

Estudo da Radiação Emitida por um Corpo Negro

B. MALACA (78880), C. GARRIDO (78420), J. OLIVEIRA (79144) E M. C. AMOEDO (78700)

LABORATÓRIO DE COMPLEMENTOS DE ELETROMAGNETISMO E TERMODINÂMICA

Departamento de Física, MEFT 2014/2015, 2^o semestre (Grupo 1, 5^a feira)

Resumo

Neste trabalho laboratorial estudou-se o comportamento da radiação emitida por vários corpos com base no modelo do Corpo Negro em três configurações diferentes. Na primeira, obteve-se o espectro (de comprimento de onda- λ) de uma lâmpada de tungstênio para 3 temperaturas diferentes e analisaram-se os mesmos com base na lei de Planck e os valores de λ_{max} e temperaturas correspondentes pela aproximação de Wien. Na segunda, estudaram-se as condições de aplicabilidade da lei de Boltzmann ao corpo em causa e, na terceira compararam-se as emissividades de materiais diferentes utilizando um Cubo de Leslie.

Palavras-chave: Corpo Negro, Lei de Planck, Aproximação de Wien, Lei de Boltzmann

I. INTRODUÇÃO

Uma propriedade importante de um corpo negro é absorver toda a radiação que nele incide.

Utilizando como modelo do corpo radiante um oscilador harmónico simples, pode deduzir-se a Lei de Planck (eq.1).

$$I_T(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1} \quad (1)$$

Uma aproximação que pode ser feita à Lei de Planck, tomando $\frac{h}{\lambda} \gg kT$, é a chamada Lei (ou aproximação) de Wien (eq. 2). Derivando-a, podemos encontrar uma relação simples entre o comprimento de onda correspondente à intensidade máxima e a temperatura de um corpo negro que se encontra na eq. 3.

$$I_T(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{k_B T \lambda}} \quad (2)$$

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \quad (3)$$

Onde $b \approx 2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}^{-1}$.

Integrando a Lei de Planck para todo o espectro obtém-se a Lei de Stefan (eq.4) que relaciona a inten-

sidade emitida (poder emissivo) por um corpo em função da sua temperatura, a chamada Lei de Boltzmann.

$$I_C = e_c \sigma T^4 \quad (4)$$

Onde e_c representa a emissividade do corpo (se for corpo negro $e_C = e_N = 1$) e σ a constante de Stefan-Boltzmann.

De modo a relacionar o poder de absorção de um corpo, dado pelo quociente de $Q_{corpo} = E_{abs}/E_{inc}$, com o poder emissivo tem-se o teorema de Kirchoff (eq.5).

$$\frac{I_{corpo}}{Q_{corpo}} = F(T) \quad (5)$$

Onde $F(T)$ é uma função que depende apenas da temperatura. Um objecto que radia pouco terá de absorver na mesma proporção.

Ainda foi importante para a realização do trabalho o conhecimento da relação entre o índice de refração para um determinado comprimento de onda n de um prisma equilátero (com ângulo de abertura α), ângulos de incidência (θ) e refração (δ) de um feixe que o atravessava (ver fig. 3 e explicação à frente) e o índice de refração do ar n_{ar} .

$$n(\alpha, \theta, \delta, n_{ar}) = n_{ar} \sqrt{\sin^2 \theta + \left(\frac{\sin(\delta + \alpha - \theta) + \cos(\alpha) \sin(\theta)}{\sin(\alpha)} \right)^2} \quad (6)$$

II. EXPERIÊNCIA REALIZADA

- Cubo de Leslie PASCO (TD-8554A);

I. Material utilizado

- Lâmpada com filamento de Tungstênio;
- Goniómetro (com 30" de precisão);
- Multímetros;
- Micro-voltímetro;
- Prisma de dispersão (face equilátero);
- Dois Detetores de radiação (termo-pilhas);
- Fendas ajustáveis;
- Coberturas para a entrada e braço do detetor;
- Lente convergente;

II. Método experimental

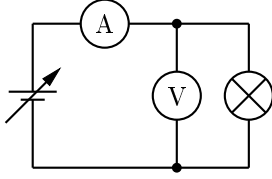


Figura 1: Montagem de alimentação da lâmpada de tungstênio

Iniciou-se a experiência confirmando a montagem efetuada para a medição de intensidade e d.d.p na lâmpada de tungstênio (fig. 1).

Com estes dois dados foi possível obter valores de resistência do filamento da lâmpada e, a partir de um gráfico com os valores presentes na tabela de calibração (fig. 2), pôde descobrir-se a temperatura de funcionamento da mesma. As temperaturas utilizadas encontram-se no gráfico.

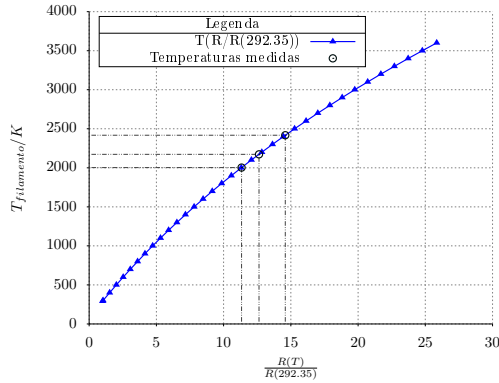


Figura 2: Gráfico de $T_{\text{filamento}} \left(\frac{R(T)}{R(292.35K)} \right)$. Supôs-se uma relação linear entre os pontos da tabela para obter as temperaturas correspondentes a resistências entre os valores na tabela. As propagações de incertezas fizeram-se do mesmo modo.

Para a realização da primeira parte da experiência colocou-se o prisma no suporte entre os dois braços do goniômetro (ver fig. 3), ligou-se a alimentação da lâmpada de modo a que a d.d.p. aos seus terminais fosse 12V e colocou-se sobre a lente de saída da radiação a máscara com a fenda vertical. Procedeu-se à medição da posição angular de um feixe que incide perpendicularmente a uma das faces do prisma θ_0 (correspondente ao alinhamento total entre a radiação emitida e refletida). De seguida mediu-se um ângulo próximo do desvio mínimo da radiação vermelha que permitisse uma boa dispersão do espectro θ_1 . $\theta = \theta_1 - \theta_0$.

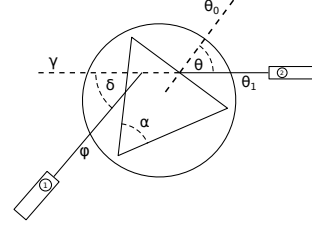


Figura 3: Esquema da montagem efetuada para a primeira parte do trabalho laboratorial. O ângulo θ representa o ângulo de incidência

Mantendo a d.d.p. aos terminais da lâmpada, deslocou-se o braço do goniômetro de modo a posicionar o sensor na zona da radiação verde visível. Mediram-se para ângulos espaçados em $20''$ (ϕ), 3 tensões consideradas válidas no micro-voltímetro, reiniciando o voltímetro entre cada leitura e verificando após cada uma que, tapando o detetor, o valor medido descia abaixo do ruído térmico considerado ($\approx 3\mu V$). Ainda se mediu o ângulo correspondente ao máximo observado na d.d.p do micro-voltímetro. Repetiu-se o mesmo procedimento para as tensões de 9 e 6 Volt.

δ é igual à diferença entre cada posição angular atrás registada e γ , a posição angular que correspondia ao alinhamento dos braços do goniômetro, que foi medida no final desta parte da experiência (para não interferir na posição do prisma), após remoção do prisma. Mediu-se o ângulo interno do prisma relevante à experiência, α . A partir dos ângulos α , δ e θ , puderam ser calculados os índices de refração para cada posição angular do detetor e a partir da eq. 6. Posteriormente, procedeu-se à conversão dos índices de refração em comprimentos de onda de modo semelhante ao utilizado para a determinação das temperaturas (o gráfico de calibração utilizado encontra-se na fig. 4).

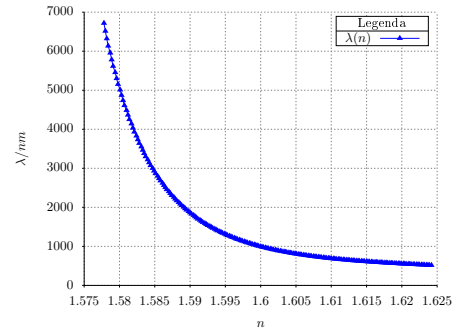


Figura 4: Gráfico de calibração $\lambda(n)$

Relativamente a esta parte da experiência ainda se utilizou o software *Mathematica*. Verificou-se a temperatura para a qual se obtém a máxima eficácia luminosa, i.e. qual a temperatura para a qual o quociente entre a intensidade obtida no espectro visível ($370 - 750nm$) e a intensidade total é máxima.

Depois ainda se tentou averiguar a validade da Lei de Wien através de uma regressão do tipo $\log(\lambda) =$

$\log(b) + a(\log(T))$ e, perante os resultados para b , a constante de Wien, e a (que segundo a aproximação de Wien deverá ser -1) realizaram-se as devidas comparações dos resultados com as curvas teóricas.

Na segunda parte da experiência, depois de se ter registado o prisma do suporte, alinharam-se os braços do goniómetro. Para tensões de 5V a 12V, mediu-se a corrente fornecida à lâmpada e a tensão recebida no detetor de sinais, procedendo-se de modo semelhante ao anterior. A tensão medida no detetor é proporcional à intensidade da radiação emitida.

Na terceira e última parte da atividade experimental, estudou-se o poder emissivo das 4 fases do cubo de Leslie (face preta, branca, metálica e espelhada). Medindo-se a temperatura T a que o cubo se encontrava após estabilizar com dois níveis para a fonte de alimentação diferentes, registaram-se as emissividades de cada fase com o auxílio da termo-pilha. Depois de calibrado o detetor, a partir da temperatura da sala, retiraram-se valores de U (considerando estes proporcionais à intensidade de radiação).

III. DADOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

I. Leis de Planck e de Wien eficiência da lâmpada

Na primeira parte da experiência, pode justificar-se a falta de dados experimentais pois, apesar de terem sido tirados dados para uma gama maior de ângulos δ , estes levavam a índices de refração que não se encontravam na gama presente no gráfico de conversão apresentado.

Após um primeiro fit reparou-se que uma curva com a equação do tipo da eq. 1 não se ajustava a nenhuma zona em particular do gráfico obtido (nomeadamente não se ajustava ao máximo da curva). Portanto concluiu-se que provavelmente teria ocorrido um erro de calibração na medição do γ . Então fez-se uma mudança de coordenadas de x para $x - a$ (nos 3 gráficos conjuntamente) e concluiu-se que existia um deslocamento nos λ 's médio de $293 \pm 11nm$. Os fits resultantes foram muito mais satisfatórios tendo apenas a referir um ligeiro desvio para comprimentos de onda maiores que $3000nm$.

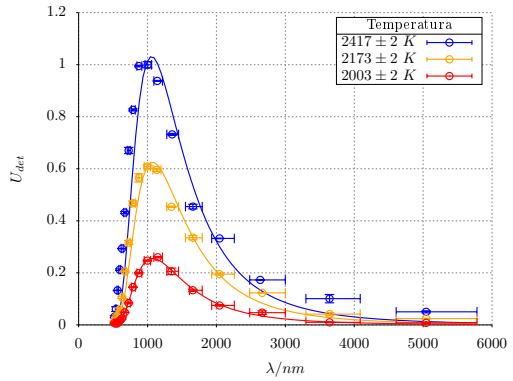


Figura 5: Diferença de potencial medida ao detetor em função do comprimento de onda com correção para os λ 's

A partir do gráfico representado na fig.6, obteve-se para declive o valor de -1.3 ± 0.3 , concordante com o previsto teoricamente pela Lei de Wien. No entanto, obteve-se para a constante de Wien um valor de $B = 0.025mK^{-1}$ bastante afastado do valor previsto.

Na fig. 7 apresenta-se uma comparação entre os dados obtidos experimentalmente para o corpo negro e os dados teóricos.

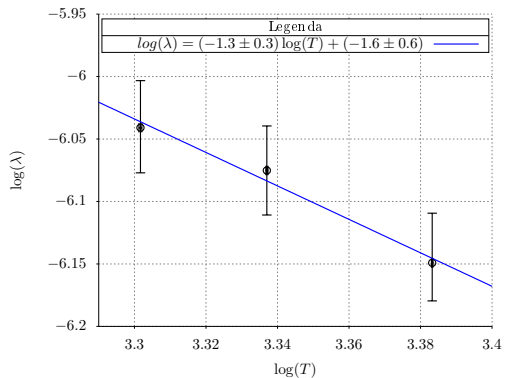


Figura 6: Gráfico do $\log(\lambda)$ em função do $\log(T)$ para os máximos de intensidade

Verificou-se, integrando pelo método dos trapézios, a eficiência da lâmpada para as várias temperaturas, i.e., procedeu-se à divisão entre a intensidade da lâmpada no visível e a intensidade total em todo o espectro medido.

Tabela 1

$T(K)$	$I_{visivel}$	I_{total}	$Ef(\%)$	$Ef_t(\%)$
2003 ± 1	9.2 ± 0.1	310 ± 3	2.97 ± 0.06	1.30
2173 ± 1	30.7 ± 0.4	770 ± 9	3.98 ± 0.09	2.21
2417 ± 1	81 ± 1	1350 ± 80	6.0 ± 0.1	4.08

Em que Ef_t é a eficiência teórica obtida a partir dos integrais numéricos realizados computacionalmente. Na tab. 1 verifica-se que na gama de temperaturas a eficiência da lâmpada é bastante baixa. A maior parte da

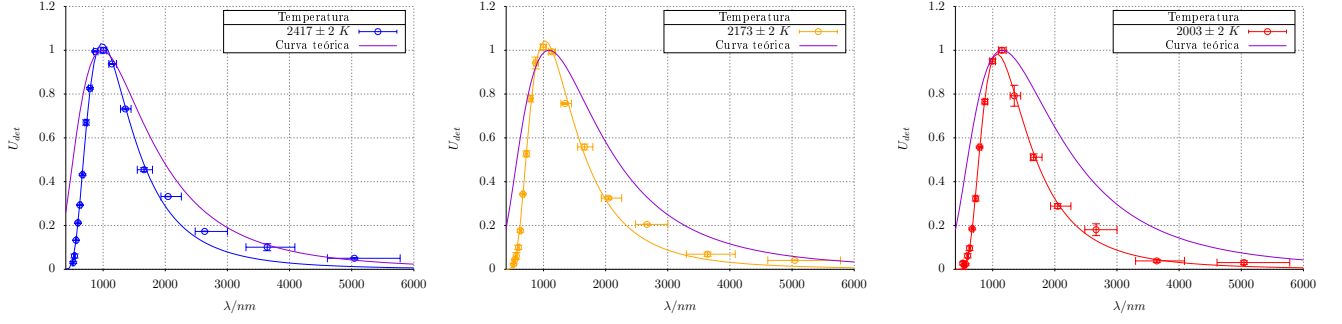


Figura 7: Diferença de potencial medida ao detetor em função do comprimento de onda

radiação emitida pela lâmpada encontra-se na zona do infravermelho. É notável a diferença entre a eficiência da lâmpada quando comparada a um corpo negro. O ruído eletromagnético ambiente e o facto do filamento não se comportar exatamente como um corpo negro podem justificar esse desvio.

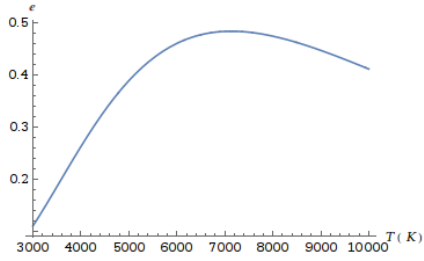


Figura 8: Eficiência em função da temperatura obtida no software Mathematica

Verificou-se que o máximo ocorre a $7138,04K$, onde se verifica que 48.31% da potência emitida se encontra no visível. Verifica-se que esta é bastante diferente da temperatura do sol, o que não seria expectável, visto que o olho humano deveria estar adaptado a essa luz. No entanto, o olho humano não têm uma resposta linear em toda a gama do visível, é mais sensível a comprimentos de onda perto do centro do intervalo de comprimentos de onda visíveis. Ao pesar-se cada comprimento de onda com a capacidade de resposta do olho, obtém-se então um maximizante perto da temperatura da superfície do sol, como visto em [4].

II. Lei de Stefan

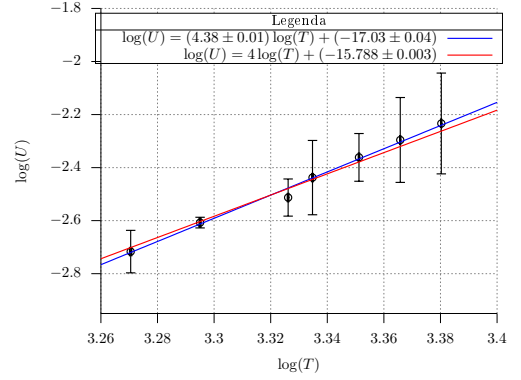


Figura 9: Análise do expoente da lei $U = T^\alpha$

No gráfico da Fig. 9 encontra-se a azul a reta de ajuste aos pares de dados experimentais $(\log(U), \log(T))$. A vermelho está a reta com declive teórico de 4, de acordo com a equação 4, deixando como parâmetro livre a ordenada na origem. Observa-se que o expoente obtido $4.38 > 4$ é concordante com os resultados da parte I, já que a concavidade no ponto máximo é maior na curva experimental do que na teórica.

III. Emissividade de materiais diferentes-Cubo de Leslie

Os dados apresentados correspondem a duas temperaturas diferentes, dadas por uma potência de $3/4$ da potência total e a segunda ao máximo da potência. Observa-se facilmente na tab. 2 a face que radia mais é também aquela que mais se aproxima de um corpo negro, i.e. a face preta. A face espelhada, sendo obviamente a que reflete mais, é também aquela que absorve menos, logo que radia menos. Os resultados estão assim de acordo com o teorema de Kirchoff (eq.5). Comparando as restantes faces branca e metálica, repara-se que uma delas (a Metálica) tem uma emissividade muito menor do que a outra. Assim sendo, pode concluir-se que a face metálica terá um poder refletor maior do que a branca, mas, ainda assim, menor do que a face espelhada, à luz do mesmo teorema apresentado anteriormente.

Tabela 2: *Temperaturas nas faces do cubo de Leslie*

<i>Face</i>	<i>U(mV)</i>	<i>T(C)</i>
Espelhada	0.85 ± 0.01	83 ± 1
Preta	14.5 ± 0.01	83 ± 1
Branca	12.5 ± 0.01	83 ± 1
Metálica	3.15 ± 0.01	83 ± 1
Espelhada	0.95 ± 0.01	100 ± 1
Preta	17.7 ± 0.01	100 ± 1
Branca	17.2 ± 0.01	100 ± 1
Metálica	5.05 ± 0.01	100 ± 1

IV. CONCLUSÕES

Relativamente à primeira parte da experiência pôde observar-se que, mesmo tendo todos os elementos do grupo medido cada ângulo separadamente, existiram erros inerentes a esta medição. Para além disso, obteve-se um valor para a constante de Wien não concordante

com o previsto teoricamente. Apesar disso observou-se que, após efetuada a devida correção à curvas teóricas, é possível ajustar os máximos das curvas teóricas com os obtidos experimentalmente. Relativamente às duas partes restantes, não houveram grandes dispersões entre os resultados experimentais e os previstos teoricamente.

REFERÊNCIAS

- [1] Figueirinhas, J. (2014). *Protocolos dos Trabalhos Experimentais*
- [2] Thomas Williams and Colin Kelley and many others *Gnuplot 5.0: an interactive plotting program*
- [3] PASCO *Experiment Guide for the PASCO scientific Model: THERMAL RADIATION SYSTEM*
- [4] Murphy, Tom (2011). *Maximum Efficiency of White Light*