

Fórmulas de Fresnel

Laboratório de Complementos de Eletromagnetismo e Termodinâmica

MEFT 2013/2014

Débora Barreiros, 75693 — Pedro Cal, 75699 — Tiago Costa, 75970 — Nuno Rosa, 76018

Instituto Superior Técnico — Turma de sexta-feira — Grupo I

15 de Maio de 2014

Resumo

O objetivo deste trabalho experimental foi a determinação experimental dos quocientes entre as potências refletida e incidente e a as potências transmitida e incidente na superfície de separação de dois meios transparentes e homogêneos, para uma radiação monocromática no domínio do visível, para uma polarização perpendicular e paralela do feixe. Pode verificar-se que as fórmulas de Fresnel prevêm bem o comportamento do feixe refletido, mas em relação ao feixe transmitido, prevêm valores superiores de transmitância. O índice de refração obtido para o semi-cilindro de polímero foi de 1.39 ± 0.02 para o comprimento de onda do feixe laser 632.8 nm.

1. INTRODUÇÃO TEÓRICA

Com este trabalho experimental pretendemos estudar a transmitância (fracção da potência fornecida que é refractada para o novo meio na superfície de separação) e reflectância (fracção da potência fornecida que é reflectida para o mesmo meio de propagação na superfície de separação) entre dois meios transparentes, homogêneos, isotrópicos e não condutores e verificar como este valor se altera por modificação do ângulo de incidência.

Desta feita para se entender plenamente a experiência realizada é importante realçar que estamos perante um laser que emite na zona do visível neste caso na zona do vermelho sendo o seu comprimento de onda dado por 632.8 nm. De salientar que todos os resultados obtidos e todas as relações encontradas dizem respeito a um comprimento de onda neste intervalo. Uma vez que se trata de uma onda electromagnética, sabemos que possui dois campos em fase, um campo eléctrico e um campo magnético ortogonais entre si e à direcção de propagação. É precisamente este efeito que permite obter diferentes efeitos na reflexão e refração do feixe (ângulo de Brewster e ângulo de Reflexão Total) quando o feixe é sujeito a polarização distinta. De facto quando sujeito a polarização horizontal, analisamos apenas os efeitos respeitantes ao campo magnético enquanto que a polarização vertical observamos apenas o campo eléctrico.

Tal como foi referido anteriormente para estudarmos a variação dos valores da refractância e da condutância podemos analisar as equações de Fresnel. Estas equações têm na sua base as Equações de Maxwell e a Lei de Snell-Descartes.

Sabemos ainda que as soluções das fórmulas de Fresnel degeneradas são do tipo vector de onda \vec{k} cujo módulo é dado por $|\vec{k}| = \frac{\omega}{v}$, em que $\omega = 2\pi f$. Sabendo que o índice de refração é dado por $n = \frac{c}{v}$ sabemos que $k = n \frac{\omega}{c}$.

Tomando estas considerações assim como as Leis de Maxwell e a Lei de Snell é então possível chegar aos valores da reflectância e da transmitância para as duas polarizações escolhidas. De acordo com a face que é exposta temos diferentes expressões a considerar. Para o alinhamento em que o feixe vem do meio mais refringente temos:

$$R = T_{ar-polimero}(0) \times R_{polimero-ar}(\theta_i) \times T_{polimero-ar}(0) \quad (1.1)$$

$$T = T_{ar-polimero}(0) \times T_{polimero-ar}(\theta_i) \quad (1.2)$$

Para o alinhamento em que o feixe vem do meio menos refringente, temos:

$$R = R_{ar-polimero}(\theta_i) \quad (1.3)$$

$$T = T_{ar-polimero}(\theta_i) \times T_{polimero-ar}(0) \quad (1.4)$$

Por forma a obter os valores reais da reflectância e da transmitância temos que saber a expressão a utilizar para R e T nas expressões indicadas anteriormente. Temos então para a polarização perpendicular:

$$R_{1-2} = \left(\frac{n_1 \cos(\theta_i) - n_2 \cos(\theta_t)}{n_1 \cos(\theta_i) + n_2 \cos(\theta_t)} \right)^2 \quad (1.5)$$

$$T_{1-2} = \frac{n_2 \cos(\theta_t)}{n_1 \cos(\theta_i)} \left(\frac{2n_1 \cos(\theta_i)}{n_1 \cos(\theta_i) + n_2 \cos(\theta_t)} \right)^2 \quad (1.6)$$

Para a polarização paralela:

$$R_{1-2} = \left(\frac{n_2 \cos(\theta_i) - n_1 \cos(\theta_t)}{n_2 \cos(\theta_i) + n_1 \cos(\theta_t)} \right)^2 \quad (1.7)$$

$$T_{1-2} = \frac{n_2 \cos(\theta_t)}{n_1 \cos(\theta_i)} \left(\frac{2n_1 \cos(\theta_i)}{n_2 \cos(\theta_i) + n_1 \cos(\theta_t)} \right)^2 \quad (1.8)$$

Em que n_1 e n_2 são os índices de refração dos diferentes meios e θ_t é o ângulo de refração.

Substituindo correctamente as expressões de R_{1-2} e T_{1-2} nas primeiras expressões obtemos os valores de $\frac{P_r}{P_i}$ e $\frac{P_t}{P_i}$ para as diferentes polarizações e faces.

Existem ainda dois ângulos especiais que podem ser estudados, e que surgem nos dois tipos de polarização distintos. Deste modo podemos falar do ângulo de Brewster que aparece na polarização paralela e no qual existe uma refração perfeita, isto é não existe reflexão.

Este ângulo é dado por:

$$\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (1.9)$$

Daqui sai que o índice de refração relativo do meio 2 isto é o polímero pode ser escrito em função do índice de refração do ar, neste caso 1 e do ângulo de Brewster:

$$n_2 = \frac{1}{\tan(\theta_B)} \quad (1.10)$$

Já o ângulo de reflexão total é então dado por:

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (1.11)$$

Logo temos que o índice de refração do prisma é:

$$n_2 = \frac{1}{\sin(\theta_c)} \quad (1.12)$$

2. MONTAGEM DA EXPERIÊNCIA [1]

Para se efetuar a recolha de resultados procede-se à montagem sugerida no guia da experiência providenciado pelo professor. Para tal, é necessário um goniómetro, um laser de hélio-néon que produz um feixe com comprimento de

onda $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, um polarizador, um semi-cilindro de um polímero transparente e um detector de radiação visível.

A atividade laboratorial consiste em duas situações principais. Uma em que a face curva do polímero se encontra virada para o laser, alinhamento A, e a outra em que a face plana se encontra virada para o laser, alinhamento B. Para cada uma das situações, para um dado ângulo do feixe incidente, procede-se à determinação do ângulo do feixe transmitido e com o detector, procede-se à recolha dos valores de intensidade proporcionais aos valores de potência do feixe transmitido e do feixe refletido. Isto também para duas polarizações distintas, paralela e perpendicular ao plano dos feixes. Quando em polarização paralela procede-se à determinação do ângulo de Brewster. Quando em polarização perpendicular procede-se à determinação do ângulo de reflexão total.

Na figura 1 encontra-se esquematizada a montagem para o alinhamento A.

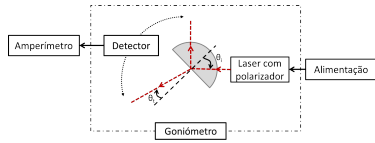


Figura 1: Montagem experimental para polímero no alinhamento A.

Na figura 1 encontra-se esquematizada a montagem para o alinhamento B.

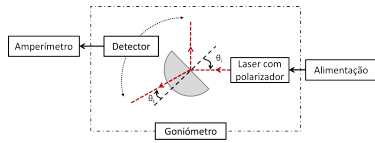


Figura 2: Montagem experimental para polímero no alinhamento B.

No final das medições, retira-se o semi-cilindro de polímero e faz-se incidir diretamente o feixe de laser diretamente no detector e recolhe-se o resultado.

3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para cada superfície de separação (polímero-ar e ar-polímero) e para cada polarização do feixe laser foram obtidos os quocientes entre a potência transmitida e a potência incidente, $\frac{P_t}{P_i}$, e ainda entre a potência refletida e a potência incidente, $\frac{P_r}{P_i}$. Para cada uma dessas situações foi representado o gráfico da transmitância e da refletância em função do ângulo incidente do feixe, e foram também traçadas as respectivas curvas teóricas dadas pelas fórmulas de *Fresnel*.

3.1. Polarização Paralela

1. Alinhamento A

Neste alinhamento a luz vai do meio mais refringente (polímero) para o meio menos refringente (ar). O gráfico obtido para a transmitância e a refletância do feixe nessa superfície em função do ângulo incidente, θ_i , está na figura 3.

Procedeu-se ainda à elaboração do gráfico da figura 4 que mostra a evolução da soma dos quocientes $\frac{P_r}{P_i}$ e $\frac{P_t}{P_i}$ à medida que o ângulo incidente aumenta. Verifica-se que a soma nunca ultrapassa o valor teórico.

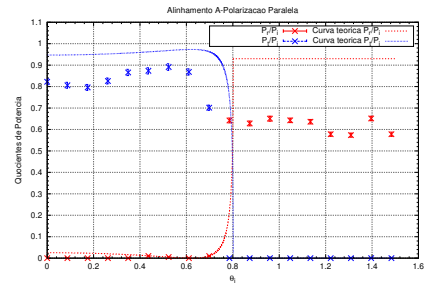


Figura 3: Plot dos pontos experimentais para a transmitância e refletância e as respectivas curvas teóricas, para o alinhamento A.

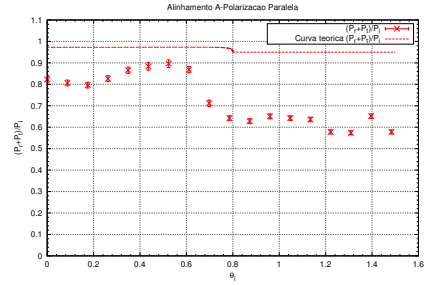


Figura 4: Plot dos pontos experimentais para a soma da transmitância e refletância e a respetiva curva teórica, para o alinhamento A.

Verificou-se ainda a existência de um ângulo de Brewster de $0.634 \pm 0.009 \text{ rad}$ que nos permitiu calcular um índice de refração de 1.36 ± 0.02 para o polímero.

2. Alinhamento B

Neste alinhamento a luz vai do meio menos refringente (ar) para o meio mais refringente (polímero). O gráfico obtido para a transmitância e a refletância do feixe nessa superfície em função do ângulo incidente, θ_i , está na figura 5.

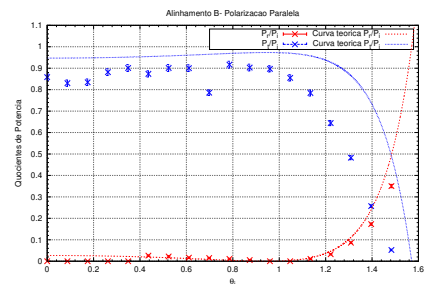


Figura 5: Plot dos pontos experimentais para a transmitância e refletância e as respectivas curvas teóricas, para o alinhamento B.

Procedeu-se ainda à elaboração do gráfico da figura 6 que mostra a evolução da soma dos quocientes $\frac{P_r}{P_i}$ e $\frac{P_t}{P_i}$ à medida que o ângulo incidente aumenta. Verifica-se que a soma nunca ultrapassa o valor teórico.

Verificou-se ainda a existência de um ângulo de Brewster de $1.004 \pm 0.009 \text{ rad}$ que nos permitiu calcular um índice de refração de 1.57 ± 0.03 para o polímero.

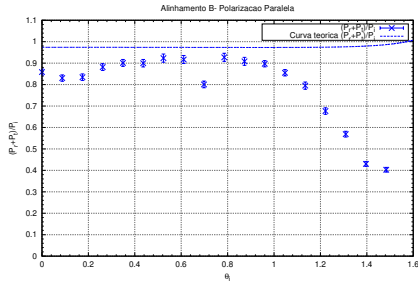


Figura 6: Plot dos pontos experimentais para a soma da transmitância e refletância e a respetiva curva teórica, para o alinhamento B.

3.2. Polarização Perpendicular

1. Alinhamento A

Neste alinhamento a luz vai do meio mais refringente (polímero) para o meio menos refringente (ar). O gráfico obtido para a transmitância e a refletância do feixe nessa superfície em função do ângulo incidente, θ_i , está na figura 7.

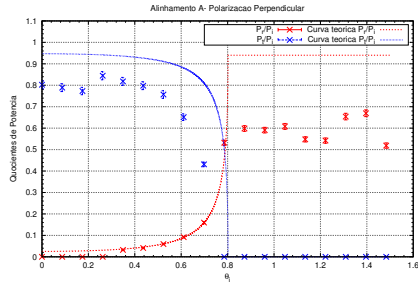


Figura 7: Plot dos pontos experimentais para a transmitância e refletância e as respetivas curvas teóricas, para o alinhamento A.

Procedeu-se ainda à elaboração do gráfico da figura 8 que mostra a evolução da soma dos quocientes $\frac{P_r}{P_i}$ e $\frac{P_t}{P_i}$ à medida que o ângulo incidente aumenta. Verifica-se que a soma nunca ultrapassa o valor teórico.

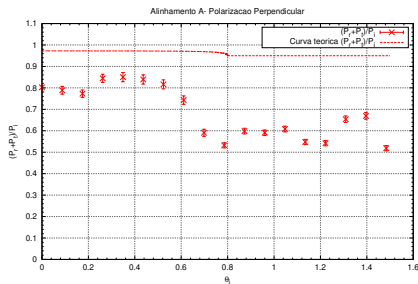


Figura 8: Plot dos pontos experimentais para a soma da transmitância e refletância e a respetiva curva teórica, para o alinhamento A.

Verificou-se ainda a existência de um ângulo de Reflexão Total de 0.780 ± 0.009 rad que nos permitiu calcular um índice de refração de 1.42 ± 0.01 para o polímero.

2. Alinhamento B

Neste alinhamento a luz vai do meio menos refringente (ar) para o meio mais refringente (polímero). O gráfico obtido

para a transmitância e a refletância do feixe nessa superfície em função do ângulo incidente, θ_i , está na figura 9.

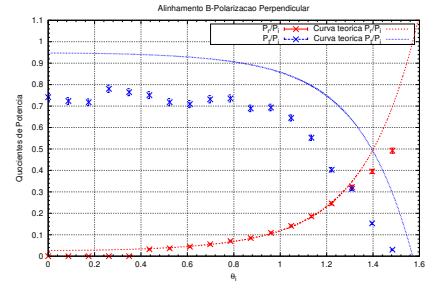


Figura 9: Plot dos pontos experimentais para a transmitância e refletância e as respetivas curvas teóricas, para o alinhamento B.

Procedeu-se ainda à elaboração do gráfico da figura 10 que mostra a evolução da soma dos quocientes $\frac{P_r}{P_i}$ e $\frac{P_t}{P_i}$ à medida que o ângulo incidente aumenta. Verifica-se que a soma nunca ultrapassa o valor teórico.

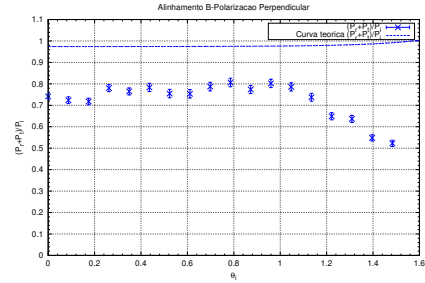


Figura 10: Plot dos pontos experimentais para a soma da transmitância e refletância e a respetiva curva teórica, para o alinhamento B.

Não se verifica ângulo de Reflexão Total neste ensaio experimental.

4. ANÁLISE, CRÍTICAS E CONCLUSÃO

Pelos resultados obtidos podemos chegar a algumas conclusões sobre os fenómenos ondulatórios que ocorreram ao longo da experiência nos diferentes ensaios. Analisar-se-ão cada uma das situações experimentadas em laboratório.

Em primeiro lugar, para a polarização paralela e para o alinhamento A, tendo em conta o gráfico obtido para os balanços das potências refletidas e transmitidas (figura 3), verifica-se que os pontos experimentais apresentam comportamento que se adequa à monotonia das curvas teóricas obtidas pelas Leis de *Fresnel*. Pode ver-se que quando os pontos associados à potência transmitida têm valores elevados, os valores associados à refletida são baixos. Por outro lado, para baixos valores de fração de radiação transmitida, verifica-se um aumento da fração de energia refletida.

Para a fração de radiação refletida que chega ao sensor, verificamos que até ao ângulo de Reflexão Total (quando deixa de haver transmissão) os pontos experimentais abrangem na perfeição a curva teórica. No entanto, durante a Reflexão Total, toda a energia é canalizada para a reflexão, por não haver refração, sendo de esperar que os pontos experimentais fossem constantes e de valores mais altos do que os obtidos. Olhando para os pontos experimentais obtidos para a reflexão do feixe, verificamos que para essa zona, existem algumas flutuações dos pontos, provenientes do polimento não uniforme da superfície do semi cilindro. A razão pela qual esses pontos se

encontram abaixo da curva teórica é a de que existem perdas associadas ao feixe que é recebido pelo sensor. De facto, existem mais reflexões que as contabilizadas no cálculo - a reflexão do feixe incidente vindo do ar com a face curva do cilindro e a reflexão do feixe vindo do polímero nessa mesma face estão contabilizadas na forma como a curva teórica foi calculada - e que eram visíveis durante a execução da experiência (resultantes da difusão dessas mesmas reflexões). O próprio facto de se conseguir ver o feixe no interior do semi cilindro é um indicador de que existia difusão vertical do mesmo.

Verifica-se ainda que o ângulo de *Brewster* corresponde ao mínimo da curva dos pontos correspondentes à reflexão, como seria de esperar, e que coincide com o valor medido experimentalmente.

Quanto aos dados relativos à potência transmitida, verifica-se que os pontos estão abaixo da curva teórica, apesar de seguirem a sua monotonia. Mais uma vez, o facto de estarem abaixo da curva teórica significa que durante o percurso da luz, houve fenómenos de dispersão do feixe não captadas pelo sensor de intensidade, como a perda de energia do feixe para as reflexões adicionais já mencionadas para este alinhamento. Verifica-se que após o ângulo de reflexão total, a transmissão do feixe passa a ser nula.

Pelo gráfico da figura 4 é possível verificar que a soma dos quocientes $\frac{P_r}{P_i}$ e $\frac{P_t}{P_i}$ é sempre inferior ao valor esperado, devido às perdas energéticas da luz no seu percurso e ao facto de o semi cilindro não ser uniforme.

Relativamente ao alinhamento B, para a polarização paralela, podemos ver pelo gráfico da figura 5 os pontos experimentais seguem, mais uma vez, a monotonia da curva teórica. Podemos ainda verificar que à medida que a fração de radiação que é transmitida diminui, a fração de radiação refletida aumenta, o que surge uma manutenção da energia total associada aos fenómenos ondulatórios ensaiados.

Relativamente aos pontos associados à reflexão do feixe podemos verificar, que de uma forma geral são abrangidos pela curva teórica. Para ângulos de incidência maiores, nota-se um ligeiro desvio dos pontos relativamente à curva teórica. Como o feixe tem de percorrer uma maior porção de material polimérico, sujeita-se a mais perdas resultantes da absorção da radiação pelo meio, e da própria difusão da luz no seu interior, o que faz com que os pontos estejam um pouco abaixo da curva teórica. Verifica-se mais uma vez que o mínimo da curva associada à fração da radiação refletida corresponde ao ângulo de *Brewster* verificado experimentalmente. De notar que para este alinhamento não existe fenómeno de reflexão total uma vez que o meio para onde o feixe incidente é refratado tem um maior índice de refração que o ar.

Por outro lado, os pontos associados à transmissão do feixe laser encontram-se um pouco abaixo da curva teórica, apesar de seguirem a sua monotonia. Isto fica claramente justificado pelas perdas energéticas associadas ao percurso da luz dentro do cilindro e à difusão do feixe aquando das refrações em causa. Para além disto, verificou-se ainda que para valores de ângulo incidente maiores, o feixe refratado mostrava-se bastante disperso, pelo que só uma parte da sua intensidade foi captada pelo sensor, levando ao registo por defeito da fração de radiação associada à transmissão.

A soma das frações de potência dos dois fenómenos está apresentada no gráfico 6. Verifica-se que a soma fica sempre abaixo da curva teórica, pelas perdas energéticas já referidas anteriormente. À medida que o ângulo incidente aumenta, é possível verificar que as perdas aumentam bastante devido essencialmente às perdas de energia associadas às refrações do

feixe entre os meios considerados.

Para a polarização perpendicular e para o alinhamento A, verificamos que o comportamento dos pontos experimentais do gráfico 7 é parecido aos da polarização paralela. A única diferença encontra-se na ausência de um ângulo de *Brewster* para a reflexão. Como tal, até ao ângulo de reflexão total, a fração de radiação é sempre crescente e adequa-se na perfeição à curva teórica. Durante a reflexão total, em que não há transmissão do feixe, os pontos experimentais voltam a ser muito instáveis devido à heterogeneidade do material do cilindro. Por outro lado, esses pontos encontram-se abaixo da curva teórica pelas mesmas razões que as apresentadas para este mesmo alinhamento na polarização paralela.

Os pontos experimentais referentes à fração de radiação transmitida no semi cilindro, por sua vez, voltam a estar abaixo da curva teórica, antes da reflexão total. Isto acontece pelas razões já retratadas no mesmo alinhamento, mas para a polarização paralela.

A soma das frações energéticas volta a ser menor que a apresentada pela curva teórica devido às perdas associadas ao sistema, tal como se pode ver na figura 8.

Finalmente, para o alinhamento B de polarização perpendicular, pelo gráfico da figura 9, foi possível verificar que mais uma vez, os pontos experimentais para a reflexão têm uma tendência crescente enquanto que os pontos para a transmissão têm uma tendência decrescente. Mais uma vez, tal como nos casos apresentados anteriormente, foi possível verificar que os pontos experimentais, estão abaixo da curva teórica devido a perdas verificadas durante os fenómenos ondulatórios. A soma das frações de radiação refletida e transmitida verifica-se abaixo da curva teórica por essas mesmas razões.

O índice de refração obtido para o material do semi cilindro, foi calculado através do ângulo de *Brewster* para a polarização paralela do alinhamento A e através do ângulo crítico da reflexão total para a polarização perpendicular para o alinhamento A. O valor obtido foi a média entre esses dois resultados e corresponde a 1.39 ± 0.02 , perfeitamente dentro do valor esperado para um índice de refração daquele material entre 1.3 e 1.5.

Note-se que o valor teórico da soma das frações $\frac{P_r}{P_i}$ e $\frac{P_t}{P_i}$ é, para todos os casos, inferior a 1, uma vez que as expressões consideram perdas de energia associadas ao percurso da luz. Dando um exemplo concreto, para o alinhamento A, para calcular a fração de radiação refletida, consideraram-se as transmissâncias do feixe do polímero para o ar e do ar para o polímero com um ângulo de 0° para além da refletância do polímero para o ar com um ângulo incidente. Por sua vez para calcular a fração de radiação transmitida, considera-se a transmissância ar-polímero a 0° para além da transmissância do polímero para o ar com o ângulo incidente. Estas considerações fazem com que o valor da soma das frações energéticas seja inferior a 1. Apesar de todas estas considerações, os pontos experimentais desta soma ainda se encontram abaixo da curva teórica, tal como visto anteriormente na análise de resultados pelas razões já referidas (heterogeneidade do meio e difusão do feixe).

Pode concluir-se então que os valores obtidos no geral foram aceitáveis, tendo em conta as limitações de perdas energéticas associadas à montagem. Para melhorar os resultados desta experiência sugere-se a introdução de um semi cilindro uniformemente polido na sua superfície e uniforme na sua composição. Para além disso, sugere-se ainda a utilização de um sensor com uma célula de receção do sinal maior, para que toda a radiação seja captada, mesmo para feixes mais dispersos.