

Condensador

André Ramos Gonçalo Quintal Pedro Silva Rui Claro

27 de Maio de 2009

Este trabalho incidiu no estudo do funcionamento de condensadores, em regime de carga e descarga assim como a sua resposta e propriedades na presença de tensão e corrente variáveis. Calculámos a constante de tempo do circuito para diversos valores de resistência e efectuamos o balanço energético da descarga de um condensador. Comprovámos a variação da capacidade com a frequência da corrente aplicada.

Introdução

Um condensador consiste, essencialmente, num conjunto de dois condutores¹ que se encontrem ligados entre si, carregados simetricamente, entre os quais se estabelece um campo eléctrico. Esta disposição de condutores permite que o campo estabilize ao fim de algum tempo ficando assim a energia eléctrica inerente a este armazenada no condensador, até nova perturbação do sistema.

No caso mais simples podemos considerar um condensador de placas paralelas, com uma determinada área, separados por uma distância fixa na qual se encontra um dieléctrico.

Para qualquer condensador podemos definir a quantidade C , denominada por capacidade do condensador, e que relaciona a a carga armazenada no condensador e o potencial eléctrico entre as armaduras deste:

$$C = \frac{Q}{V}$$

uma vez que para uma distribuição de cargas em movimento se define a intensidade de corrente como:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

conjugando as duas expressões anteriores obtemos a lei de funcionamento de um condensador:

$$I_c = C \frac{dV_c}{dt}$$

podemos agora resolver esta equação diferencial para os casos distintos de carga e descarga do condensador, ou seja os processos em que este armazena ou liberta a energia no seu campo eléctrico interior.

¹Designados por armaduras do condensador

No caso mais simples da descarga do condensador podemos idealiza-lo como gerador ao funcionamento de uma resistência, que por lei de Joule obedece a $V = R \cdot I$. Substituindo, e considerando ainda que no instante $t = 0$ o condensador se encontra a um potencial V_0 obtemos a equação diferencial com valor inicial:

$$\begin{cases} C \frac{dV}{dt} = -\frac{V_c}{R} \\ V_c(0) = V_0 \end{cases}$$

que tem por solução a função:

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

ao produto da resistência pela capacidade chamamos constante de tempo do circuito $R \cdot C = \tau$.

No caso do condensador estar a carregar, devido a um potencial imposto V , temos a equação:

$$\begin{cases} C \frac{dV}{dt} = -\frac{V-V_c}{R} \\ V_c(0) = V_0 \end{cases}$$

que tem agora por solução:

$$V_c(t) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

Podemos agora analisar os balanços energéticos. Demonstra-se que a energia armazenada num condensador é independente da sua geometria e dada por:

$$W_c = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

esta é dissipada para uma resistência em que a energia dissipada pode ser calculada pelo integral da potência:

$$\int_0^\infty RI^2 dt = \int_0^\infty R \left(\frac{QV}{RC} \right)^2 e^{-\frac{2t}{R \cdot C}} dt = \frac{V^2 C}{2}$$

No caso de se aplicar uma corrente variável ao condensador deparamo-nos com uma variação da capacidade deste em função da frequência do sinal da tensão fornecida.

Suponhamos que o condensador, tido como ideal, se encontr em paralelo com uma resistência² em notação complexa e introduzindo o conceito de impedância temos que:

$$\begin{aligned}\bar{I} &= \bar{V}_c \left(\frac{1}{R_2} + i\omega C \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{I_{ef}^2}{V_{cf}^2} &= \left(\frac{1}{R_2} \right)^2 + \omega^2 C^2\end{aligned}$$

deste modo vemos que a capacidade do condensador é variável com a frequência aplicada segundo a expressão:

$$C = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{I_{ef}^2}{V_{cf}^2} - \left(\frac{1}{R_2} \right)^2}$$

Dividindo a corrente nas suas componentes real e imaginaria temos que³:

$$\bar{I} = \frac{\epsilon' S}{d} \omega \bar{V} - i \frac{\epsilon'' S}{d} \omega \bar{V}$$

onde ϵ' e ϵ'' são as componentes reais e imaginárias da permissividade do dieléctrico do condensador, ou seja $\epsilon = \epsilon' + i \epsilon''$, que são dados por:

$$\epsilon' = \frac{C d}{S} \quad \epsilon'' = -\frac{d}{R_2 \omega S}$$

Experiência realizada

A primeira parte da experiência consiste numa resistência com condensador ligada a um sistema de aquisição de dados. O sistema é alimentado por uma fonte de alimentação que induz uma tensão contínua de 6V.

A segunda parte da experiência consiste num condensador de placas paralelas, ligado a uma resistência variável e ligado a outro sistema de aquisição de dados.

Para a primeira parte, ligámos o sistema com a tensão contínua mencionada e regulámos esta até atingirmos os 9V. De seguida, acedemos ao programa de aquisição e após a primeira aquisição, pressionámos F2 e Alt+F1 para obtermos a regressão linear dos dados e o declive da recta obtida, respectivamente. Repetimos o mesmo processo para diferentes resistências, $R = 20k\Omega, 30k\Omega, 40k\Omega, 50k\Omega$. A seguir, acedemos à função osciloscópio do programa e medimos os valores para o processo de carga do condensador. Repetimos o mesmo processo para os diferentes valores de resistência mencionados acima e comparámos

os valores do processo de descarga com os valores do processo de carga para R e C.

Para a segunda parte, ligámos o sistema, ligando o gerador e o sistema de aquisição de dados, e regulámos o gerador de modo a fornecer uma tensão alternada sinusoidal de frequência $f = 200Hz$ e amplitude máxima de $V = 1V$. De seguida ajustámos o valor da resistência R1 de modo a tensão tenha uma amplitude máxima de $V_c = 0,5V$. Registámos os valores da variação temporal de ambas as tensões e o valor da resistência R1 num ficheiro externo. Repetimos o mesmo procedimento para os diferentes valores de frequência $f = 500Hz, 1kHz, 2kHz, 5kHz, 10kHz, 20kHz, 50kHz, 100kHz, 200kHz, 500kHz, 1MHz, 2MHz, 5MHz$.

Resultados

Na primeira parte de experiência obtivemos os gráficos para a carga e descarga do condensador. Os gráficos obtidos são apresentados nas figuras 1 a 7. Da análise os mesmo obtivemos os valores da constante de tempo do circuito, que comparamos com o valor teórico:

R	τ_{teo}	τ_{exp}
10k Ω	0,01	0,0099
20k Ω	0,02	0,0196
30k Ω	0,03	0,0286
40k Ω	0,04	0,0373
50k Ω	0,05	0,0459

No balanço energético da descarga foi-nos possível calcular as seguintes energias armazenadas no condensador e dissipadas nas cinco hipóteses de resistência:

W_c	W_r	ΔW
$1,20 \times 10^{-5}$	$1,25 \times 10^{-5}$	$-4,95 \times 10^{-7}$
$1,16 \times 10^{-5}$	$1,13 \times 10^{-5}$	$3,18 \times 10^{-7}$
$1,11 \times 10^{-5}$	$1,05 \times 10^{-5}$	$5,92 \times 10^{-7}$
$1,08 \times 10^{-5}$	$9,98 \times 10^{-6}$	$7,90 \times 10^{-7}$
$1,01 \times 10^{-5}$	$9,24 \times 10^{-6}$	$8,85 \times 10^{-7}$

Já no processo de carga obteve-se o balanço energético apresentado abaixo:

W_e	W_c	W_r	ΔW
$8,30 \times 10^{-5}$	$2,19 \times 10^{-4}$	$2,46 \times 10^{-6}$	$1,39 \times 10^{-4}$
$8,27 \times 10^{-5}$	$2,01 \times 10^{-4}$	$2,41 \times 10^{-6}$	$1,21 \times 10^{-4}$
$7,93 \times 10^{-5}$	$1,94 \times 10^{-4}$	$2,37 \times 10^{-6}$	$1,17 \times 10^{-4}$
$7,74 \times 10^{-5}$	$1,80 \times 10^{-4}$	$2,32 \times 10^{-6}$	$1,05 \times 10^{-4}$
$7,66 \times 10^{-5}$	$1,75 \times 10^{-4}$	$2,28 \times 10^{-6}$	$1,01 \times 10^{-4}$

Na segunda parte do procedimento experimental, obtivemos os gráficos das figuras 8 e 9 referentes à variação da resistência

²Podemos considerar a resistência como a responsável pelas perdas do condensador

³Supondo o condensador plano

interna do condensador R_2 e da capacidade C deste em função do logaritmo da frequência. Nas figuras 10 e 11 apresentam-se as componentes complexas da constante dielétrica, ϵ' e ϵ'' , mais uma vez em função do logaritmo da frequência, enquanto que o gráfico da figura 12 representa a função do factor de perdas $\tan(\delta)$. Por fim na figura 12 observa-se o diagrama de Cole-Cole para a constante dielétrica, ou seja a representação da parte imaginária de ϵ'' como função da sua parte real ϵ' .

Análise de resultados

No primeiro procedimento da experiência calculámos os tempos do circuito recorrendo à linearização do gráfico da descarga do condensador sendo que os valores encontrados desta forma se encontram francamente próximos do previsto, todavia o aumento do desvio verificado fica a dever-se ao facto de ao aumentarmos a resistência sobre a qual o condensador descarrega aproximamo-nos do valor da resistência interna do voltímetro que deixa de poder ser considerada como infinita. Este facto é também evidenciado no balanço energético em que as perdas de energia ΔW se tornam mais significativas para as maiores resistências.

A energia armazenada no condensador foi calculada segundo $W_c \frac{1}{2} CV^2$ e a energia dissipada pela resistência por:

$$W_r = \frac{\int_0^\infty V_c^2 dt}{R}$$

em que o integral foi calculado numericamente recorrendo ao computador que recebia os dados. O valor positivo da perda de energia para o caso da resistência de $10k\Omega$ ficou provavelmente a dever-se a um erro de leitura do aparelho de medida ou sistema de aquisição.

Já no caso do processo de carga a energia eléctrica W_e fornecida ao sistema é repartida pela energia dissipada pela resistência W_r e pelo condensador W_c .

Para a parte II da experiência calculou-se a intensidade de corrente eficaz através de

$$I_{ef} = \frac{1}{R_1} \sqrt{V_{g_{ef}}^2 + V_{c_{ef}}^2 - 2 \langle V_c \cdot V_g \rangle}$$

assim como a potência do circuito:

$$P = \frac{1}{R_1} (\langle V_g \cdot V_c \rangle - V_{c_{ef}}^2)$$

através da qual calculámos a resistência interna do condensador:

$$R_2 = \frac{V_{c_{ef}}^2}{P}$$

Os gráficos obtidos permitem-nos observar o facto de a componente real da constante dielétrica se manter relativamente constante à variação de frequência, ao contrário da componente imaginária que se mostra mais sensível à evolução da frequência.

O diagrama de Cole-Cole, i.e., a representação das componentes ϵ' e ϵ'' no plano de Argand não se mostra elucidativa não nos parecendo existir uma correlação forte entre as duas componentes para a gama de frequências estudada.

Conclusão e críticas

Com a execução deste trabalho experimental confirmara-se as leis de carga e descarga de um condensador, apesar de no processo de carga existir um desvio relativamente ao balanço energético expectável o que se pode dever a uma incorrecta avaliação da resistência equivalente do circuito.

Na segunda parte da experiência os resultados obtidos adequam-se às previsões teóricas o unico valor a notar é o da permissividade que se encontra um pouco a baixo do tabelado para o Mylar o que se deve essencialmente à possível existência de bolhas de ar entre as armaduras do condensador.

Bibliografia

- Cheng, David K., 1983, *Field and Wave Electromagnetics*, Addison-Wesley.
- Loureiro, Jorge, 1992, *Electromagnetismo*, Secção de folhas da AEIST.
- Mendirata, Sushil, 1995, *Introdução ao Electromagnetismo*, Fundação Calouste Gulbenkian.

Anexo

Gráficos obtidos

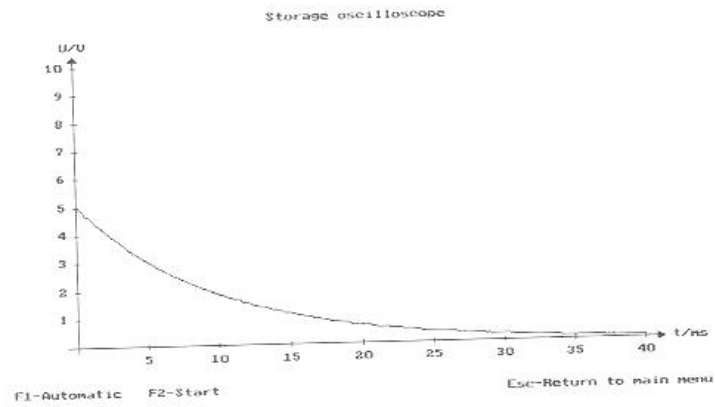


Figura 1: Descarga do condensador

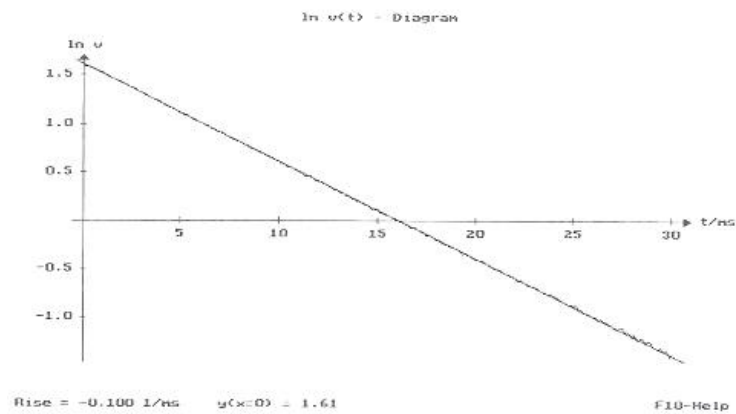


Figura 2: Gráfico linearizado da descarga

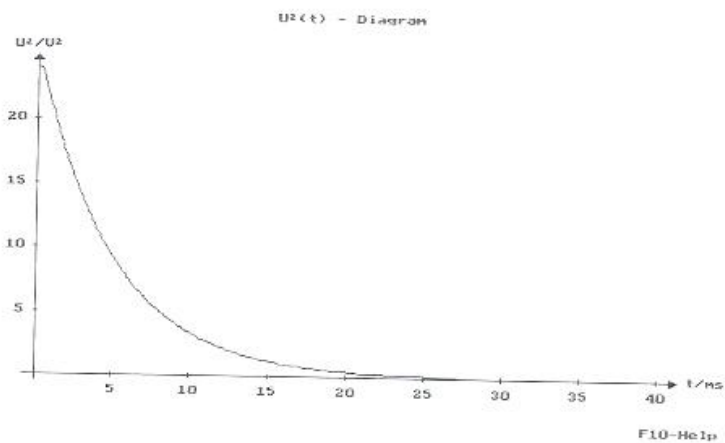


Figura 3: Gráfico de V_c^2 para a descarga

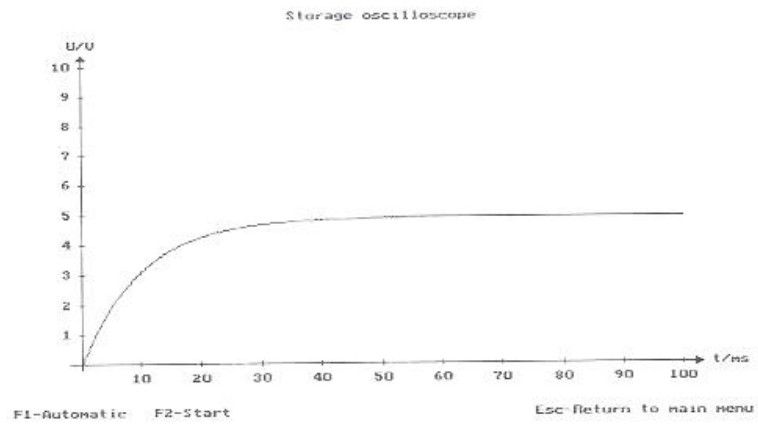


Figura 4: Carga do condensador

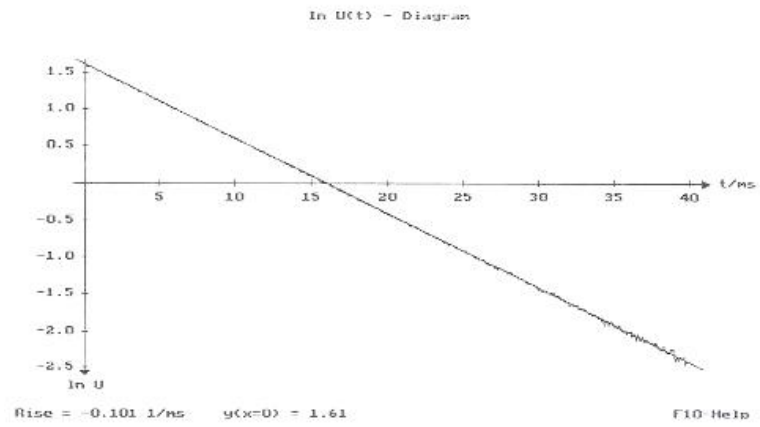


Figura 5: Linearização da carga do condensador

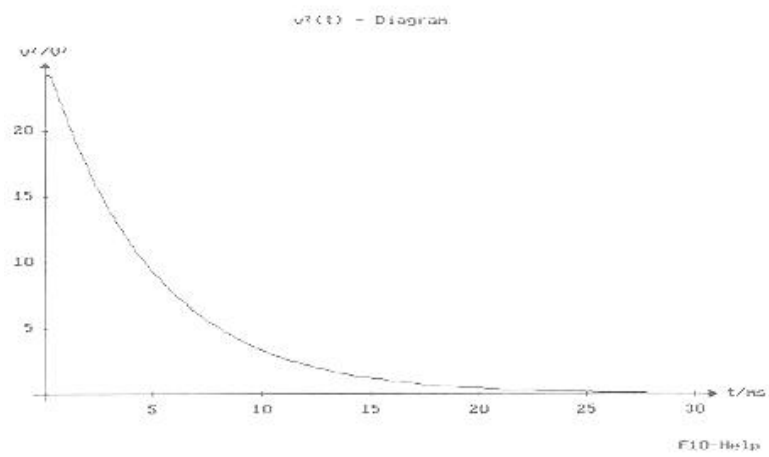


Figura 6: Gráfico de v^2 para carga

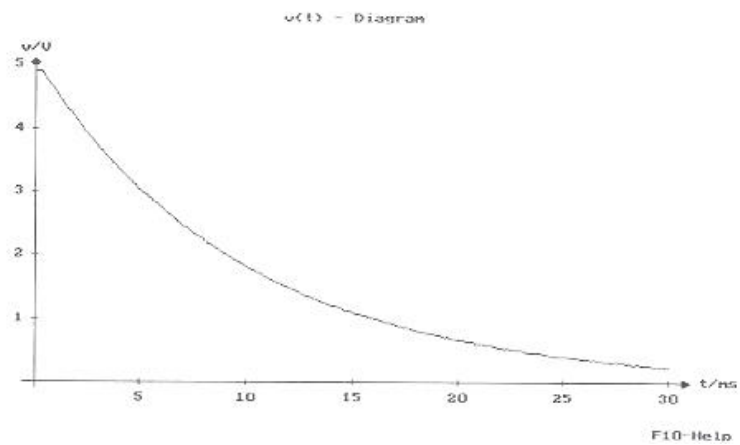


Figura 7: Gráfico de v para a carga

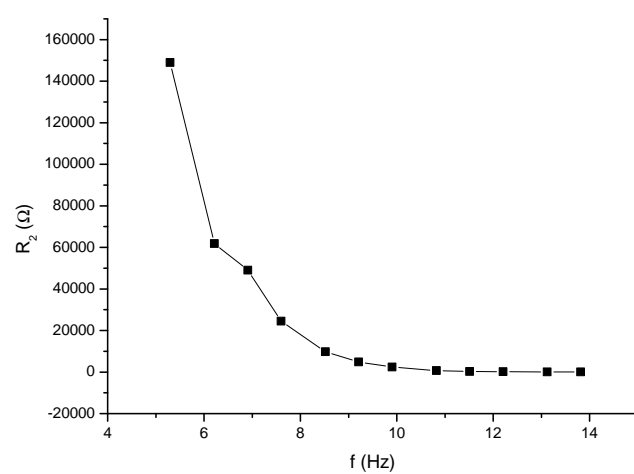


Figura 8: Resistência de perdas em função da frequência

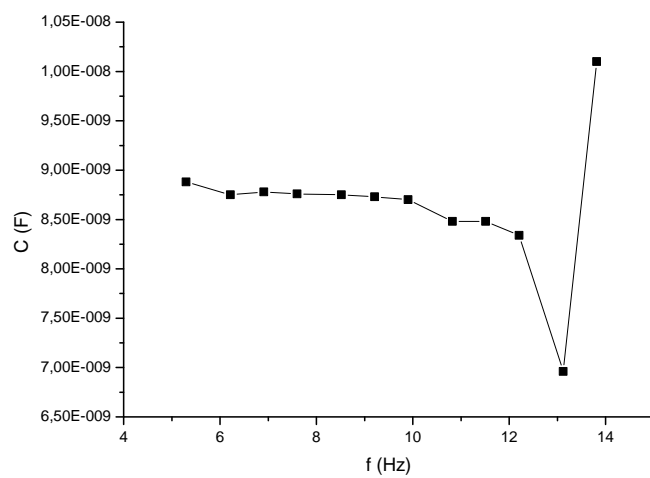


Figura 9: Capacidade em função da frequência

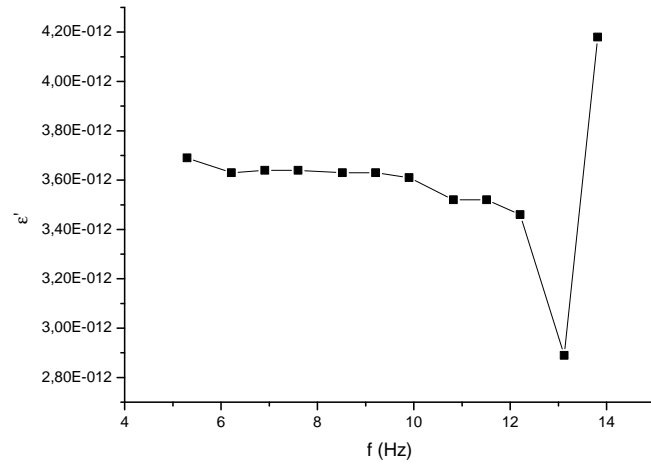


Figura 10: Componente real da constante dielétrica em função da frequência

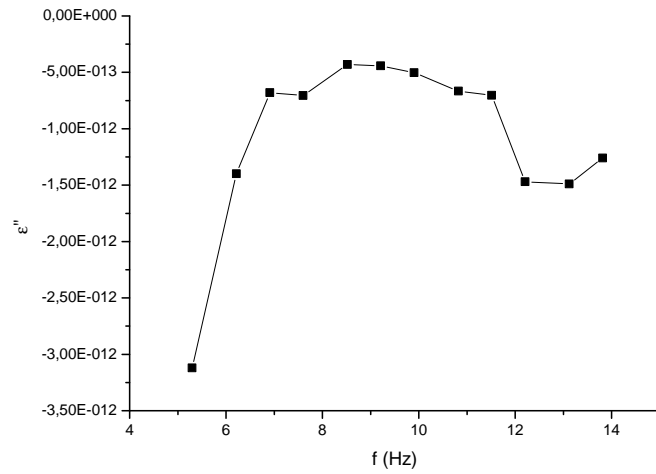


Figura 11: Componente imaginária da constante dielétrica em função da frequência

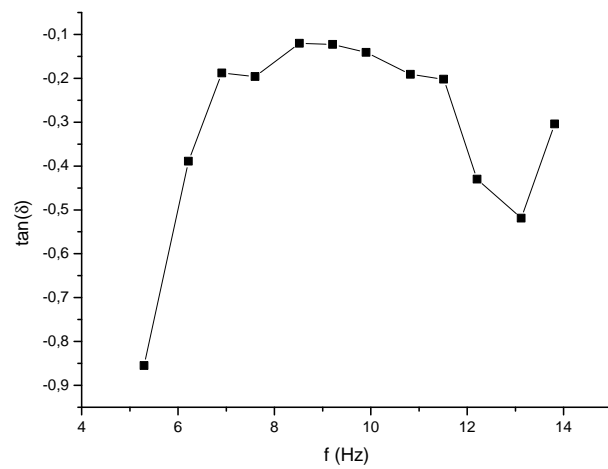


Figura 12: Factor de perdas em função da frequência

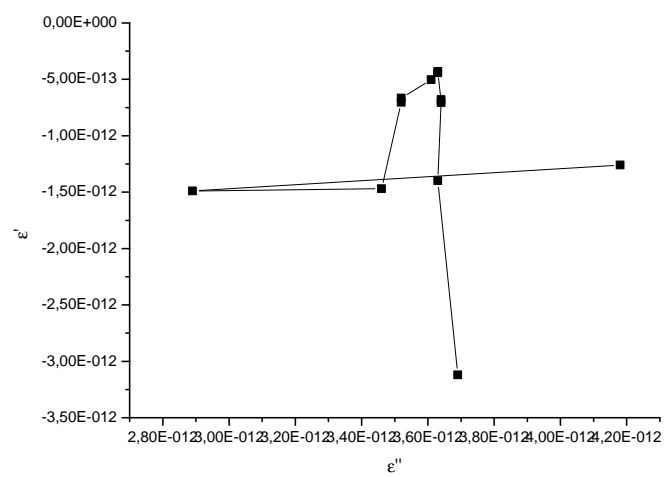


Figura 13: Diagrama de Cole-Cole