar contido no interior do cilindro (abertura e fecho consecutivos da torneira, anteriores ao movimento do pistão), guardando-se, num ficheiro de dados, os valores lidos (ao longo do tempo) de volume, pressão e temperatura.

¹ Existe um *offset* de 0.06 cm que é adicionado ao deslocamento do pistão de forma a contabilizar o volume de ar contido nas torneiras.

² O raio do êmbolo foi determinado como sendo de 2.2045 cm.

Numa fase seguinte, procura-se a **compressão adiabática**, repetindo-se o registo das variáveis de estado referidas, desta vez realizando o processo tão rapidamente quanto possível, evitando trocas energéticas sob a forma de calor com o exterior.

Em ambas as transformações, o trabalho trocado com o sistema pode ser obtido pela integração numérica realizada computacionalmente. Todas as compressões realizadas podem ser tidas como reversíveis na medida em que a velocidade do movimento do pistão é desprezável face às velocidades moleculares[3].

III. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A. Compressão Isotérmica

Durante a compressão isotérmica, os valores de pressão, volume e temperatura foram sendo monitorizados e registados pelo software utilizado, sendo que se pretendeu manter a temperatura constante ao longo da transformação. Os pontos de pressão e volume são apresentados na Figura 2. De entre os valores registados ao longo desta experiência, apresentam-se, na Tabela I, 8 deles (4 iniciais e 4 finais), utilizados na determinação (recorrendo a valores médios) do balanço energético do sistema. Os valores de n foram calculados a partir da lei dos gases ideais (1).

A variação de energia interna, calculada experimentalmente, a partir dos dados da tabela, é de $\Delta U_{\text{exp}} = 4.01 \pm 0.01 J$. O integral da superfície abaixo da curva $P(V)$ fornece um valor de $W_{\text{exp}} = -16.25 \pm 0.01 J$ para o trabalho exercido sobre o gás. O calor transferido foi calculado com base nestes dois valores energéticos experimentais, obtendo-se $Q_{\text{exp}} = -12.24 \pm 0.02 J$.

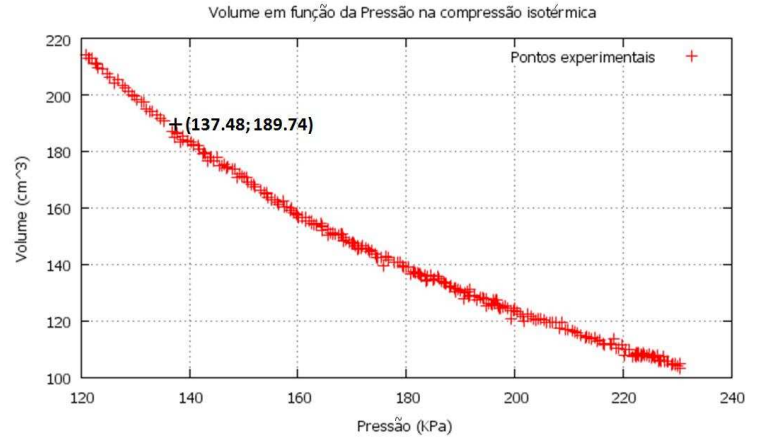


Figura 2: Dados Pressão vs. Volume para a compressão isotérmica

Tabela I: Dados para os sistemas inicial e final (isotérmica)

	$P (Pa)$	$V (m^3)$	$T (K)$	$n (mol)$
Dados Iniciais	1.07×10^5	2.26×10^{-4}	300.0	0.00967
	1.06×10^5	2.27×10^{-4}	299.7	0.00964
	1.04×10^5	2.30×10^{-4}	298.4	0.00965
	1.03×10^5	2.31×10^{-4}	298.3	0.00961
Dados Finais	2.13×10^5	1.21×10^{-4}	318.3	0.00978
	2.11×10^5	1.23×10^{-4}	318.3	0.00980
	2.08×10^5	1.25×10^{-4}	317.4	0.00983
	2.03×10^5	1.28×10^{-4}	316.8	0.00985

B. Compressão Adiabática

Realizada a compressão adiabática, o procedimento quanto a registo de dados revelou-se análogo, sendo que os pontos de pressão e volume são apresentados na Figura 3. Apresentam-se novamente 8 conjuntos de valores, agora na Tabela II, utilizados no balanço energético do sistema.

Tem-se $\Delta U_{\text{exp}} = 9.39 \pm 0.04 J$. O integral da superfície abaixo da curva $P(V)$ fornece $W_{\text{exp}} = -21.66 \pm 0.01 J$ donde se obtém $Q_{\text{exp}} = -12.27 \pm 0.05 J$.

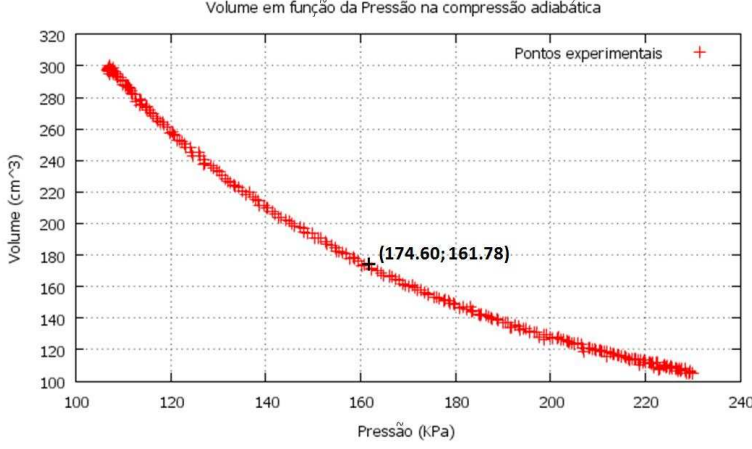


Figura 3: Dados Pressão *vs.* Volume para a compressão adiabática

Tabela II: Dados para os sistemas inicial e final (adiabática)

	$P (Pa)$	$V (m^3)$	$T(K)$	$n(\text{mol})$
Dados Iniciais	1.08×10^5	2.26×10^{-4}	291.1	0.0101
	1.08×10^5	2.27×10^{-4}	290.8	0.0101
	1.05×10^5	2.29×10^{-4}	290.8	0.0100
	1.05×10^5	2.30×10^{-4}	290.6	0.0100
Dados Finais	2.98×10^5	1.07×10^{-4}	335.6	0.0114
	2.98×10^5	1.07×10^{-4}	336.4	0.0114
	2.96×10^5	1.07×10^{-4}	337.5	0.0113
	2.99×10^5	1.07×10^{-4}	335.4	0.0115

IV. ANÁLISE DE RESULTADOS

A. Compressão adiabática

Começa-se por fazer a análise para a situação adiabática. Comparando a variação de energia interna com o trabalho realizado pelo sistema, pode constatar-se que a variação de energia interna é significativamente menor que o trabalho exercido sobre o sistema, situação incompatível com o modelo teórico. A razão para tal diferença poderá residir no aumento do número de moles de ar como indicado na Tabela II. Dado que a quantidade de ar no interior do tubo não pode variar no decurso destas compressões materialmente isoladas da atmosfera, considera-se então que o sensor de temperatura não possui uma sensibilidade que permita detectar com grande precisão as rápidas variações de temperatura, o que influenciaria o cálculo do número de moles de ar em foco, uma vez que n é calculado a partir da lei dos gases perfeitos e dos valores de T . Consequentemente, decidiu-se calcular a quantidade molar de ar através de uma média dos valores *iniciais* de n dispostos na

referida tabela (os quais, em princípio, não terão sofrido grandes alterações), obtendo-se $\langle n \rangle = (1.003 \pm 0.004) \times 10^{-2} \text{ mol}$. A temperatura *final* da mistura de gás foi posteriormente estimada relacionando os valores de pressão, volume e a quantidade molar de ar por (1). Os resultados obtidos são dispostos na Tabela III.

Tabela III: Análise térmica (Kelvin) do sistema final (adiabática)

$T_{\text{corr.}}$	$\langle T_{\text{corr.}} \rangle$	$e_{T_{\text{corr.}}}$
382.11	381.93	1.64
382.11		
379.54		
383.98		

A variação de energia interna foi novamente determinada, obtendo-se um valor corrigido de $\Delta U_{\text{corr.}} = 19.00 \pm 0.43 J$.

Para além de $W_{\text{exp}} = -21.66 \pm 0.01 J$, o trabalho pode ser obtido teoricamente, considerando a equação (7), donde $W_{\text{teo}} = -21.14 J$. Recorrendo a (2) determinou-se o calor transferido durante a compressão, usando já $\Delta U_{\text{corr.}}$, sendo $Q = -2.66 \pm 0.44 J$ para W_{exp} e $Q = -2.14 \pm 0.43 J$ para W_{teo} . Note-se que, teoricamente, neste tipo de compressão não deveria ocorrer a libertação de qualquer quantidade de calor. Existindo trocas de calor (situação quase-adiabática), estimou-se o parâmetro teórico β que as descreve (relacionando calor transferido, quantidade de matéria e variação de temperatura). O valor obtido foi $\beta = 2.91 \pm 0.54 J/(\text{mol} \cdot K)$. Este valor implica que γ decai para $\Gamma = 1.351 \pm 0.054$. O valor experimental Γ_{exp} foi determinado por meio de um ajuste à recta (14), recta correspondente ao logaritmo da pressão *vs.* logaritmo do volume (ver Figura 4).

Obteve-se um $\Gamma_{\text{exp}} = 1.367 \pm 0.002$. Uma vez que o valor teórico de γ para a adiabática total corresponde a $C_P/C_V = 7/5 = 1.4$ (adimensional), tem-se que Γ avalia o quão adiabática é a compressão efectuada.

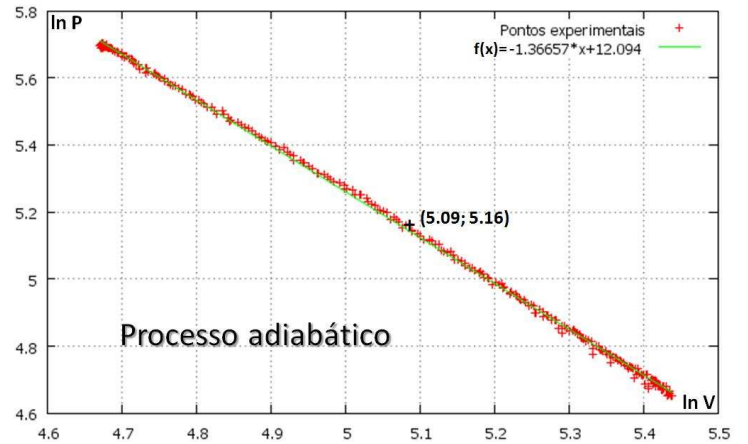


Figura 4: Ajuste linear de $\ln(P)$ *vs.* $\ln(V)$ (adiabática)

B. Compressão isotérmica

O facto de a variação de energia interna não ter sido nula durante a compressão isotérmica resulta num desvio à previsão teórica, concluindo-se que a temperatura não foi constante durante a compressão. Uma correcção nos valores de temperatura, semelhante à que foi feita no caso da compressão adiabática, permite-nos obter aqui $\Delta U_{\text{corr.}} = 4.92 \pm 0.12 J$.

Considerando esta variação de energia interna em conjugação com o trabalho calculado experimentalmente através da integração numérica directa dos dados experimentais (área sob a curva do gráfico de $P(V)$), sendo $W_{\text{exp}} = -16.25 \pm 0.01 J$, é possível calcular o valor experimental de calor transferido, $Q = -11.33 \pm 0.02 J$. Analiticamente, estimou-se um valor $W_{\text{teo}} = -15.27 \pm 0.03 J$ para o trabalho exercido sobre o gás, o que implica agora uma quantidade de calor libertado $Q = -10.35 \pm 0.15 J$. De modo a quantificar o carácter isotérmico da compressão realizada, procedeu-se à determinação do parâmetro γ'_{exp} , processo em tudo semelhante ao realizado na análise da compressão adiabática (onde $\gamma' \equiv \Gamma$). Assim, através de um ajuste a uma recta dos valores de $\ln P(\ln V)$, obteve-se um valor de $\gamma'_{\text{exp}} = 1.124 \pm 0.002$. Por métodos analíticos, chegou-se similarmente a um valor $\beta = 53.67 \pm 2.39 J/(\text{mol} \cdot K)$, o qual, por sua vez, implica que $\gamma' = 1.112 \pm 0.068$.

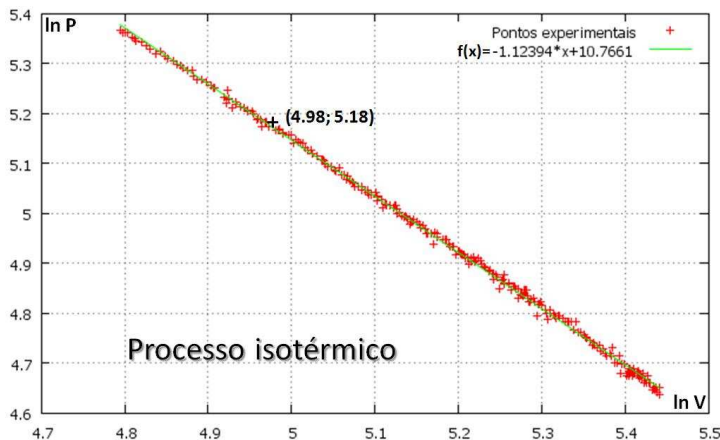


Figura 5: Ajuste linear de $\ln(P)$ vs. $\ln(V)$ (isotérmica)

V. CONCLUSÕES E CRÍTICA

Ao observar os valores da experiência pode-se constatar que o valor do trabalho determinado analiticamente é bastante semelhante ao valor obtido experimentalmente (particularmente, no caso adiabático, ou quase-adiabático, $|W_{\text{exp}} - W_{\text{teo}}| = 0.52 J$). Esta observação sustenta a validade da equação (4) e equações seguintes (deduzidas com base nela), tal como a sua utilidade no cálculo do trabalho realizado por transformações reversíveis.

Considere-se o caso da compressão adiabática. Note-se que, apesar da elevada velocidade da compressão, as perdas de energia sob a forma de calor para o ambiente exterior são significativas, sendo que cerca de 56.7% do trabalho exercido sobre o sistema é perdido como calor, um valor que destoa com a natureza do processo almejado. Após a realização das correcções aos dados térmicos, verifica-se uma melhoria dos resultados, *i.e.*, o calor libertado para o exterior passa a representar 12.3% da energia fornecida (como trabalho), o que vem a com-

provar que o atraso de leitura das temperaturas pelo sensor é relevante na análise do sistema. Admitindo, no entanto, a relevância destas perdas, é possível estimar o seu efeito no valor de γ , tendo-se agora um valor teórico $\Gamma = 1.351 \pm 0.054$, cujo erro cobre/engloba tanto o valor obtido experimentalmente, $\gamma_{\text{exp}} = 1.367 \pm 0.002$ como o valor ideal 1.4 (adiabática total). Verificamos assim que os sensores possuíam uma limitação severa e que os valores corrigidos se aproximam positivamente da realidade pretendida. Face aos resultados obtidos, acrescentamos que a velocidade de execução da compressão foi ainda demasiado lenta, daí existirem trocas de calor significativas, sendo que uma melhoria conseguiria ser obtida caso a velocidade de execução óptima fosse encontrada (não comprometendo a reversibilidade do processo).

Relativamente à parte isotérmica da experiência, concretizou-se um valor para o trabalho teórico um pouco mais afastado daquele obtido experimentalmente ($|W_{\text{exp}} - W_{\text{teo}}| = 0.98$), relativamente ao trabalho teórico adiabático. Pode-se afirmar que a variação da temperatura foi elevada ($\sim 20^\circ C$) face ao que se pretendia. Esta variação de temperatura revelou que 26.3% do trabalho fornecido foi transformado em energia interna. Após a correcção dos valores, os resultados aproximam-se mais da realidade experimental, revelando agora uma transferência de 32.2% de trabalho para energia interna, sendo que as condições da transformação estão mais afastadas do pretendido relativamente ao que se pensava. Obtém-se assim um valor teórico $\gamma' = 1.11 \pm 0.06$ que engloba/cobre o valor obtido experimentalmente $\gamma'_{\text{exp}} = 1.124 \pm 0.002$, mas não o ideal (unitário). Verificamos deste modo que, dado o lento ritmo a que se processam as trocas de energia como calor com o exterior (trocas essas que garantiriam a constância de T), a compressão não será de facto uma perfeita isotérmica, transformando-se parte da energia dada como trabalho em energia interna do sistema (sendo, deste modo, $\gamma' > 1$).

Em último lugar procura-se verificar se o modelo do gás ideal de facto se ajustava bem aos dados desta experiência. Para tal, foi calculada a energia interna com recurso à equação de estado de Van der Waals (doravante VdW), e os resultados obtidos nos dois casos foram $U_{\text{corrigido}} = 4.92 J$, $U_{\text{VdW}} = 5.03 J$ para a isotérmica e $U_{\text{corrigido}} = 19.0 J$, $U_{\text{VdW}} = 19.3 J$, revelando, à primeira vista, que os modelo do gás ideal se pode aplicar bem a este tipo de experiências, sem uma grande propagação de erros.

Como se pode discernir pelos dados obtidos, a componente adiabática aproximou-se mais do que era esperado, sendo, em geral, as fontes de erro mais significativas correspondentes a trocas de calor (velocidade considerável/diminuta), difícil utilização/precisão da alavanca e a leitura errónea das temperaturas devido à resposta do fio de Níquel. Com vista a melhorar a experiência, propõe-se a possibilidade de acoplar material isolador ao sistema ou ainda de automatizar a manipulação da alavanca. Caso tal não seja possível, sugere-se a extensão da alavanca no sentido de alterar os momentos das forças aplicadas, facilitando a sua deslocação contínua.

- [1] J. D. de Deus et. al, in *Introdução à Física* (McGraw-Hill, 2000) Chap. 6.8, pp. 419–446, 2nd ed.
[2] A. C. Ribeiro, P. Sebastião, and T. Francisco, in *Contribuição*

- para o Desenvolvimento do Ensino da Física Experimental no IST* (AEIST, Lisboa, 1998) pp. 173–188.
[3] J. Figueirinhas, Apont. aulas teóricas (04,10 Mar. 2010).

- [4] R. A. Serway and J. W. Jewett, in *Physics for Scientists and Engineers*, pp. 649–650, 6th ed.