

Estudo de um Condensador

Tiago Frederico, N°63422; Maria Vilelas, N°63438; Lúcia Carreira, N°63439

Nesta actividade experimental estudou-se um condensador. Na primeira parte estudaram-se os processos de carga e descarga do condensador onde se verificou com sucesso que no processo de descarga a energia armazenada no condensador é dissipada na resistência enquanto que no processo de carga a energia fornecida pela bateria é igualmente dividida pelo condensador e pela resistência. Na segunda parte observou-se o comportamento do condensador face à variação da frequência e determinou-se a sua permitividade, $\epsilon = 3.47 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$.

Introdução

Um condensador é um aparelho constituído por duas peças de material condutor, designadas por armaduras, separadas por um meio dieléctrico e às quais se aplica uma diferença de potencial V . Define-se por capacidade do condutor a quantidade de energia que este consegue armazenar:

$$C = \frac{q}{V}. \quad (1)$$

Na primeira parte desta actividade experimental vai-se estudar os processos de carga e descarga do condensador num circuito RC, e respectivos balanços energéticos, e determinar a constante de tempo do processo e a sua dependência dos parâmetros do circuito. A partir de (1) sabe-se que a carga armazenada no condensador vai ser $q = CU_C(t)$, $U_C(t)$ a tensão nos terminais do condensador em cada instante; pode-se então encontrar a corrente que passa pelo condensador:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C(t)}{dt}.$$

Para estudar a carga do condensador aplica-se uma bateria de força electromotriz com tensão contínua. Aplicando as Leis de Kirchhoff ao circuito encontra-se $\varepsilon^a = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C$ cuja solução para o presente caso é

$$U_C(t) = \varepsilon^a (1 - e^{-\frac{t}{RC}}). \quad (2)$$

de onde se obtém

$$\ln \varepsilon^a - \frac{t}{RC} = \ln(\varepsilon^a - U_C(t)). \quad (3)$$

Observa-se então que o decaimento temporal do logaritmo de tensão U_C é linear e o declive é dado por $-\frac{1}{RC}$.

No que diz respeito ao balanço energético, a energia cedida pela bateria durante o processo de carga é dada por

$$W_e = \int_0^\infty \varepsilon^a I dt = \varepsilon^{a^2} C. \quad (4)$$

Tem-se que a energia dissipada na resistência é dada por

$$W_R = \int_0^\infty RI^2 dt = \frac{1}{2} \varepsilon^{a^2} C \quad (5)$$

enquanto que a energia armazenada no condensador é

$$W_C = \frac{1}{2} CU_C^2 = \frac{1}{2} \varepsilon^{a^2} C. \quad (6)$$

Observa-se que $W_e = W_R + W_C$, isto é, a energia fornecida pela bateria divide-se igualmente pela resistência e pelo condensador.

Relativamente à descarga do condensador, a fonte de tensão é retirada do circuito. Ao aplicar-se as Leis de Kirchhoff ao novo circuito obtém-se $RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$ cuja solução é dada por

$$U_C(t) = U_{C_0} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7)$$

de onde se obtém, ao fazer a linearização,

$$\ln U_C(t) = \ln U_{C_0} - \frac{t}{RC} \quad (8)$$

onde o decaimento temporal de $\ln U_C(t)$ é novamente linear e cuja recta terá novamente declive igual a $-\frac{1}{RC}$

No que diz respeito aos balanços energéticos, a energia acumulada no condensador W_C será dissipada na resistência durante o processo de descarga. Tem-se então

$$W_C(t=0) = \frac{1}{2} CU_{C_0}^2 \quad (9)$$

onde U_{C_0} é a tensão do condensador no instante em que se retira a fonte de tensão e

$$W_R = \int_0^\infty RI^2 dt = \frac{1}{2} CU_{C_0}^2. \quad (10)$$

Conclui-se que a energia armazenada no condensador é dissipada pela resistência e que

$$W_C = W_R \Leftrightarrow W_C - W_R = 0$$

Na última parte desta actividade vai-se determinar a constante dieléctrica para um material homogéneo isotrópico não linear e a sua variação com a frequência.

Um condensador plano é composto por duas placas condutoras paralelas de área S colocadas a uma distância d uma da outra. No caso em que o espaço entre as placas é composto por vácuo, vai existir um campo eléctrico uniforme dado por $E^e = \frac{Q}{S\epsilon_0}$. Pode-se então encontrar a capacidade do condensador

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}.$$

Se o espaço entre as placas estiver preenchido por um material dieléctrico que não o vácuo, sabe-se que $\epsilon = \epsilon_0(1 - \chi_e)$.

Pode-se assim encontrar uma equação diferencial que descreve o movimento dos electrões na rede do material através da equação de Newton (esta análise é abusiva uma vez que existe a Mecânica Quântica):

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{q_e}{m}E_i$$

onde E_i é o campo local do electrão. A solução estacionária desta equação é $x = \frac{q_e E_i}{m\omega_0^2}$, ($\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ é a frequência própria do sistema) de onde se pode obter o vector polarização do material:

$$P = Np = Nq_e x = N \frac{q_e^2 E_i}{m\omega_0^2} = N\alpha E_i = \epsilon_0 \chi_e E$$

onde α é a polarizabilidade molecular.

Para sistemas densos, tem-se $E_i = E + \frac{P}{3\epsilon_0}$ de onde se pode obter a equação de Clausius-Mossoti:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}}$$

no caso estacionário.

No caso de um campo variável no tempo, a última expressão passa a depender da frequência devido às frequências de ressonância dos electrões na rede cristalina:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + \frac{N\alpha(\omega)}{1 - \frac{N\alpha(\omega)}{3\epsilon_0}}. \quad (11)$$

O facto de ϵ variar com a frequência significa que há transferência de energia do campo para o meio, que está relacionado com a parte imaginária de ϵ . Obtém-se então $\epsilon = \epsilon_R - j\epsilon_I$ de onde se obtém uma nova expressão para a capacidade:

$$C = \epsilon \frac{S}{d} = \frac{S}{d}(\epsilon_R - j\epsilon_I) = C_R - jC_I$$

onde a parte imaginária está relacionada com as perdas do condensador. Isto significa que os efeitos resistivos no condensador não podem ser desprezados, considera-se então R_{eq} , a resistência interna do condensador. Então, partindo de $i = \frac{dQ}{dt}$ obtém-se

$$\bar{I} = j\omega C_R \bar{V} + \omega C_I \bar{V} = \frac{\bar{V}}{R_{eq}} + j\omega C \bar{V}$$

e portanto

$$|\frac{\bar{I}}{\bar{V}}| = \sqrt{\frac{1}{R_{eq}^2} + \omega^2 C^2} = \frac{I_{ef}}{V_{ef}}.$$

Finalmente, para determinar $\epsilon(\omega) = \epsilon_R - j\epsilon_I$ tem-se em conta que a corrente fornecida ao condensador é dada por $i = \frac{V_2}{R_{eq}} + C \frac{dV_2}{dt}$, onde V_2 é a tensão que passa pela resistência interna do condensador e de onde se pode obter

$$|\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}| = \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{(\frac{R}{R_{eq}} + 1)^2 + \omega^2 C^2 R_1^2} = \frac{V_{1ef}}{V_{2ef}}.$$

Trabalhando com os valores médios das tensões encontra-se $R_{eq} = R_1 \frac{\langle V_2^2 \rangle}{\langle V_1 V_2 \rangle - \langle V_2^2 \rangle}$ sendo possível encontrar uma expressão para a capacidade

$$C = \frac{1}{\omega R_1} \frac{\sqrt{V_1^2 V_2^2 - \langle V_1 V_2 \rangle^2}}{V_2^2}. \quad (12)$$

Pode-se finalmente, encontrar

$$\epsilon_R = \frac{d}{S} C_R = \frac{d}{S} C, \epsilon_I = -\frac{d}{S} C_I = -\frac{d}{S} \frac{1}{\omega R_{eq}}, \quad (13)$$

as componentes real e imaginária da constante dielétrica do material, respectivamente.

Experiência Realizada

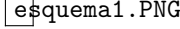


Figura A. Montagem utilizada para a carga (b) e para a descarga (a) do condensador.

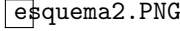


Figura B. Montagem utilizada para a determinação da constante dielétrica de um condensador plano.

Para o estudo da descarga do condensador monta-se o circuito (a) da figura A e com $C=1\mu F$ e $R=10k\Omega$. Liga-se a fonte de tensão contínua e ajusta-se a tensão com o voltímetro para cerca de 9V. Utilizando o programa "c:\cassy\measure\lx" disponível no computador começa-se a recolha de dados. Obtendo-se um gráfico da tensão em função do tempo, $U_c(t)$, é necessário alterar a representação para $\ln(U_c)$ sendo necessário que o decaimento temporal do logaritmo seja linear. Dever-se-á executar uma regressão linear dos dados, obter o declive da recta e registar o gráfico obtido. Alterando de novo a representação, agora para U_c^2 , calcula-se o integral entre $t=0$ e $t=\infty$. pode-se então comparar o valor da energia armazenada no condensador no início do processo de descarga com a energia dissipada na resistência durante o mesmo processo. Repetir para $R=20k\Omega$, $30k\Omega$, $40k\Omega$ e $50k\Omega$.

Para o estudo da carga do condensador deve-se montar o circuito (b) da figura A com os mesmos valores de R e C utilizados para o processo de descarga. Ligando-se a fonte com o mesmo valor de tensão e utilizando o mesmo programa do caso anterior, deve-se fazer uma medição destinada a determinar o valor final de tensão U_c depois de completado o processo de carga do condensador ($U_c(t=\infty)$). De seguida altera-se a escala a escala vertical para representar $\ln(U_c(t=\infty) - U_c(t))$, obtendo-se assim uma dependência linear com o tempo. Executa-se uma regressão linear e mede-se o declive. Compara-se então com o valor obtido no processo de descarga para os mesmos valores de R e C . Repetir para $R=20k\Omega$, $30k\Omega$, $40k\Omega$ e $50k\Omega$.

Para o estudo do condensador plano, deve-se montar o circuito da figura B onde R_1 é uma resistência variável de 0 a $1.11M\Omega$ e C o condensador de placas paralelas com um dielétrico constituído por um polímero de espessura d no interior. Liga-se o osciloscópio e o gerador de modo a que o último forneça uma tensão alternada sinusoidal de frequência $f=200Hz$ e amplitude máxima de $U=1V$. Ajusta-se o valor de R_1 de modo a que a amplitude máxima de U_c seja 0.5V. Regista-se num ficheiro com nome "dados.dat" a variação temporal de U e U_c , o valor de R_1 utilizando um multímetro digital e calculam-se os valores de C e R_2 utilizando os valores eficazes de U , U_c e $\langle UU_c \rangle$ que correm na

janela Cygwin. Repetir para $f=500\text{Hz}$, 1kHz , 2kHz , 5kHz , 10kHz , 20kHz , 50kHz , 100kHz , 200kHz , 500kHz , 1MHz , 2MHz e 5MHz .

$$d=22\mu\text{m}, S=5.3 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

Resultados Obtidos

I. DESCARGA DO CONDENSADOR

$C=1\mu\text{F}$

R ($k\Omega$)	10	20	30	40	50
$-1/\tau_{exp}(ms^{-1})$	-0.102	-0.052	-0.035	-0.037	-0.022
τ_{exp} (ms)	9.8	19.2	28.4	37.2	45.7
τ_{teo} (ms)	10	20	30	40	50
U_0 (V)	4.90	4.81	4.71	4.63	4.54
$\int_0^\infty U_C^2 (V^2ms)$	125.0	225.3	302.4	356.6	393.8

Tabela 1. Dados obtidos para a descarga do condensador.

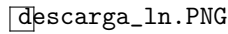


Figura 1. Gráfico obtido para o logaritmo da frequência em função do tempo.

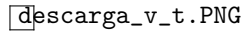


Figura 2. Gráfico obtido para a tensão em função do tempo.

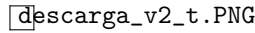


Figura 3. Gráfico obtido para o quadrado da tensão em função do tempo.

II. CARGA DO CONDENSADOR

$$C=1\mu\text{F}$$

R ($k\Omega$)	10	20	30	40	50
$-1/\tau_{exp}(ms^{-1})$	-0.099	-0.052	-0.035	-0.027	-0.021
τ_{exp} (ms)	10.1	19.2	28.9	37.5	46.7
τ_{teo} (ms)	10	20	30	40	50
U_∞ (V)	4.91	4.81	4.72	4.63	4.55
$\int_0^\infty U_C^2 (V^2ms)$	126	227	306	389	464
$\int_0^\infty U_C (Vms)$	49.2	86.9	131.0	168.6	205.0

Tabela 2. Dados obtidos para a carga do condensador.

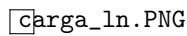


Figura 4. Gráfico obtido para o logaritmo da frequência em função do tempo.

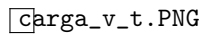


Figura 5. Gráfico obtido para a tensão em função do tempo.

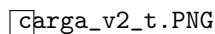


Figura 6. Gráfico obtido para o quadrado da tensão em função do tempo.

III. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DIELÉCTRICA

f (kHz)	R_1 (Ω)	V_{1ef} (V)	V_{2ef} (V)	$< V_1 V_2 >$ (V)
0.2	149.3×10^3	7.08	3.51	14.12
0.5	62.1×10^3	7.09	3.50	13.11
1	30.6×10^3	7.09	3.56	13.19
2	15.7×10^3	7.08	3.57	12.07
5	8380	7.06	3.04	11.81
10	3086	7.0	3.53	12.70
20	1596	6.9	3.41	11.86
50	655	6.7	3.25	10.78
100	330	6.3	3.13	10.67
200	198	5.7	2.64	7.60
500	84.9	4.2	2.15	4.82
1000	26.1	2.6	1.44	2.13

Tabela 3. Dados obtidos para a determinação da constante dielétrica.

Análise dos Resultados

I. DESCARGA DO CONDENSADOR

A partir dos resultados da Tabela 1 obteve-se o seguinte gráfico:

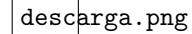


Gráfico 1. τ em função de R para a descarga do condensador.

A partir do declive da recta pode-se encontrar directamente o valor da capacidade do condensador utilizado:

$$C = 0.897 \pm 0.01\mu\text{F}.$$

Este valor encontra-se bastante do valor teórico, $C = 1\mu\text{F}$, uma vez que tem apenas um valor aproximadamente de 10% de desvio à exactidão.

R ($k\Omega$)	R_v (M Ω)	W_C (J)	W_R (J)	$W_C - W_R$ (J)
10	0.49	1.20×10^{-5}	1.25×10^{-5}	-0.5×10^{-6}
20	0.51	1.16×10^{-5}	1.13×10^{-5}	0.3×10^{-6}
30	0.49	1.11×10^{-5}	1.01×10^{-5}	1.0×10^{-6}
40	0.50	1.07×10^{-5}	0.89×10^{-5}	1.8×10^{-6}
50	0.49	1.03×10^{-5}	0.79×10^{-5}	2.4×10^{-6}

Tabela IA. Valores encontrados para os diferentes balanços energéticos e da resistência interna do voltímetro utilizando os valores da tabela 1.

Relativamente ao balanço energético observa-se que a diferença das energias do condensador e da dissipada na resistência é em quase todos os casos positivo e uma ordem de grandeza inferior aos valores das energias. A diferença entre as duas energias não é nula uma vez que existem perdas pelo circuito: os fios não têm uma resistência nula e o sistema de aquisição de dados não tem uma resistência infinita. É por isso de esperar que a diferença entre as duas energias seja positiva, caso contrário seria fornecida energia ao sistema o que viola o princípio da conservação da energia. Contudo, verifica-se que para $10k\Omega$ o valor da diferença das energia dá negativo, o que viola o princípio da conservação da energia.

No que respeita à resistência interna do voltímetro observa-se que o seu valor anda por volta de $0.5M\Omega$ o que está muito longe da desejada resistência infinita. Verifica-se também que a diferença entre as duas energias aumenta com o aumento de R . Uma vez que a resistência interna do voltímetro e a resistência variável estão colocadas em paralelo, vai existir uma resistência equivalente, $R_{eq} = \frac{R_v R}{R_v + R}$, que é significativamente mais resistiva para valores de R mais baixos, ou seja, $\frac{R_{eq}}{R(10k\Omega)} = 0.98$ enquanto que $\frac{R_{eq}}{R(50k\Omega)} = 0.91$. Isto justifica o aumento das energias com o aumento de R . Tem-se então $W_C - W_R \propto R$.

Concluindo com τ , os valores encontrados experimentalmente são bastante satisfatórios uma vez que se encontram muito próximos dos valores teóricos. O facto de os valores experimentais justifica-se tendo em conta que o valor real do condensador é ligeiramente inferior a $1\mu F$. Observa-se também que a diferença entre τ_{teo} e τ_{exp} aumenta com o aumento da frequência, tal acontece devido à resistência interna do voltímetro.

II. CARGA DO CONDENSADOR

Observando-se os resultados da Tabela 2 obtém-se o seguinte gráfico:

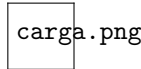


Gráfico 2. τ em função de R para a carga do condensador. Como no caso anterior, é possível encontrar a capacidade do condensador utilizando observando o declive da recta do gráfico 2.

$$C = 0.915 \pm 0.009\mu F.$$

Este valor, tal como no caso anterior, encontra-se próximo do valor teórico, tendo um desvio à exactidão de aproximadamente 10%.

R (kΩ)	10	20	30	40	50
R_v (MΩ)	0.55	0.51	0.51	0.50	0.51
W_C (J)	1.21×10^{-5}	1.16×10^{-5}	1.11×10^{-5}	1.07×10^{-5}	1.04×10^{-5}
W_R (J)	1.26×10^{-5}	1.14×10^{-5}	1.02×10^{-5}	0.97×10^{-5}	0.93×10^{-5}
W_E (J)	2.46×10^{-5}	2.17×10^{-5}	2.18×10^{-5}	2.11×10^{-5}	2.05×10^{-5}

Tabela IIA. Valores encontrados para os diferentes balanços energéticos e da resistência interna do voltímetro utilizando os valores da tabela 2.

R (kΩ)	$W_E - W_R - W_C$ (J)
10	-5.41×10^{-8}
20	-1.19×10^{-6}
30	4.94×10^{-7}
40	6.32×10^{-7}
50	8.69×10^{-7}

Tabela IIB. Balanço energético para os diferentes valores de R .

Para os balanços energéticos, a diferença entre a energia fornecida pela bateria e a soma das energias do condensador e da resistência é, na maioria dos casos, duas ordens de grandeza inferior às energias individuais. O facto de a diferença não ser nula está ligado, tal como no processo de descarga do condensador, ao facto de existirem perdas no

circuito sendo por isso esperado que a diferença seja sempre positiva. Observa-se que para $10k\Omega$ e para $20k\Omega$ isso não se verifica, ou seja, a diferença entre as energias é negativa o que viola o princípio da conservação da energia. Apesar disso, observa-se que $W_C \simeq W_R$ o que comprova que a energia fornecida pela bateria é dividida igualmente entre a bateria e o condensador.

Para a resistência interna do voltímetro, o valor encontrado foi tal como no caso anterior próximo de $0.5M\Omega$ e para τ , os valores encontrados encontram-se muito próximos dos valores teóricos e dos encontrados para a descarga do condensador, como seria de esperar.

III. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DIELECTRICA

No que diz respeito à variação da resistência interna do condensador com a frequência observa-se a partir do gráfico 3 que a resistência é inversamente proporcional à frequência.

req_lnF.PNG

Gráfico 3. R_{eq} em função do logaritmo da frequência. Verifica-se que o condensador funciona melhor para baixas frequências do que para elevadas: $\omega \Rightarrow 0 \rightarrow R_{eq} \Rightarrow \infty$. Isto significa que para frequências cada vez mais elevadas o condensador começa a ter um comportamento cada vez mais resistivo, fazendo assim com que as perdas no condensador aumentem.

Relativamente à capacidade do condensador, o valor médio encontrado foi $C = 8.35 \times 10^{-9}F$ (utilizando os valores da tabela 3 e a expressão (12)).

Ctotal_lnF.PNG

Gráfico 4. Capacidade do condensador em função do logaritmo da frequência.

Ao observar-se o gráfico 4, pode-se analisar o comportamento da capacidade do condensador em função do logaritmo da frequência. É visível que C se mantém praticamente constante para as diferentes frequências. Tal não se verifica nos três últimos pontos, o que poderá ter sido causado devido a erros que não foram tidos em conta aquando das medições dos valores experimentais. Relativamente à parte real da permitividade obteve-se o seguinte gráfico:

Er_lnF_naocorrigido.PNG

Gráfico 5. ϵ_{real} em função do logaritmo da frequência.

Verifica-se que se mantém praticamente constante com o logaritmo da frequência e que os gráficos 4 e 5 são muito semelhantes. Isso é de esperar uma vez que se tem $C \propto \epsilon$ teoricamente. O valor médio encontrado para a parte real da permitividade do dieléctrico é $\epsilon_R = 3.47 \times 10^{-12}Fm^{-1}$. Obtem-se então o valor para a permitividade relativa $\epsilon_r = \frac{\epsilon_R}{\epsilon_0} = 0.38$. Este valor não se encontra de acordo com o valor de ϵ_r do polímero utilizado, *milax*, o seu valor correcto é $\epsilon_r = 3.2$. Esta diferença pode ser justificada tendo

em conta que existe uma camada de ar a separar o dielétrico das placas do condensador. Foi por isso utilizado um modelo para calcular o verdadeiro valor de ϵ que considera que o valor de C encontrado é a soma do C_{ar} com $C_{polimero}$ onde este último tem uma parte real e uma imaginária. Ao encontrar-se o valor para a distância da camada de ar, consegue-se facilmente calcular as capacidades real e imaginária do polímero, sendo então possível estimar os valores para ϵ_{RC} e ϵ_I .

O valor encontrado para a altura da camada de ar é $d_{ar} = 52.7\mu m$ de onde se encontrou o valor médio encontrado para a permitividade corrigida, $\epsilon_{RC} = 2.4 \times 10^{-11} Fm^{-1}$. Obtém-se então para a permitividade relativa $\epsilon_r = 2.5$. Este valor apresenta um desvio à exactidão relativamente ao valor teórico de 22% mas é necessário ter em conta a existência dos vários erros sistemáticos que não foram considerados.

A partir de (13), encontra-se para o valor médio da componente imaginária da permitividade $\epsilon_I = -1.2 \times 10^{-13} Fm^{-1}$. Ao observar-se o gráfico 7, observa-se que com o aumento da frequência o módulo de ϵ_I vai diminuindo, como era de esperar uma vez que ϵ_I e ω são inversamente proporcionais.

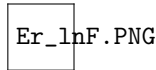


Gráfico 6. ϵ_{RC} em função do logaritmo da frequência.

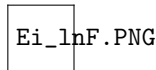


Gráfico 7. ϵ_I em função do logaritmo da frequência.

É ainda possível fazer um diagrama de Cole-Cole. Esse diagrama (gráfico 8) representa ϵ_I em função de ϵ_{RC} e permite analisar a relaxação do dielétrico. Quando existe apenas um tempo de relaxação no dielétrico, os pontos estarão dispostos na forma de um semi-círculo. Ao observar-se o gráfico verifica-se que o dielétrico tem mais do que um tempo de relaxação.

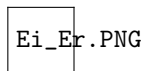


Gráfico 8. ϵ_I em função de ϵ_{RC} - diagrama de Cole-Cole.

Para concluir, pode-se ainda calcular o factor de perdas que é dado por $(\delta) = \frac{\epsilon_I}{\epsilon_R}$ onde ϵ_I e ϵ_R estão representados no plano complexo. Para que as perdas sejam nulas é necessário que $\epsilon_I = 0$, para que sejam máximas tem-se $\epsilon_R = 0$.

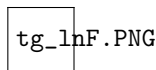


Gráfico 9. $\tan(\delta)$ em função do logaritmo da frequência.

Ao observar-se o gráfico 9, verifica-se que o módulo de $\tan(\delta)$ vai diminuindo com o aumento da frequência, o que era de esperar uma vez que acontece o mesmo com ϵ_I .

Conclusão

Na primeira parte da experiência, a análise dos processos de descarga e carga do condensador, os valores encontrados para o tempo de relaxação encontram-se muito próximos dos valores encontrados teoricamente, tendo apenas um desvio de 10%. Este desvio pode ser justificado tendo em conta a resistência do voltímetro e com o facto de existir erro na conversão de tensões para código binário.

No que diz respeito ao balanço energético, o princípio da conservação da energia verificou-se em quase todos os ensaios. Em três, um na descarga e dois na carga do condensador, tal não se verificou. A conclusão a que se chegou para a existência desse erro está relacionada com a imprecisão da integração numérica do computador uma vez que as outras fontes de erro não apresentam erros de uma significância tal que justifique as energias negativas. Observou-se, como era previsto, que durante o processo de carga a energia fornecida pela bateria se divide igualmente pela resistência e pelo condensador e que no processo de descarga, a energia armazenada no condensador vai ser dissipada na resistência.

Na segunda e última parte estudou-se o comportamento de um condensador com permitividade ϵ face à variação da frequência. Verificou-se que a capacidade do condensador se mantém praticamente constante com a variação da frequência, excepto para 3 pontos experimentais. No que diz respeito à constante dielétrica, foi necessário recorrer a um modelo que tem em conta a camada de ar existente entre o dielétrico e as placas do condensador para ser possível calcular correctamente o seu valor real. Os valores encontrados para ϵ_R são apenas constantes para a variação da frequência num intervalo, sendo os outros valores menores. É necessário ter em conta a existência de erros e que ϵ_R depende da distância da camada de ar, valor esse que é uma grande fonte de erro. Para a componente imaginária, ϵ_I , verifica-se a teoria: ϵ_I é negativo e o seu módulo aumenta com o aumento da frequência. Analisaram-se também as perdas energéticas estando estas dependentes da variação da frequência, conclui-se então que as perdas energéticas são proporcionais à frequência.

Para concluir, deve-se ter em conta que os condensadores estudados foram aproximados a condensadores ideais, o que é por si só uma fonte de erro. Além desta aproximação, é necessário também ter em conta que a maioria dos erros vem dos aparelhos de medida o que inclui o sistema de aquisição e processamento de dados uma vez que a maior parte dos dados é fornecida em suporte informático.

Referências

- [1] Cheng, David K., *Field and Wave Electromagnetics*, Addison-Wesley, 1989.
- [2] Silva, Manuel de Medeiros, *Introdução aos Circuitos Eléctricos e Electrónicos*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2006.
- [3] Figueirinhas, João, *Apontamentos das aulas teóricas*, 2009.