

Radiação do Corpo Negro

Laboratório de Complementos de Eletromagnetismo e Termodinâmica

MEFT 2013/2014

Débora Barreiros, 75693 — Pedro Cal, 75699 — Tiago Costa, 75970 — Nuno Rosa, 76018
Instituto Superior Técnico — Turma de sexta-feira — Grupo I
20 de Março de 2014

Resumo

O objetivo deste trabalho experimental foi a obtenção de um espectro de emissão para um modelo de corpo negro (uma lâmpada), para várias temperaturas, através da verificação experimental da Lei de *Planck* e da Lei do Deslocamento de *Wien*. Foram obtidos gráficos de intensidade para cada comprimento de onda consoante a temperatura da lâmpada e foi obtida ainda uma constante de *Wien* de $b = (2.6 \pm 0.2) \times 10^{-3}$ mk com um desvio à exatidão de 10.3%. Concluiu-se que a lâmpada não é um corpo negro. Outro dos objetivos do trabalho era verificar a Lei de *Stefan* para um modelo de corpo negro (mais uma vez, a lâmpada). Neste caso, obtivemos uma intensidade que dependia da temperatura elevada a um fator de 5.6 ± 0.1 com um desvio à exatidão de 28.6%, se considerarmos a lâmpada um corpo negro, que claramente não é. O terceiro objetivo é comparar as diferentes emissividades da superfície de um Cubo de *Leslie*. Chegou-se à conclusão que a face preta é a mais emissiva, juntamente com a branca A, e a espelhada é a menos emissiva.

1. INTRODUÇÃO TEÓRICA

Esta experiência consiste no estudo de um corpo negro [2]. O corpo negro é definido como sendo um corpo que absorve toda a radiação que nele incide sem a refletir nem transmitir internamente, irradiando posteriormente de acordo com a sua temperatura absoluta T .

O corpo negro, como qualquer outro corpo, a uma temperatura absoluta T irradia. Para o corpo negro é possível relacionar a intensidade desta radiação emitida com a temperatura absoluta T e o comprimento de onda λ pela **Lei de radiação de Planck**:

$$I_{(T,\lambda)} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda K_B T}} - 1} \quad (1.1)$$

Na qual h é a constante de *Planck*, K_B é a constante de *Boltzmann* e c é a velocidade da luz.

A partir desta relação é possível determinar o comprimento de onda (λ_{max}) para o qual a radiação emitida é máxima a uma dada temperatura absoluta. Este é também o resultado da **Lei do deslocamento de Wien** na qual $\lambda_{max}T = B$ sendo B a constante de dispersão de Wien. O resultado desta lei é a de que quanto maior for a temperatura de um corpo negro menor é o comprimento de onda no qual ele emite.

O comportamento de um corpo relativamente à radiação emitida é descrito pelo poder emissivo ou emitância I_C . O poder emissivo é caracterizado como sendo a energia radiada por unidade de tempo e por unidade de área [Wm^{-2}] em todos os comprimentos de onda. É possível quantificar o poder emissivo do corpo negro I_N pela **Lei de radiação de Stefan** a qual $I_N = \sigma T^4$. Sendo σ a constante de *Stefan*.

Outras grandezas que descrevem o comportamento do corpo são o poder de absorção Q e a emissividade e , ambas adimensionais. O poder de absorção é a fração de energia incidente que o corpo absorve. Para o corpo negro $Q_N = 1$, para os outros corpos $Q_C < 1$. A emissividade é dada pelo quociente entre o poder emissivo de um corpo qualquer e o do corpo negro. Para o corpo negro $e_N = 1$, para os outros corpos $e_C < 1$. Pelo que há uma relação óbvia entre a estas duas grandezas. É exatamente isso que o **Teorema de Kirchhoff** diz. É enunciado que a razão entre o poder emissivo e o poder de absorção de um corpo é dada por $F(T) = \sigma T^4$. A partir deste enunciado é possível concluir que a emissividade e o poder de absorção de qualquer corpo são iguais. Ou seja, um bom absorvedor é um bom emissor e vice-versa.

2. MONTAGEM DA EXPERIÊNCIA

2.1. Obtenção do espectro de emissão da lâmpada

Nesta primeira parte da experiência [1] obtêm-se, das medições feitas, ângulos (que correspondem a comprimentos de onda) e tensões vindas do detetor de radiação que correspondem a intensidades relativas. O esquema de blocos que descreve esta parte está na figura 1.

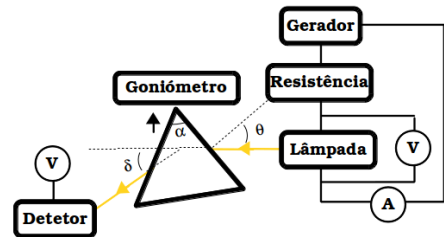


Figura 1. Diagrama de blocos da montagem da primeira parte

Para a transformação dos ângulos obtidos em comprimentos de onda, recorre-se à formula (2.1) (vinda das considerações geométricas do problema e da Lei de *Snell* para a difração), em que n é o índice de refração do prisma para cada comprimento de onda, δ é a diferença entre o ângulo medido e o ângulo de alinhamento do goniómetro, α é o ângulo interno das faces do prisma e θ é a diferença entre o ângulo de reflexão paralelo com o feixe incidente e o ângulo da posição do prisma em que é visível o espectro de luz que o atravessa.

$$n = \sqrt{\sin^2(\theta) + \left(\frac{\sin(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha) \sin(\theta)}{\sin(\alpha)} \right)^2} \quad (2.1)$$

O detetor utilizado é uma termopilha com uma resposta plana na gama compreendida entre os 500 nm e os 25000 nm (da radiação verde à infravermelha), que funciona por efeito de *Peltier* devido à diferença de temperatura entre os sensores do início e do fim do detetor. Deste modo, a tensão que se produz é proporcional à intensidade luminosa por ele recebida, daí que seja possível analisar as tensões para comprimento de onda como se fossem intensidades, normalizando os valores relativamente ao máximo.

Outra grandeza importante que é tirada da montagem, é a temperatura da lâmpada, ou seja, a temperatura do modelo de corpo negro, para cada um dos ensaios. Foram feitas

medições para tensões aos terminais da lâmpada a 12V, 9V, e 6V. Como a temperatura se relaciona com a resistividade do tungstênio, através de uma tabela dada pelo docente, medimos a resistência na lâmpada através dessa tensão que nela passava e da respetiva corrente (pela Lei de *Ohm*, $R = \frac{V}{I}$), tal como se pode ver na figura 1. O quociente entre a resistência medida do tungstênio à temperatura de funcionamento, por esse método e a sua resistência a 23°C (dada e de valor 0.278 Ω) dá a relação entre as resistividades a essas duas temperaturas, relação essa que pode ser transformada na temperatura do tungstênio.

De notar também que foram necessários alguns cuidados nas medições dos ângulos correspondentes a cada parte do espectro emitido pelo prisma: como a tensão lida através do detetor tinha algumas variações resultantes do ruído térmico do meio, optou-se por dar uma margem de erro de 0.3V a cada uma das medições de tensão; apenas as medições com ruído térmico inferior a esse valor foram contabilizadas; foram feitas medições a cada 20' e 40', alternadamente, o que nos deu um bom varimento no espectro, e menos incerteza no valor medido na escala do goniómetro.

Sabendo a temperatura da lâmpada e os ângulos para cada comprimento de onda do espectro, é possível obter um espectro da intensidade de radiação para cada tensão aos terminais da lâmpada.

2.2. Verificação experimental da Lei de Steffan

Para esta segunda parte da experiência [1], retirou-se o prisma da base do goniómetro e apontou-se diretamente a luz da lâmpada na direção do detetor (a uma posição fixa), sem a presença da fenda. O esquema da montagem está no diagrama de blocos da figura 2.

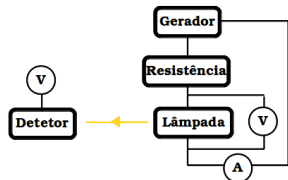


Figura 2. Diagrama de blocos da montagem da segunda parte

Fizeram-se medidas da tensão provocada pela luz que chega ao detetor, para valores de tensão do circuito da lâmpada de 5V a 12V. Estes valores de tensão no circuito da lâmpada são convertidos em temperaturas da mesma, pela medida da sua resistência, tal como já havia sido feito anteriormente.

2.3. Emissividades de diferentes superfícies

Para a terceira parte da experiência [1] utiliza-se um Cubo de *Leslie* com quatro faces com diferentes revestimentos exteriores. Do seio do cubo existe uma lâmpada que irradia radiação na banda do visível e do infravermelho. Todas as paredes do cubo absorvem a mesma quantidade de calor, mas dependendo do seu revestimento, podem ou não irradiá-lo. As quatro faces consideradas para a experiência foram: a face *preta*, a face *espelhada* e as duas faces *brancas* (face A e B). O esquema da montagem está na figura 3.

Colocou-se o detetor de radiação em contacto com a parede do laboratório, para calibrar o voltímetro, com o valor zero, para anular o ruído térmico da medição. Posteriormente

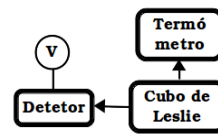


Figura 3. Diagrama de blocos da montagem da terceira parte

apontou-se o detetor a cada uma das faces (em contacto com cada uma delas), percorrendo todas elas, com o cubo à mesma temperatura, e registaram-se os valores de tensão aos terminais do detetor para cada uma delas. Fez-se este procedimento para a energia do cubo a $\frac{3}{4}$ da máxima, e à energia máxima.

Utilizou-se um termómetro no interior do cubo para controlar a temperatura, e só se fez as medições a partir do momento em que a temperatura estabilizou.

Analísaram-se as medidas feitas à luz do Teorema de *Kirchhoff*, e tiraram-se as conclusões comentadas mais à frente.

Todas as experiências foram feitas numa sala escura, para minimizar o ruído térmico ao longo de todas as medições, e todas as fontes de luz foram cobertas para que não se verificassem muitas perdas.

3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

3.1. Obtenção do espectro de emissão de um Modelo de Corpo Negro

Em primeiro lugar, determinaram-se as temperaturas a que cada uma das tensões da lâmpada de tungstênio corresponde, através de uma interpolação linear da tabela dada pelo professor, obtendo-se os resultados da tabela I.

V(V)	6.02 ± 0.01	8.99 ± 0.01	12.02 ± 0.01
T(K)	1869 ± 4	2160 ± 3	2393 ± 3

Tabela I. Valores de tensão do filamento de Tungstênio e respetiva temperatura

Os erros foram calculados tendo em conta que as temperaturas da tabela de interpolação dada pelo docente apresentam um intervalo de 100K.

Os gráficos de intensidade luminosa em função do comprimento de onda foram feitos tendo em conta a normalização da intensidade ao seu máximo. Sabendo que a intensidade luminosa é proporcional à tensão elétrica, então, o quociente entre cada uma das tensões e o seu máximo é igual ao quociente entre cada uma das intensidades correspondentes e o seu máximo. Normalizaram-se então todas as curvas em relação a $V_{max} = (8.0 \pm 0.3) \times 10^{-5}$ V, e obteve-se o gráfico da figura 4.

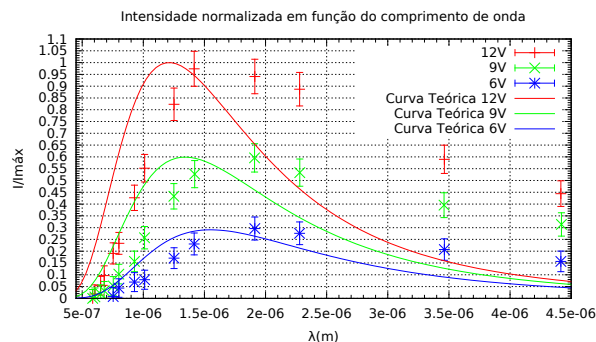


Figura 4. Intensidade relativa em função do comprimento de onda

Neste gráfico podem ser vistas ainda as curvas teóricas correspondentes a cada uma das temperaturas (fixas) também elas normalizadas ao máximo da curva para 12V.

Fez-se um ajuste da curva teórica aos pontos experimentais, mas desta vez para temperatura como parâmetro livre através da expressão dada pela equação (3.1).

$$\frac{I}{I_{max}} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1} \frac{1}{m} \quad (3.1)$$

em que T (K) e m (W/m^2) são respetivamente, a temperatura e o máximo ao qual a curva é normalizada, sendo deixados como parâmetro livre.

O gráfico das curvas de ajuste está na figura 5.

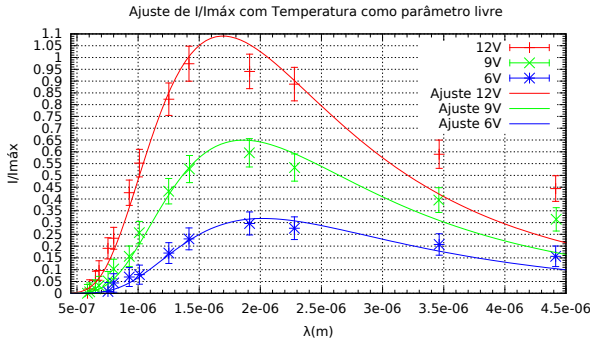


Figura 5. Intensidade relativa em função do comprimento de onda, e respetivos ajustes com T livre

Obtiveram-se o parâmetros de ajuste da tabela II.

Tensão	t (K)	m (W/m^2)
12V	$(1.71 \pm 0.04) \times 10^3$	$(1.7 \pm 0.2) \times 10^{11}$
9V	$(1.56 \pm 0.04) \times 10^3$	$(1.8 \pm 0.3) \times 10^{11}$
6V	$(1.43 \pm 0.04) \times 10^3$	$(2.4 \pm 0.4) \times 10^{11}$

Tabela II. Parâmetros de ajuste do fit da figura 5

3.2. Lei do Deslocamento de Wien

Para a determinação da constante de *Wien*, representaram-se os comprimentos de onda máximos para cada uma das temperaturas da lâmpada, ajustando-se à expressão da Lei de *Wien* com o parâmetro b livre e uma ordenada na origem c . O gráfico obtido foi o da figura 6.

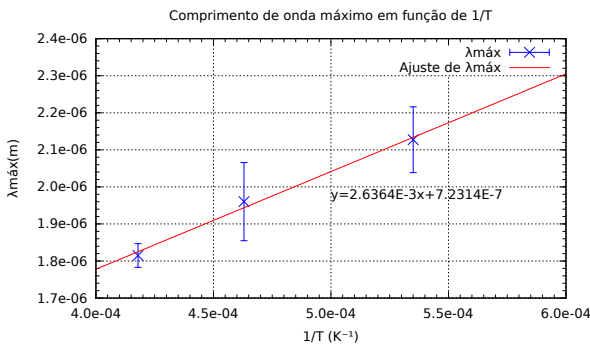


Figura 6. Ajuste dos pontos experimentais à Lei de *Wien*

A tabela III contém o resultado dos parâmetros de ajuste para a reta obtida no gráfico 6.

b (mK)	c (m)
$(2.6 \pm 0.2) \times 10^{-3}$	$(7 \pm 1) \times 10^{-7}$

Tabela III. Parâmetros de ajuste do fit da figura 6

3.3. Lei de Radiação de Stefan

Representou-se o logaritmo da tensão em função do logaritmo da temperatura da lâmpada de Tungsténio e obteve-se o gráfico da figura 7. Foi feito um ajuste ao logaritmo de base e da Lei de *Stefan* para um corpo negro, sendo os parâmetros livres o declive da reta que representa, o expoente da temperatura, α , e uma ordenada na origem, β que representa os coeficientes da temperatura, nessa mesma lei.

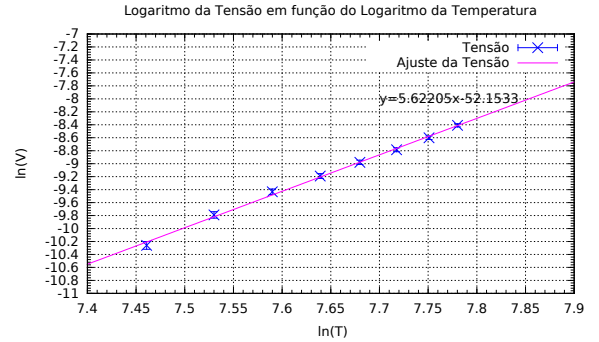


Figura 7. Ajuste dos pontos experimentais ao logaritmo da Lei de *Stefan*

Os parâmetros de ajuste para a reta obtida foram os da tabela IV.

α	β
5.6 ± 0.1	-52.1 ± 0.9

Tabela IV. Parâmetros de ajuste do fit da figura 7

3.4. Teorema de Kirchhoff

Para o cubo de *Leslie* a $\frac{3}{4}$ da energia máxima, com uma temperatura de 365 ± 1 K, obtivemos os valores de tensão da tabela V.

Face do Cubo	Tensão no detetor(V)
Preta	$(1.414 \pm 0.001) \times 10^{-2}$
Espelhada	$(1.06 \pm 0.01) \times 10^{-3}$
Branca A	$(1.414 \pm 0.001) \times 10^{-2}$
Branca B	$(4.15 \pm 0.01) \times 10^{-3}$

Tabela V. Valores de tensão para as diferentes faces

Para o cubo de *Leslie* à energia máxima, com uma temperatura de 373 ± 1 K, obtivemos os valores de tensão da tabela VI.

4. ANÁLISE, CRÍTICAS E CONCLUSÃO

Os resultados obtidos para esta experiência não são coerentes com os resultados esperados para um corpo negro.

Face do Cubo	Tensão no detetor(V)
Preta	$(1.642 \pm 0.001) \times 10^{-2}$
Espelhada	$(1.25 \pm 0.01) \times 10^{-3}$
Branca A	$(1.620 \pm 0.001) \times 10^{-2}$
Branca B	$(4.62 \pm 0.01) \times 10^{-3}$

Tabela VI. Valores de tensão para as diferentes faces

Para a primeira parte da experiência, para as temperaturas calculadas para a lâmpada, foram obtidos valores de tensão no detetor representados no gráfico da figura 4. Podemos ver que a curva obtida pelos dados experimentais tem a forma da distribuição gráfica da curva teórica, para cada uma das temperaturas, o que sugere que a lei de *Planck* não se desajusta completamente aos dados experimentais. Verifica-se em cada uma das curvas que existe um máximo de intensidade relativa que caracteriza a temperatura da lâmpada, para um dado comprimento de onda. O máximo de intensidade dá-se neste caso para radiações na banda dos infravermelhos, o que é normal, para uma lâmpada como a do laboratório, que aquece muito o meio em que está.

Para comparar as intensidades registadas para cada valor de tensão aos terminais da lâmpada, normalizaram-se os pontos experimentais em relação ao máximo da tensão registada para a lâmpada a 12V. Conclui-se então que quanto menor é a temperatura da lâmpada, menor é a intensidade relativa registada no gráfico, uma vez que um corpo a temperaturas menores emite menos radiação, de acordo com a lei de *Stefan*.

Relativamente às curvas teóricas do gráfico da figura 4, podemos dizer que se vê um desvio relativamente ao valor do máximo da curva, o que poderá ser um indício de que a temperatura calculada pela relação da resistência do filamento de Tungsténio com a resistência padrão não corresponda à temperatura real do corpo. Isto poderá ter que ver com a presença de impurezas no filamento ou ainda com a dispersão de energia para zonas não úteis da montagem.

Para solucionar este problema, fez-se um ajuste da curva teórica aos pontos experimentais, deixando a temperatura como parâmetro livre, obtendo-se o gráfico da figura 5. Neste caso, vemos que a curva se adapta bem aos dados teóricos, obtendo-se temperaturas de ajuste significativamente mais baixas que as calculadas. Concluímos então que a temperatura da lâmpada poderá ser mais baixa que a medida pelas interpolações com a resistividade do Tungsténio.

O gráfico obtido relativamente à Lei de *Wien*, da figura 6, mostra que à medida que a temperatura diminui, o comprimento de onda correspondente ao máximo de intensidade aumenta.

Este resultado é previsto pela Lei de *Wien* uma vez que as duas grandezas têm uma relação de proporcionalidade inversa. No entanto, a constância de proporcionalidade obtida pelo ajuste dos dados à fórmula teórica foi de $b = (2.6 \pm 0.2) \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$, com um desvio à precisão de 7.7% e com um desvio à exactidão de 10.3%. Tendo em conta o valor real da constante de *Wien*, $b = 2.8977685 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$ chegamos à conclusão que este não se encontra dentro do intervalo de incerteza obtido experimentalmente para essa mesma grandeza. Isto é um in-

dicador de que a teoria por detrás do modelo do corpo negro não é aplicável à lâmpada de Tungsténio.

Podemos analisar ainda a ordenada na origem, cujo valor obtido através do ajuste, é apenas uma ordem de grandeza inferior aos comprimentos de onda de intensidade máxima obtidos. Tendo em conta que a origem não está compreendida no intervalo de incerteza da ordenada na origem da reta de ajuste, encontra-se um segundo indicador de que os dados obtidos não respeitam a Lei de *Wien*.

Conclui-se que os fatores responsáveis pela não adequação da Lei de *Wien* aos resultados foram o facto de o corpo não poder ser considerado como negro, as perdas de energia durante o percurso da luz nas diferentes partes da montagem - nomeadamente na sua passagem por meios transparentes como a parede da lâmpada e o prisma -, a presença de ruído térmico no laboratório e ainda as impurezas presentes no Tungsténio que podem ter afetado a medição da sua resistência e consequentemente o cálculo das temperaturas utilizadas no modelo teórico.

Relativamente à segunda parte da experiência, analisando o gráfico da figura 7, podemos ver que à medida que a temperatura da lâmpada aumenta, a tensão aos terminais do detetor aumenta também. Fazendo o logaritmo natural dessas duas grandezas e fazendo o ajuste, obteve-se uma reta de declive 5.6 ± 0.1 com desvio à precisão de 1.8% e com um desvio à exactidão de 28.6%. Sabendo que o valor real do declive é 4, uma vez que corresponde ao expoente da temperatura na Lei de *Stefan*, conclui-se que os resultados obtidos se encontram um pouco afastados do esperado, o que pode dever-se a uma incorrecção no momento do registo das tensões medidas no aparelho uma vez que era necessário respeitar uma série de parâmetros que apesar de serem cuidadosamente seguidos, não estão isentos de erros. Sabendo que a Lei de *Stefan* diz respeito aos corpos negros e já que a lâmpada que foi utilizada constitui apenas uma aproximação a um corpo negro, sabe-se à partida que os resultados obtidos encontrar-se-ão desviados do valor esperado. Por fim, podemos considerar o facto de outras fontes luminosas, poderem ter interferido nas medidas e deste modo ter afectado o resultado obtido.

Quanto à última parte do procedimento experimental, o objetivo passava por analisar a emissividade de um cubo de *Leslie*, isto é avaliar o poder emissivo de 4 faces revestidas de modos diferentes. Desta feita, os resultados encontram-se nas tabelas V e VI e podemos verificar que uma das faces não apresenta o comportamento esperado. Assim sendo, podemos verificar que a face preta, a face espelhada e a face branca B apresentam o comportamento esperado, uma vez que a cor negra absorve bastante o calor e desta feita terá que radiar bastante como foi verificado. Já no que toca à face espelhada e branca B, como refletem bastante, radiam pouco o que se verifica igualmente. Porém apesar da face que resta ser branca, o seu poder emissivo é bastante elevado, o que contraria o esperado. De facto, apesar de ser branca para a zona do visível (radia pouco para comprimentos de onda nesta gama) é na realidade uma face "negra" na zona do infravermelho, região que é analisada pelo medidor, o que faz com que o seu poder emissivo seja bastante superior ao esperado. Os resultados obtidos encontram-se dentro do esperado, pelo que se acredita que estes erros foram minimizados.

[1] Guia de laboratório do trabalho, Professor João Figueirinhas

[2] Aulas teóricas, Professor João Figueirinhas