



UNIVERZITET U KRAGUJEVCU



PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

# Fazi logika i predstavljanje neodređenosti u ekspertnim sistemima

---

DEO 1.

# UVOD

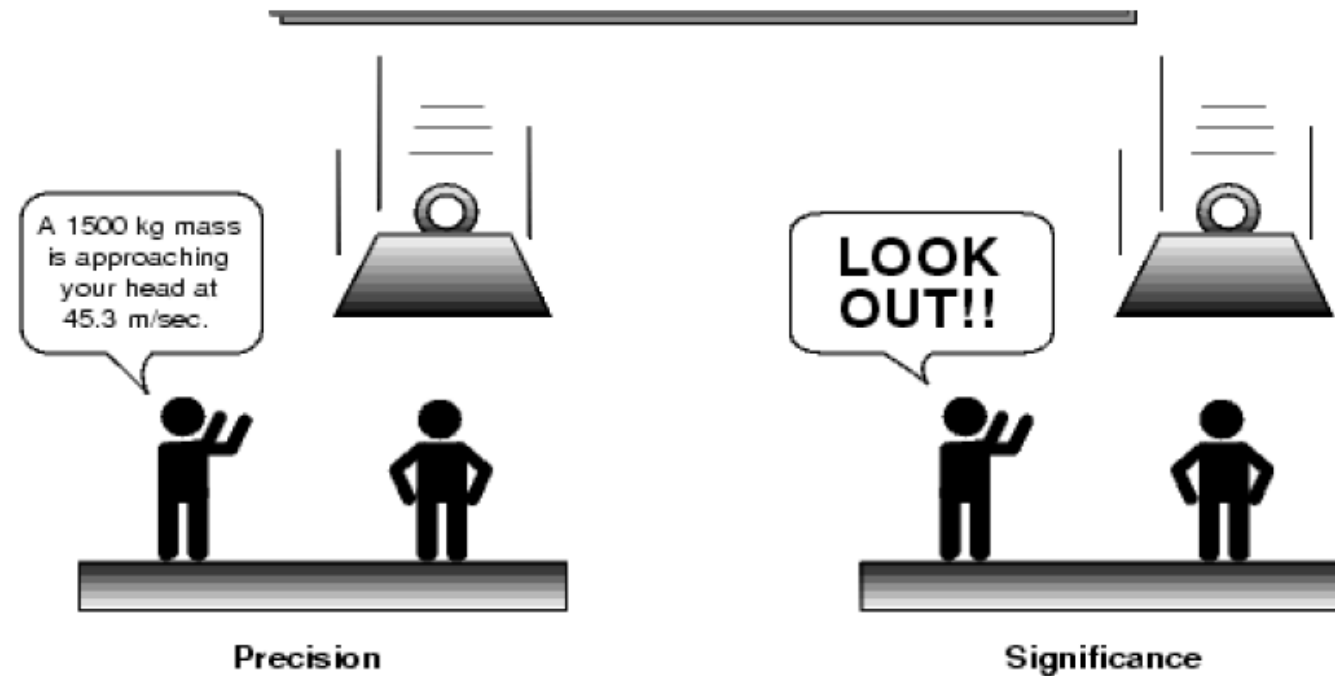
- Uvod
- Fazi skupovi
  - Funkcija pripadnosti
  - Lingvističke promenljive
  - Operacije sa fazi skupovima
- Fazi zaključivanje
- Zaključna razmatranja

# DA LI JE PRECIZNOST UVEK BITNA?

*We must exploit our tolerance for imprecision.*

**Lotfi Zadeh**

*Professor, Systems Engineering, UC Berkeley, 1973*



## *“We must exploit our tolerance for imprecision”*

Vreme možemo opisati kao toplo bez korišćenja precizno izmerene temperature



Ili kuću kao veliku bez poznavanja njenih tačnih mera



Korišćenje fazi logike omogućava da računari koriste neprecizne podatke u procesu odlučivanja i tako rade nalik ljudskom mozgu.

- Eksperti se pri rešavanju problema često oslanjaju na svoj zdrav razum. Pri tome koriste neprecizne termine  
„lako je trafo malo preopterećen, mislim da će izdržati ovakvo opterećenje još neko vreme.“
- Kako predstaviti ovakvo ekspertsko znanje u inteligentnim sistemima?

# KRATKA ISTORIJA FAZI LOGIKE

- Mnogi filozofi i matematičari su dozvoljavali i postojanje "sive zone" u kojoj je nešto ni tačno ni netačno.
- Početkom dvadesetog veka, Jan Lukašijevič je opisao i matematički razradio tro-vrednosnu logiku. Treća vrednost koju je on predložio može se prevesti kao "moguće".
- Fuzzy logika je konačno zaživela tek 1965. kada je L. Zadeh, profesor Berkeley univerziteta u Kaliforniji, objavio rad u kome je data teorija fazi skupova i fazi logika.
- Novi pristup složenim problemima, po kome se oni mogu rešiti samo ako se umesto ka njihovim što preciznijim opisima, krene u suprotnom smeru i dozvoli nepreciznost.





Fazi logika koristi:

- FAZI SKUPOVE
- FAZI PRAVILA

za modeliranje realnog sveta i rezonovanje.

Fazi skupovi i fazi pravila nam omogućavaju da donosimo odluke u situacijama kojima nije sve precizno određeno.

# CRISP vs FUZZY

## Klasična (Bulovska) logika

- *Crisp* – jasan
- U klasičnoj logici, svaki iskaz je ili tačan ili netačan, bez ičega između.

## Fazi logika

- *Fuzzy* – nejasan, neodređen, pomućen.
- U fazi logici, iskaz je istinit u određenoj meri, koja seže od potpuno tačno, preko polu tačno do potpuno netačno.

Fazi logika nije nejasna logika, već logika koja se koristi da bi se opisale **neodređenosti**, koje su česte u ljudskom rezonovanju.

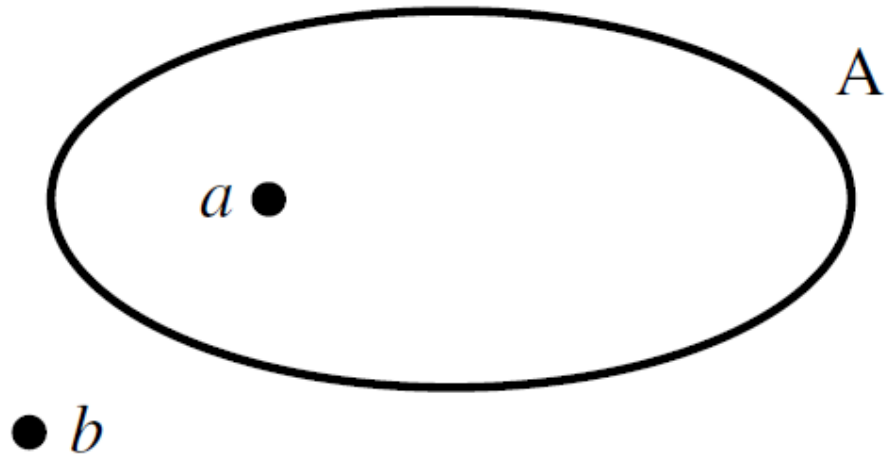
DEO 2.

# FAZI SKUPOVI

# FAZI vs KLASIČAN SKUP

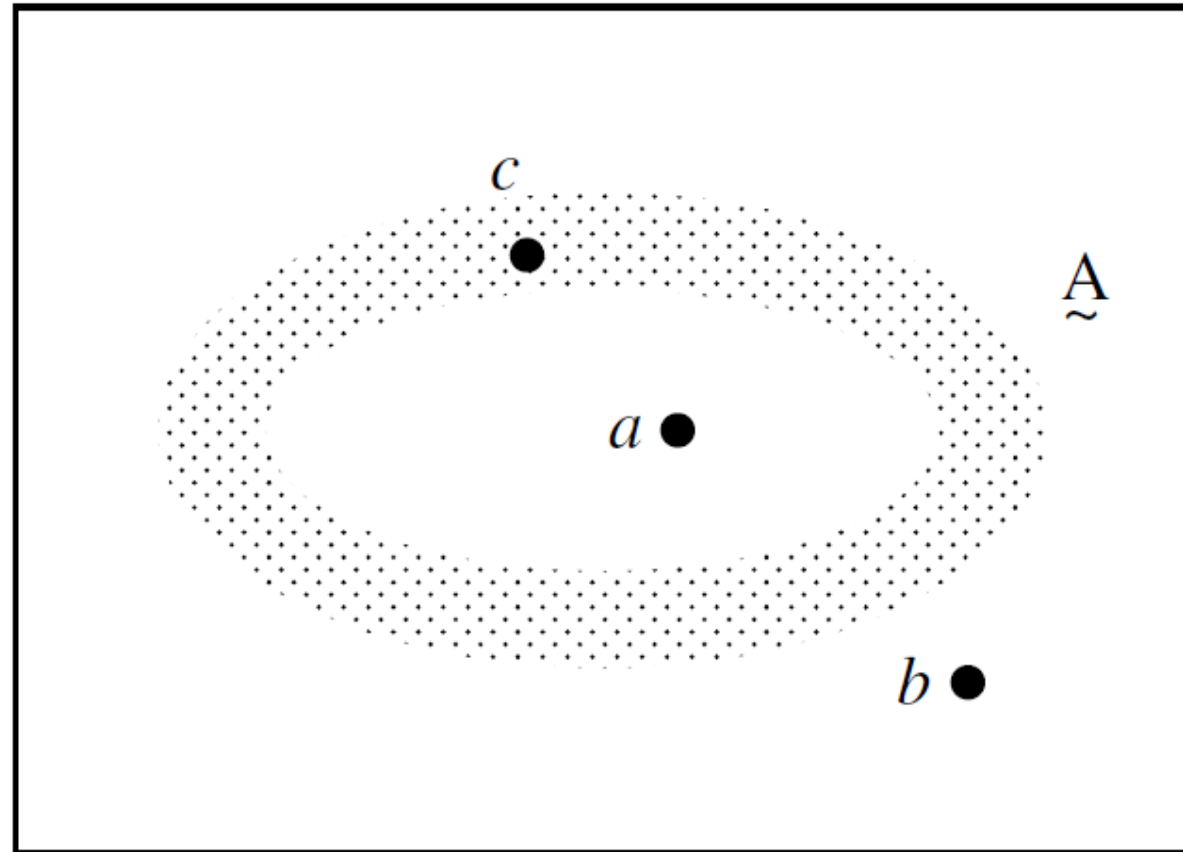
- Klasični skup

Jasna granica skupa



- Fazi skup

Nejasna, fazi granica skupa



## Univerzalni skup – Universe of discourse

- Define a universe of discourse,  $X$ , as a collection of objects all having the same characteristics.
- The individual elements in the universe  $X$  will be denoted as  $x$ .
- The features of the elements in  $X$  can be discrete, countable integers or continuous valued quantities on the real line.
- The clock speeds of computer CPUs
- The operating currents of an electronic motor
- The operating temperature of a heat pump (in degrees Celsius)
- The Richter magnitudes of an earthquake
- The integers 1 to 10

# FAZI vs KLASIČAN SKUP

- Klasični skup

Element pripada ili ne pripada skupu

$$\begin{array}{ll} x \in A & \Rightarrow x \text{ belongs to } A \\ x \notin A & \Rightarrow x \text{ does not belong to } A \end{array}$$

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

- Fazi skup

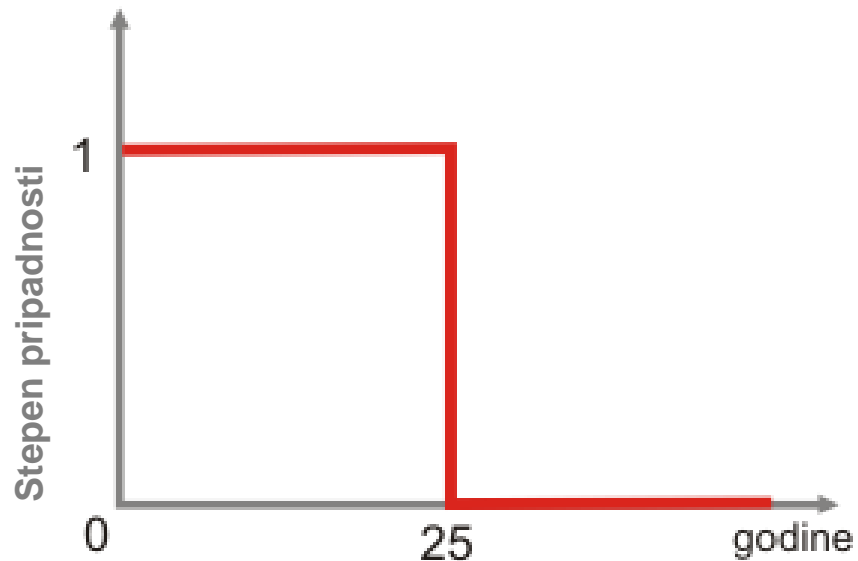
Element pripada skupu u određenoj meri

# FAZI vs KLASIČAN SKUP

- Klasični skup

Kolekcija elemenata koji su na neki način srodni

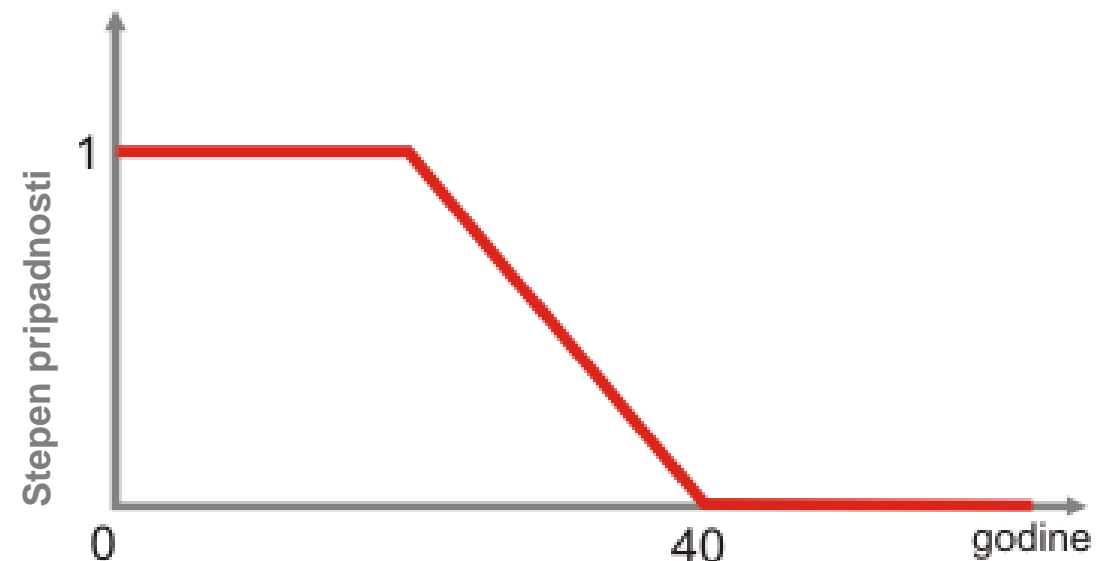
Element pripada ili ne pripada skupu



- Fazi skup

Kolekcija elemenata koji su na neki način srodni

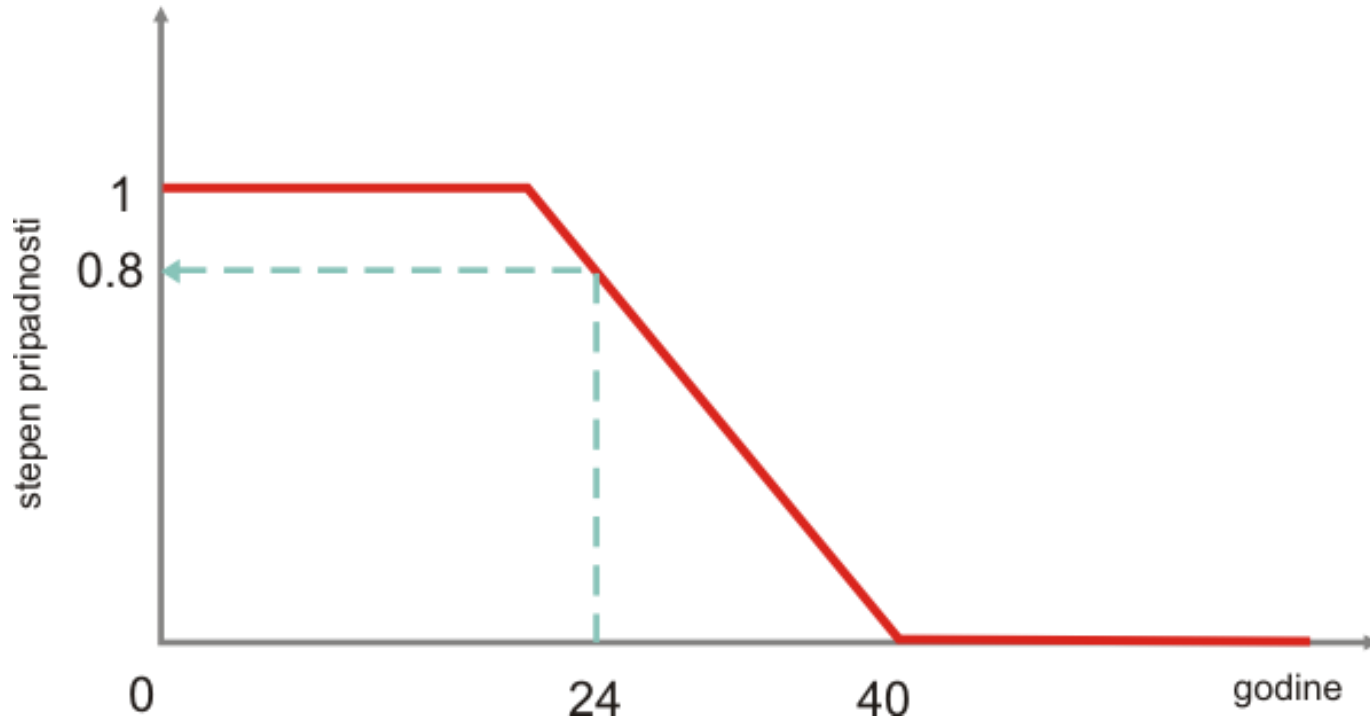
Element pripada skupu u određenoj meri



# FAZI SKUP

- Formalna definicija fazi skupa:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U, \mu_A(x) \in [0,1]\}$$



$U$  je **Univerzalni skup** – skup svih mogućih vrednosti koje posmatrana promenljiva može da poprimi

$\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$  - funkcija pripadnosti



# STEPEN PRIPADNOSTI FAZI SKUPU VS VEROVATNOĆA

- Fuzzy pripadnost – koliko je objekat sličan nekom neprecizno definisanom svojstvu.
- Verovatnoća – govori o relativnoj učestalosti pojavljivanja nekog svojstva među ispitanim objektima.
- Bezdek, James C, "Fuzzy Models --- What Are They, and Why?", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1:1, 1993, pp. 1-6

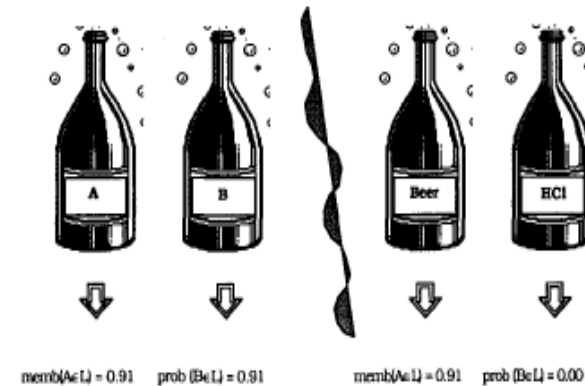


Fig. 3. Bottles for the weary traveler—disguised and unmasked!

*Example 1:* Let the set of all liquids be the universe of objects, and let fuzzy subset  $L = \{\text{all potable (=“suitable for drinking”) liquids}\}$ . Suppose you had been in the desert for a week without drink and you came upon two bottles, A and B, marked as in the left half of Fig. 3 (memb = “membership,” and prob = “probability”).

Confronted with this pair of bottles and given that you must drink from the one that you choose, which would you choose to drink from first? Most readers familiar with the basic ideas of fuzzy sets, when presented with this experiment, immediately see that while A could contain, say, swamp water, it would not (discounting the possibility of a Machiavellian fuzzy modeler) contain liquids such as hydrochloric acid. That is, a *membership* of 0.91 means that the contents of A are “fairly similar” to perfectly potable liquids (pure water). On the other hand, the *probability* that B is potable = 0.91 means that over a long run of experiments, the contents of B are expected to be potable about 91% of the trials; and the other 9%? In these cases the contents will be unsavory (indeed, possibly deadly)—about one chance in ten. Thus most subjects will opt for a chance to drink swamp water, and will choose bottle A.

Another facet of this example concerns the idea of *observation*. Continuing then, suppose that we examine the contents of A and B, and discover them to be as shown in the right half of Fig. 3; that is, A contains beer, while B contains hydrochloric acid. After observation then, the membership value for A will be unchanged, whilst the probability value for B clearly drops from 0.91 to 0.0.

Finally what would be the effect of changing the numerical information in this example? Suppose that the membership and probability values were both 0.5—would this influence your choice? Almost certainly it would. In this case many observers would switch to bottle B, since it offers a 50% chance of being drinkable, whereas a membership value this low would presumably indicate a liquid unsuitable for drinking (this depends, of course, entirely on the MF of the fuzzy set  $L$ ).

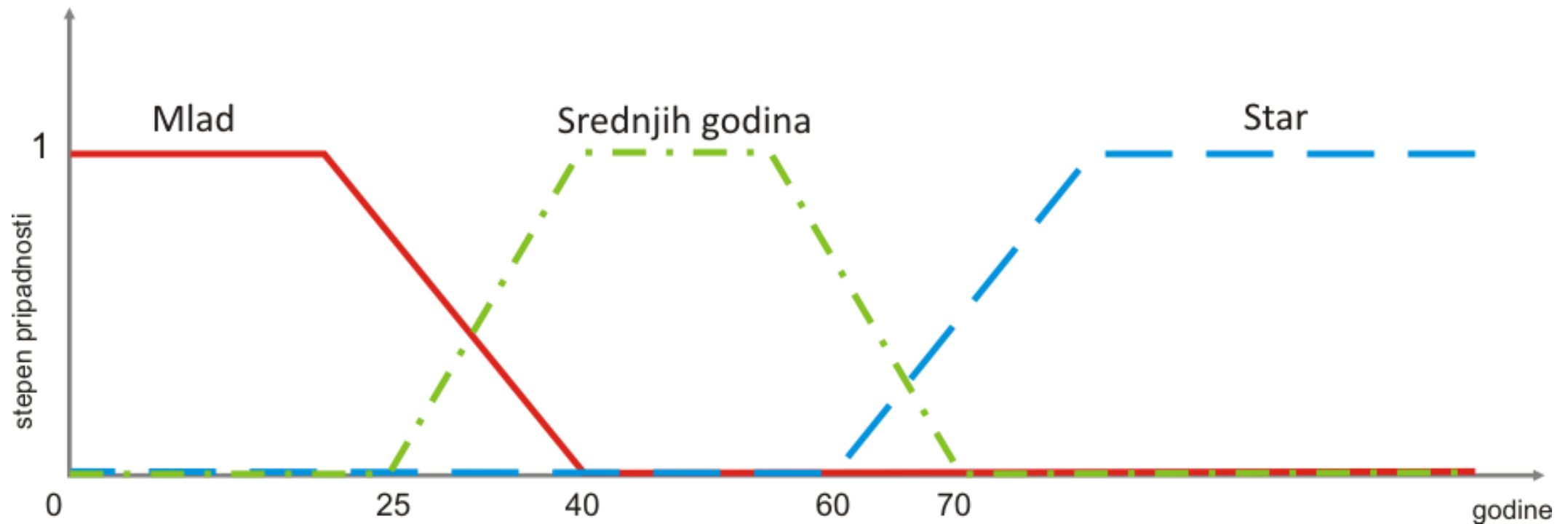
In summary, Example 1 shows that these two types of models possess philosophically different kinds of information: fuzzy memberships, which represent similarities of objects to imprecisely defined properties, and probabilities, which convey information about relative frequencies.

# PRIMER FAZI SKUPOVA

$$\mu_{A_{mlad}}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 20 \\ \frac{40 - x}{40 - 20}, & 20 \leq x < 40 \\ 0, & x \geq 40 \end{cases}$$

$$\mu_{A_{sr\_god}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 25 \text{ ili } x \geq 70 \\ \frac{x - 25}{40 - 25}, & 25 < x < 40 \\ 1, & 40 \leq x \leq 55 \\ \frac{70 - x}{70 - 55}, & 55 < x < 70 \end{cases}$$

$$\mu_{A_{star}}(x) = \begin{cases} 0, & x < 60 \\ \frac{x - 80}{80 - 60}, & 60 \leq x < 80 \\ 1, & x \geq 80 \end{cases}$$



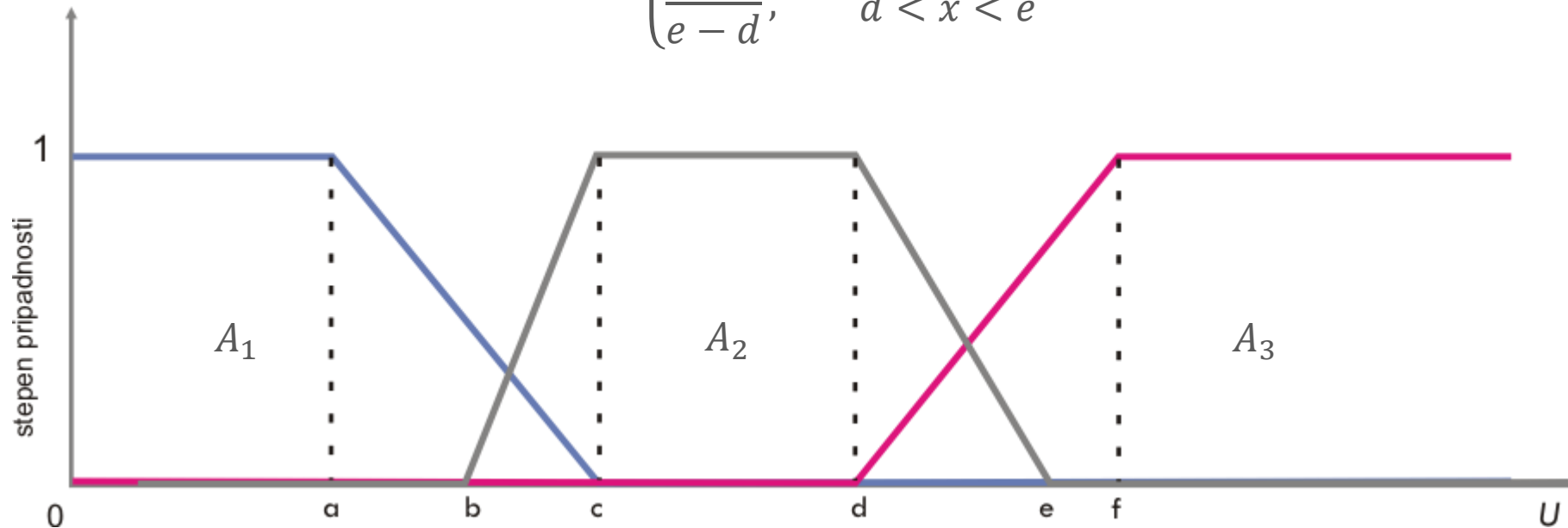
# RAZLIČITI OBLICI FUNKCIJE PRIPADNOSTI

- Trapezna funkcija pripadnosti
- Trougaona funkcija pripadnosti
- Singltoni
- S, Z i zvonasta funkcija pripadnosti

# RAZLIČITI OBLICI FUNKCIJE PRIPADNOSTI

## Trapezoidna funkcija pripadnosti

$$\mu_{A_1}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < a \\ \frac{c-x}{c-a}, & a \leq x < c \\ 0, & x \geq c \end{cases}$$
$$\mu_{A_2}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq b \text{ ili } x \geq e \\ \frac{x-b}{c-b}, & b < x < c \\ 1, & c \leq x \leq d \\ \frac{e-x}{e-d}, & d < x < e \end{cases}$$
$$\mu_{A_3}(x) = \begin{cases} 0, & x < d \\ \frac{x-f}{f-d}, & d \leq x < f \\ 1, & x \geq f \end{cases}$$

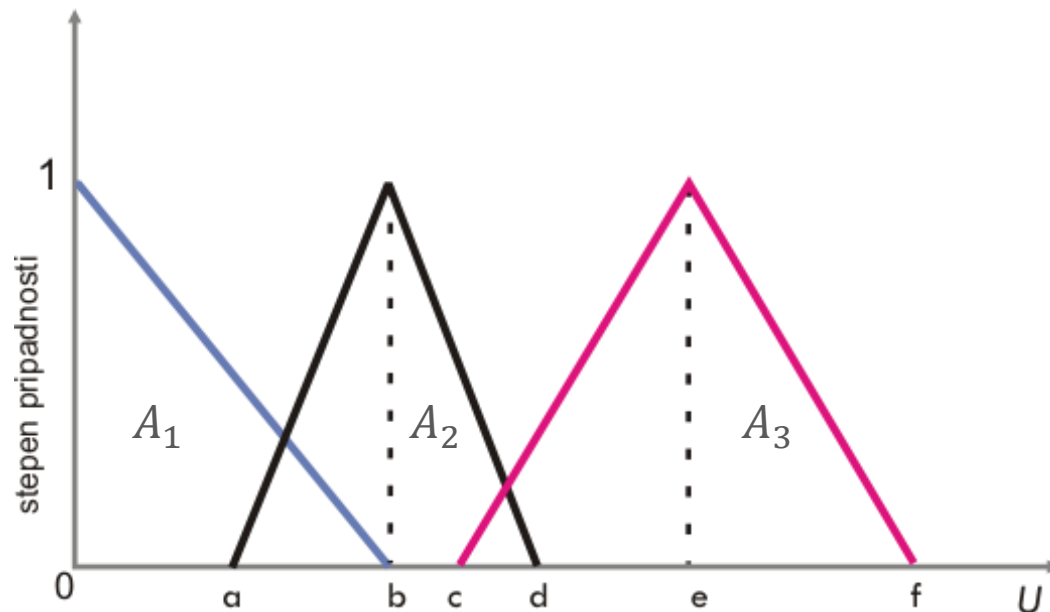


# RAZLIČITI OBLICI FUNKCIJE PRIPADNOSTI

## Trougaona funkcija pripadnosti

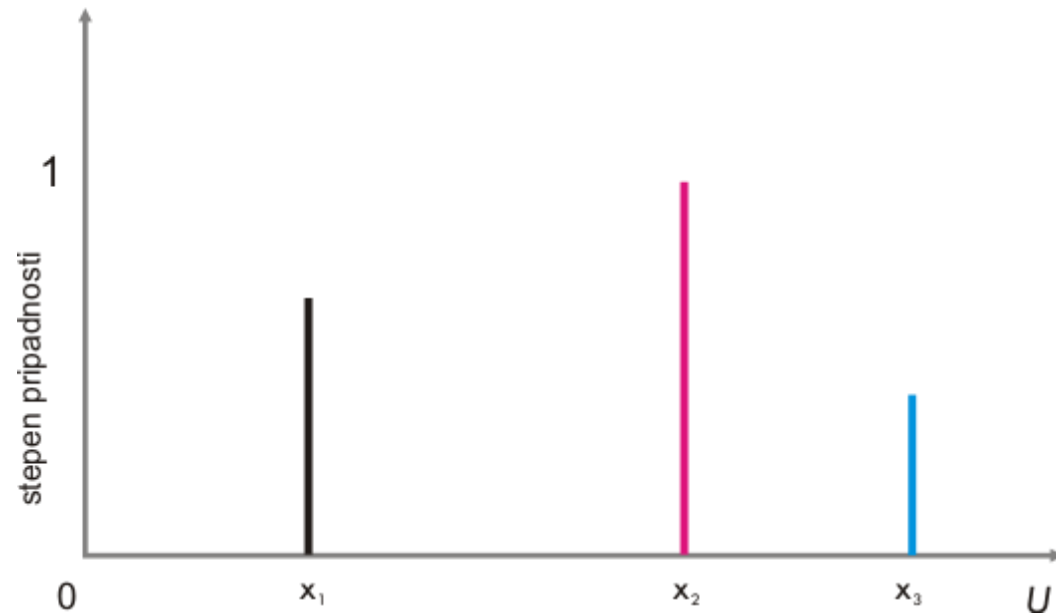
$$\mu_{A_1}(x) = \begin{cases} \frac{b-x}{b}, & 0 \leq x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases}$$

$$\mu_{A_2}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ ili } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ \frac{d-x}{d-b}, & b < x < d \end{cases}$$



# RAZLIČITI OBLICI FUNKCIJE PRIPADNOSTI

## Singltoni



$$A = 0.7/x_1 + 1/x_2 + 0.4/x_3$$

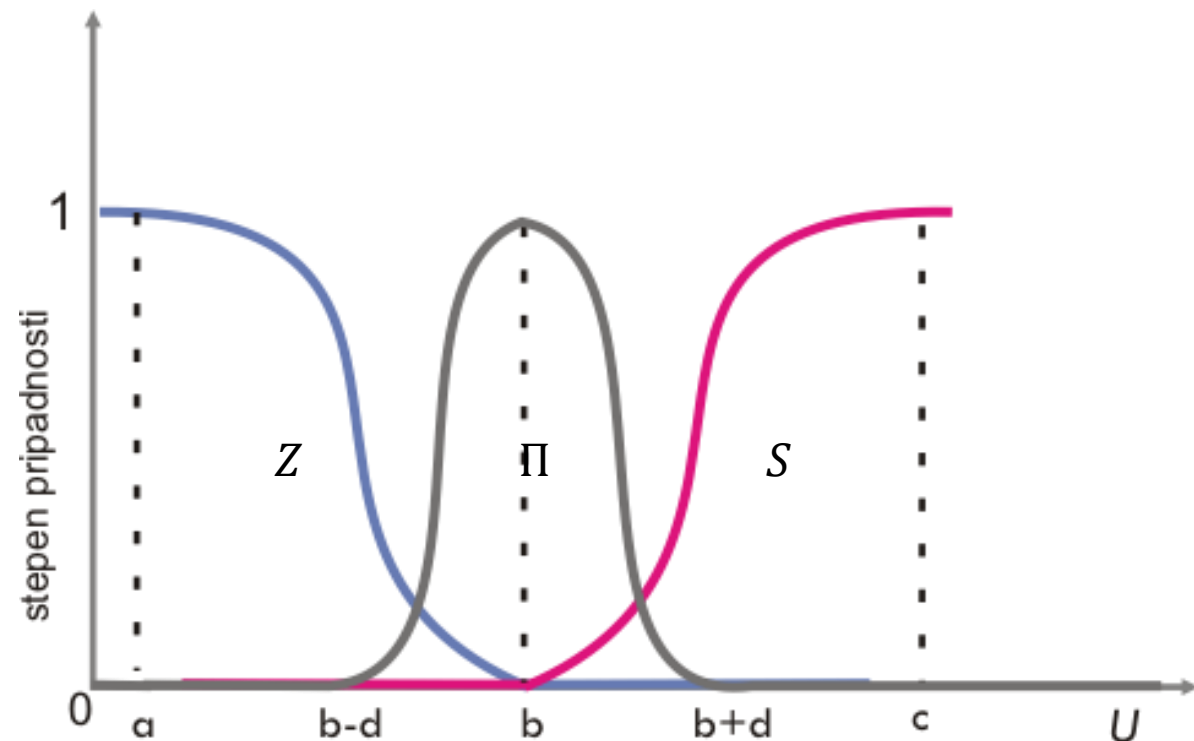
# RAZLIČITI OBLICI FUNKCIJE PRIPADNOSTI

## Zvonasta funkcija pripadnosti

$$S(x, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq b \\ 2 \frac{(x - b)^2}{(c - b)^2}, & b < x \leq \frac{b + c}{2} \\ 1 - 2 \frac{(c - x)^2}{(c - b)^2}, & \frac{b + c}{2} \leq x < c \\ 1, & x \geq c \end{cases}$$

$$Z(x, a, b) = 1 - S(x, a, b)$$

$$\Pi(x, d, b) = \begin{cases} S(x, b - d, b) & x \leq b \\ Z(x, b, b + d) & x > b \end{cases}$$



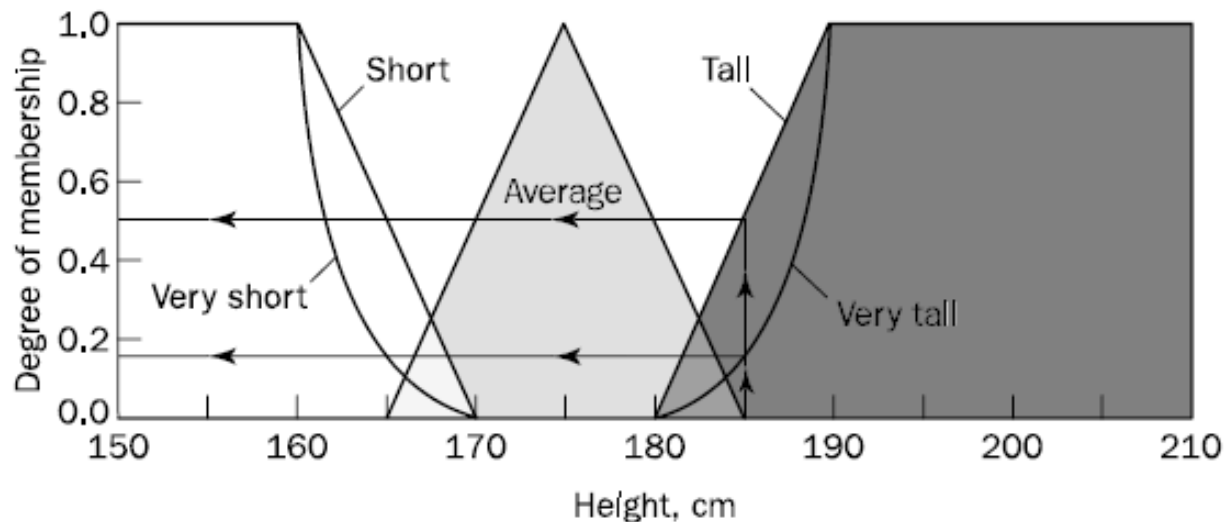
# LINGVISTIČKE PROMENLJIVE

- Lingvistička promenljiva je promenljiva čije su vrednosti reči ili rečenice prirodnog jezika.
- *Starosno doba (godine)* predstavljaju lingvističku promenljivu čije su vrednosti mlad, ne tako mlad, srednjih godina, star...
- Lingvističke promenljive mogu biti predstavljene fazi skupom.



# MODIFIKATORI LINGVISTIČKIH VREDNOSTI

Posebni izrazi prirodnog jezika koji služe za promenu osnovnih lingvističkih vrednosti.



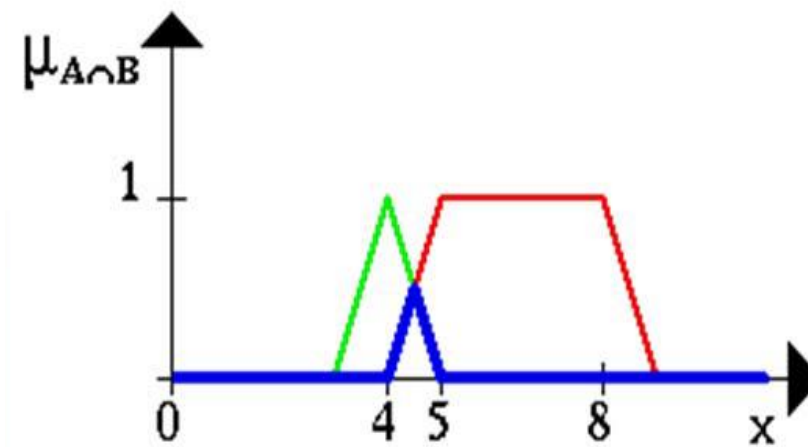
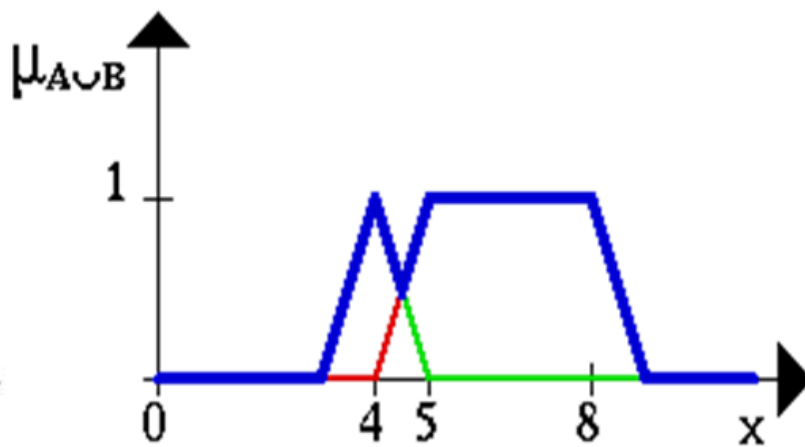
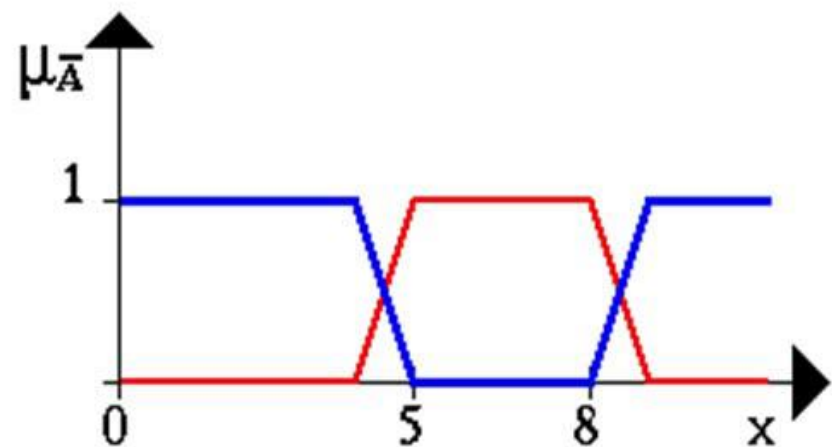
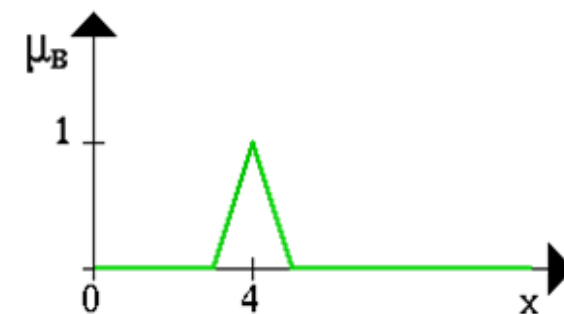
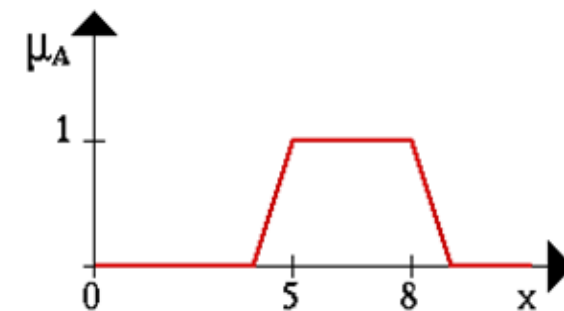
Hedge	Mathematical expression	Graphical representation
A little	$[\mu_A(x)]^{1.3}$	
Slightly	$[\mu_A(x)]^{1.7}$	
Very	$[\mu_A(x)]^2$	
Extremely	$[\mu_A(x)]^3$	
More or less	$\sqrt{\mu_A(x)}$	

# OPERACIJE SA FAZI SKUPOVIMA

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$



DEO 3.

# ZAKLJUČIVANJE KROZ FAZI PRAVILA

## KAKO RADE FAZI PRAVILA?

Ako je osoba **visoka** i **okretna** onda može da trenira košarku.

1. Fazi pravila polaze od delimično tačnih činjenica
2. Utvrđuju stepen tačnosti tih činjenica
3. I izvode zaključak koji je tačan u onoj meri u kojoj su bile tačne polazne činjenice

# FAZI ZAKLJUČIVANJE

- Uobičajeni način za predstavljanje ljudskog znanja je u obliku

**AKO-ONDA** (IF-THEN) pravila

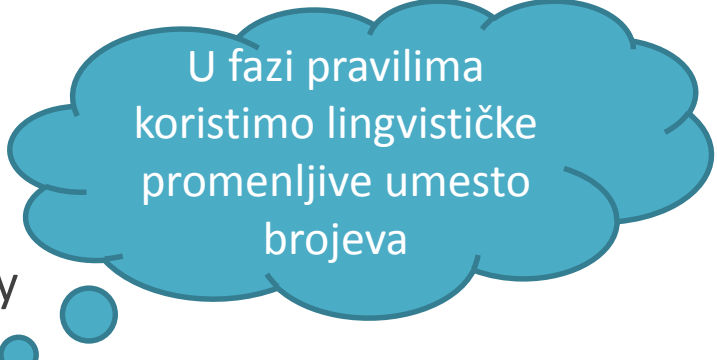
**AKO** *važi premisa A* **ONDA** *je zaključak C*

Crisp

IF temperatura\_vode > 45  
THEN okreni\_ventil\_na\_levo\_za\_ugao 30

Fuzzy

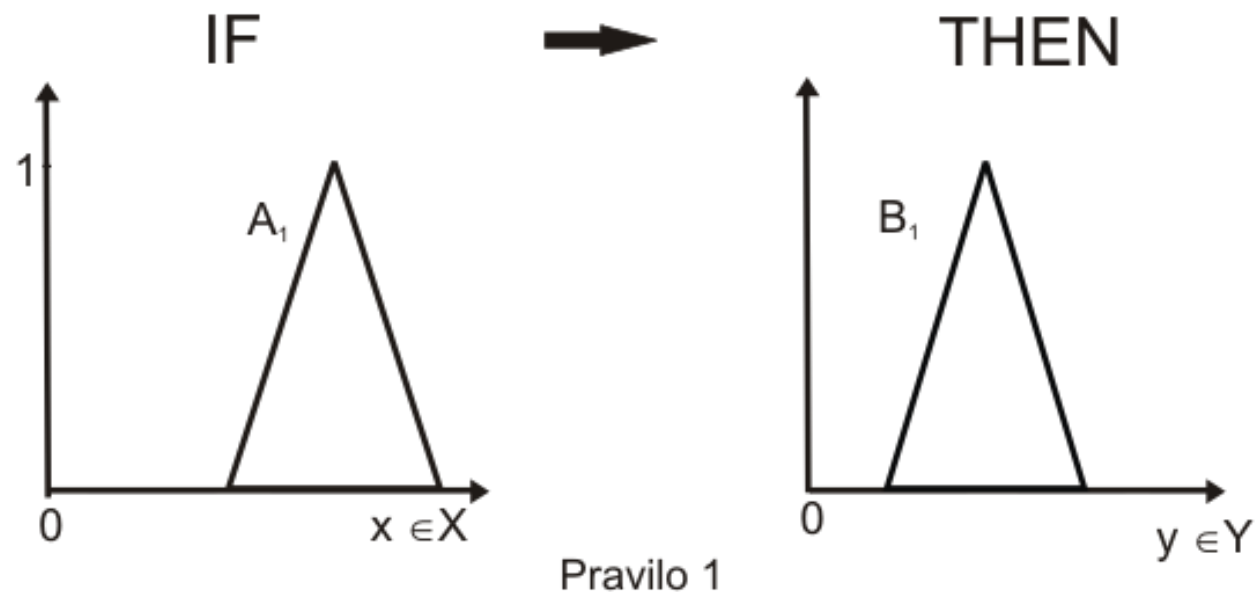
IF voda je **vruca**  
THEN okreni ventil malo na **levo**



U fazi pravilima  
koristimo lingvističke  
promenljive umesto  
brojeva

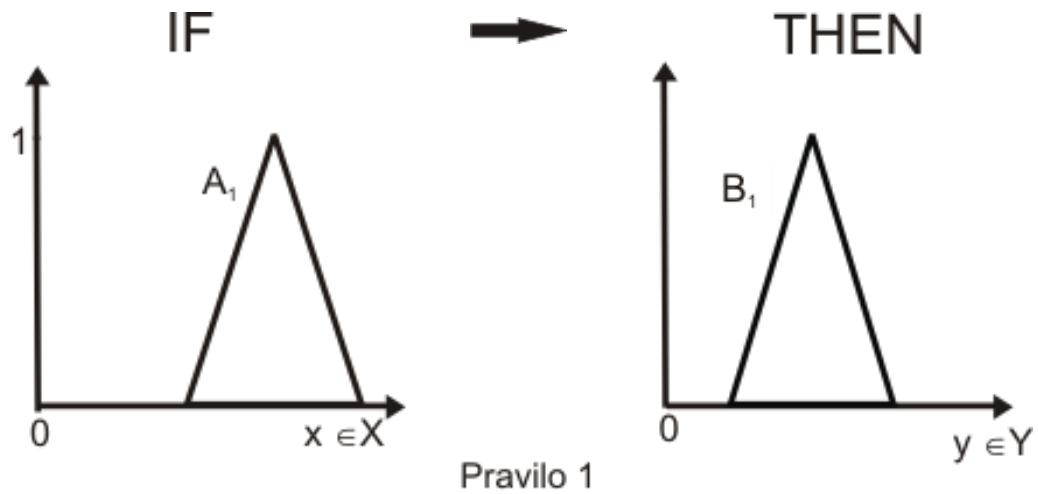
# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI

Ako važi  $X$  je  $A_1$  onda važi  $Y$  je  $B_1$



Ako važi **voda je vruća** onda važi **promena\_temperature je mala**

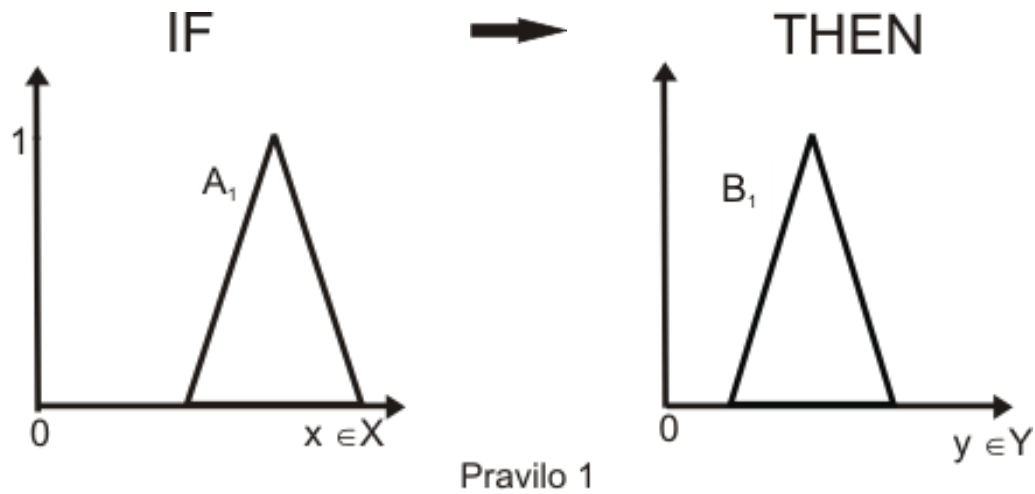
# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI



Pravilo 1:

Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI



Pravilo 1:

Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

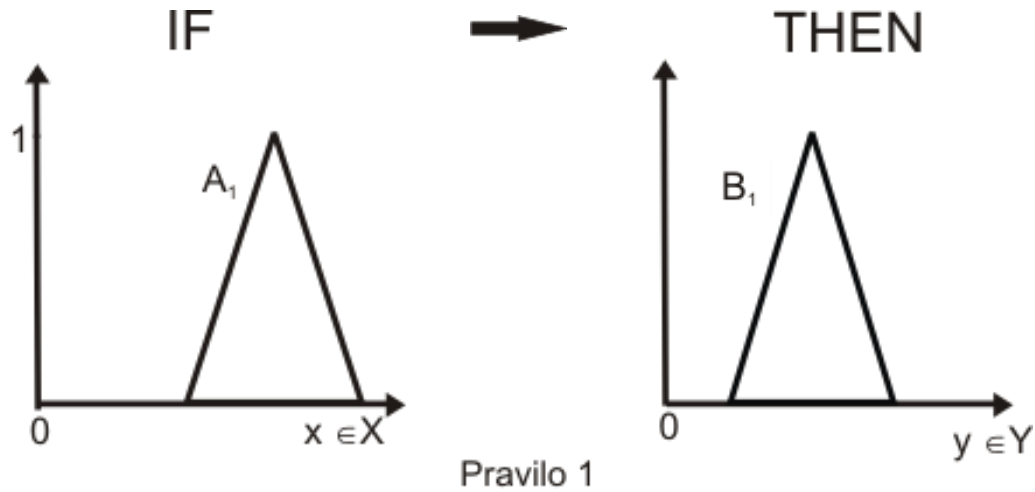
---

Pravilo 1:

Ako važi **voda je vruća** onda važi **promena\_temperature je mala**



# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI



Pravilo 1:

Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

Činjenica 1:

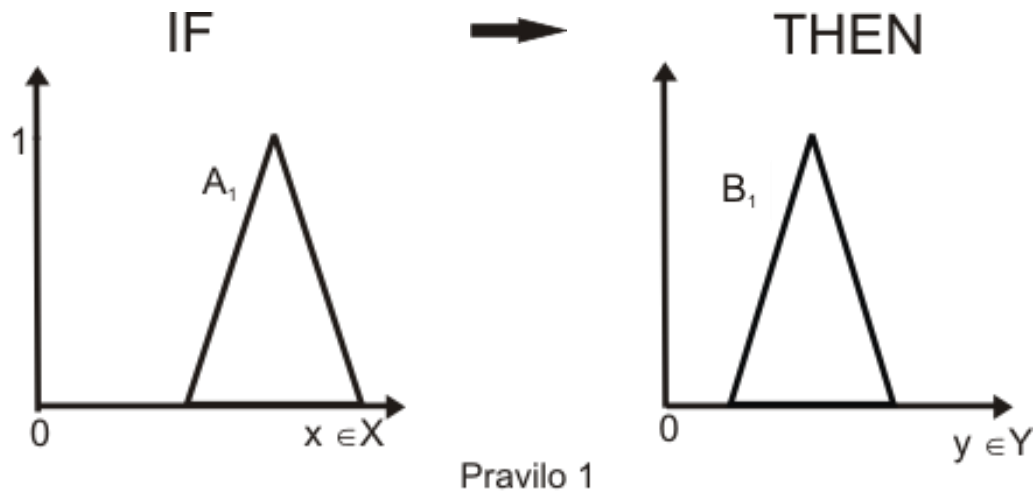
**$X$  je  $A'$**

---

Pravilo 1:

Ako važi **voda je vruća** onda važi **promena\_temperature je mala**

# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI



Pravilo 1:

Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

Činjenica 1:

**$X$  je  $A'$**

---

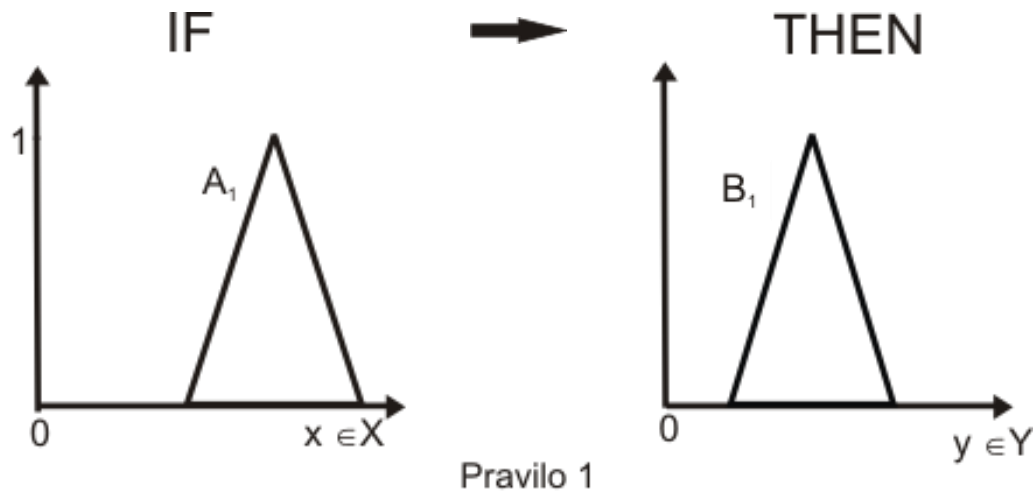
Pravilo 1:

Ako važi **voda je vruća** onda važi **promena\_temperature je mala**

Činjenica 1:

Voda je topla

# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI

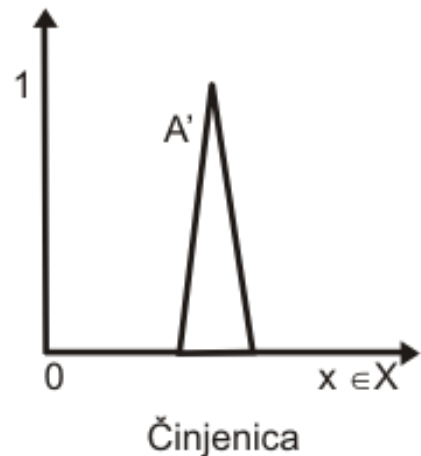


Pravilo 1:

Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

Činjenica 1:

**$X$  je  $A'$**



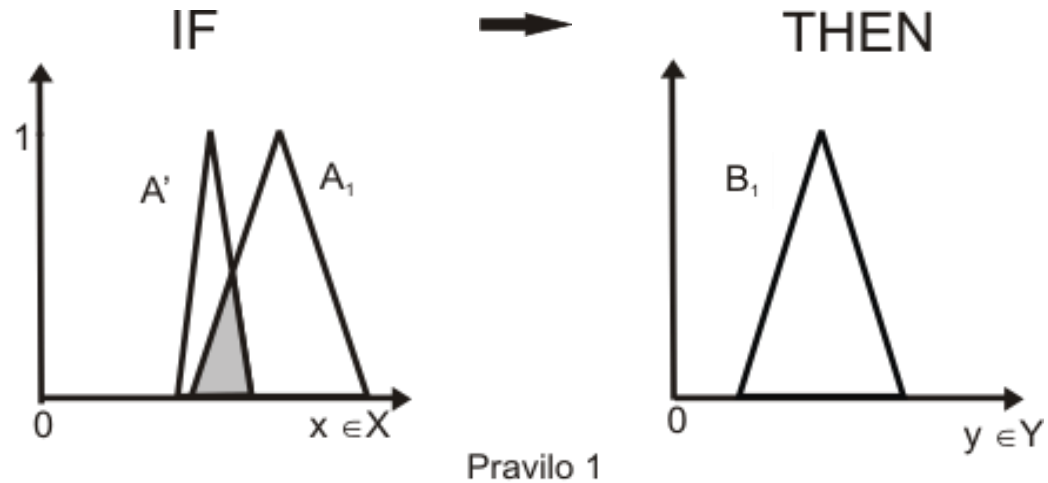
Pravilo 1:

Ako važi **voda je vruća** onda važi **promena\_temperature je mala**

Činjenica 1:

Voda je topla

# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI

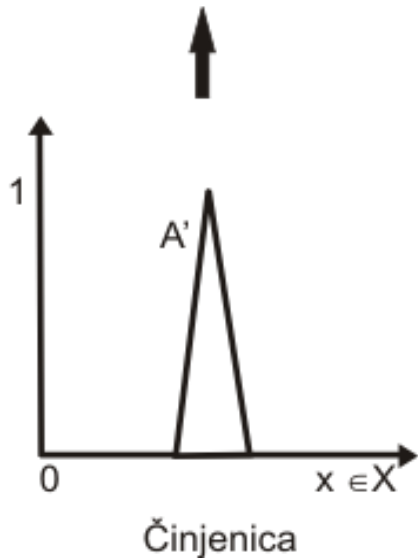


Pravilo 1:

Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

Činjenica 1:

**$X$  je  $A'$**



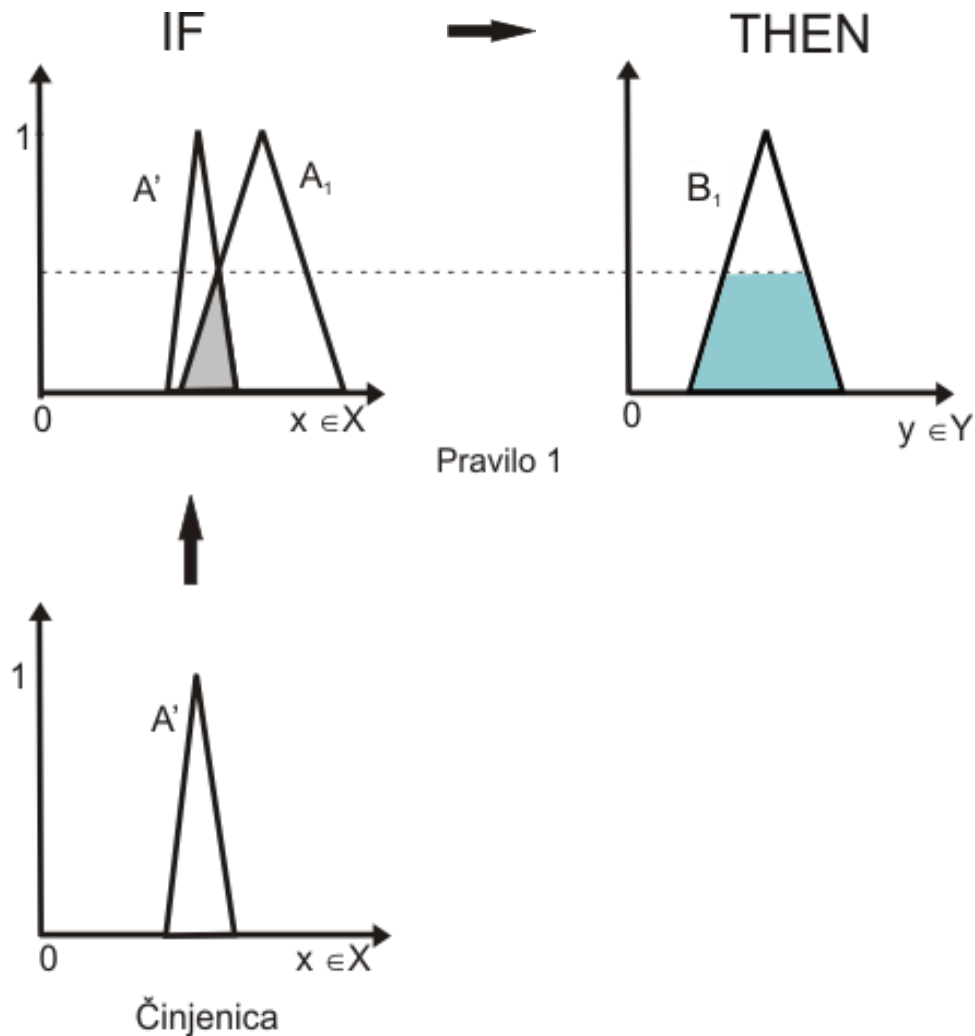
Pravilo 1:

Ako važi **voda je vruća** onda važi **promena\_temperature je mala**

Činjenica 1:

Voda je topla

# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI



Pravilo 1:

Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

Činjenica 1:

**$X$  je  $A'$**

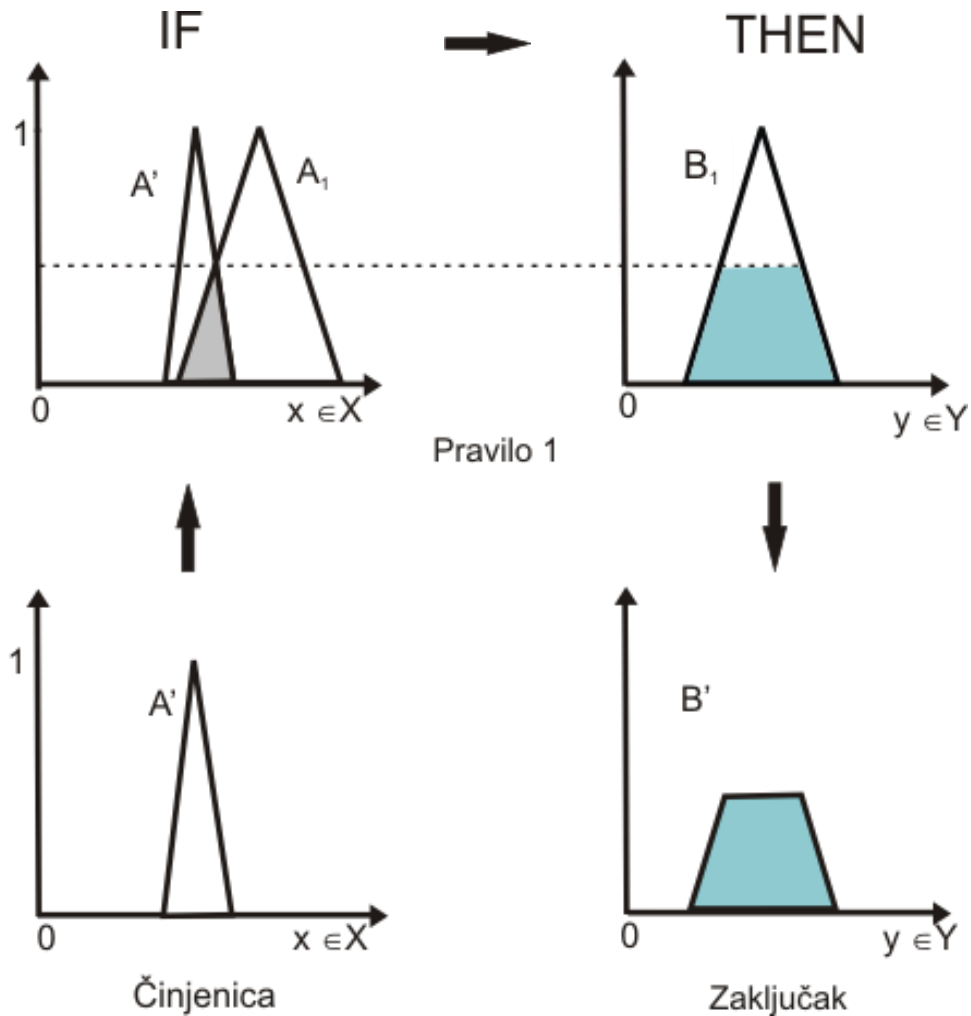
Pravilo 1:

Ako važi **voda je vruća** onda važi **promena\_temperature je mala**

Činjenica 1:

Voda je topla

# GRAFIČKI PRIKAZ POSTUPKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI



Pravilo 1: Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

Činjenica 1:  **$X$  je  $A'$**

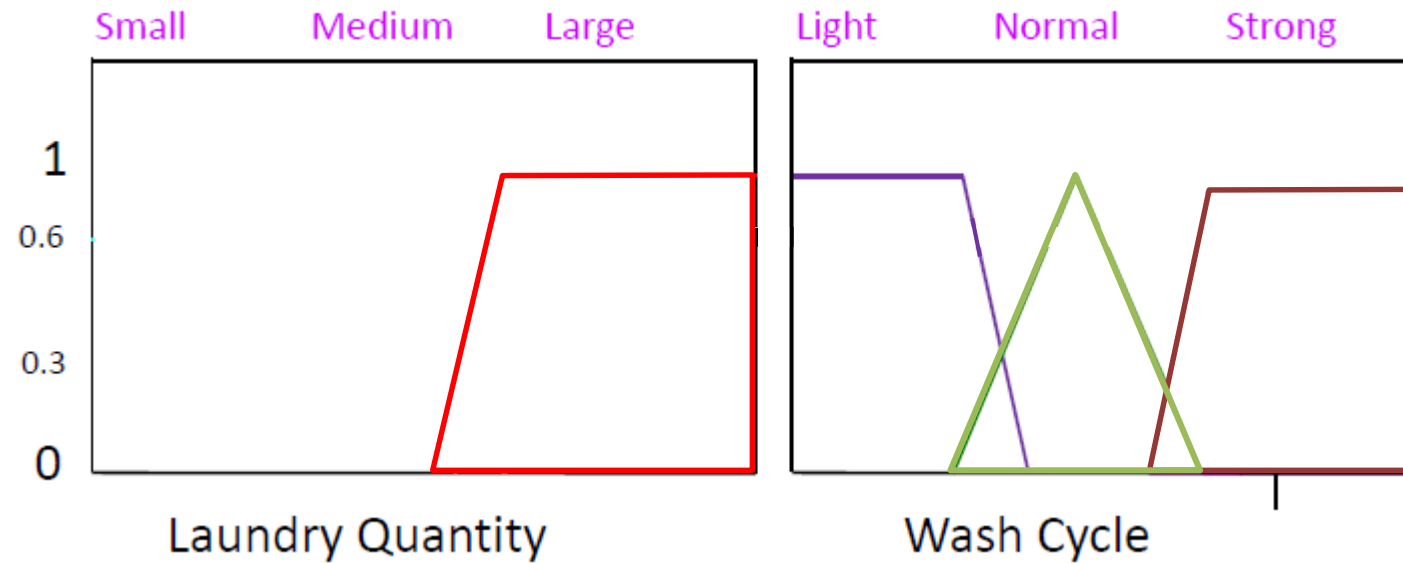
---

Zaključak:  **$Y$  je  $B'$**

Rezultat fazi zaključivanja je fazi skup

## PRIMER

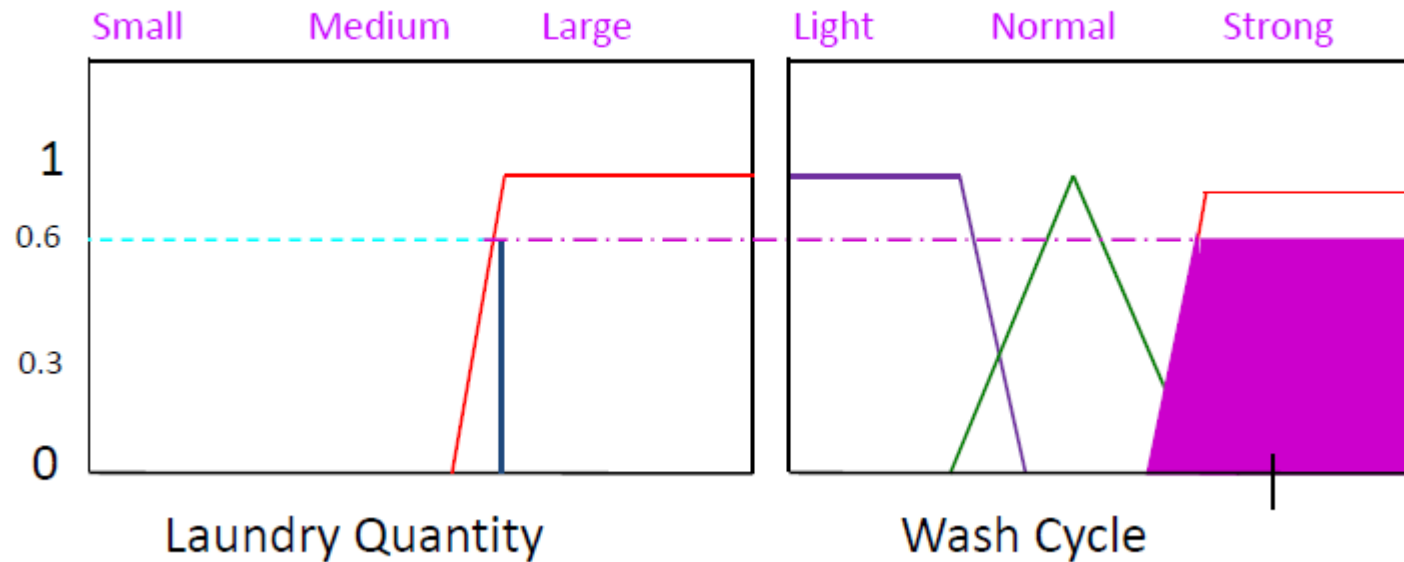
If Laundry quantity is large (*Fuzzy*) then wash cycle is strong (*Fuzzy*)



## PRIMER

If Laundry quantity is large (*Fuzzy*) then wash cycle is strong (*Fuzzy*)

Washing machine needs a NON-fuzzy information.





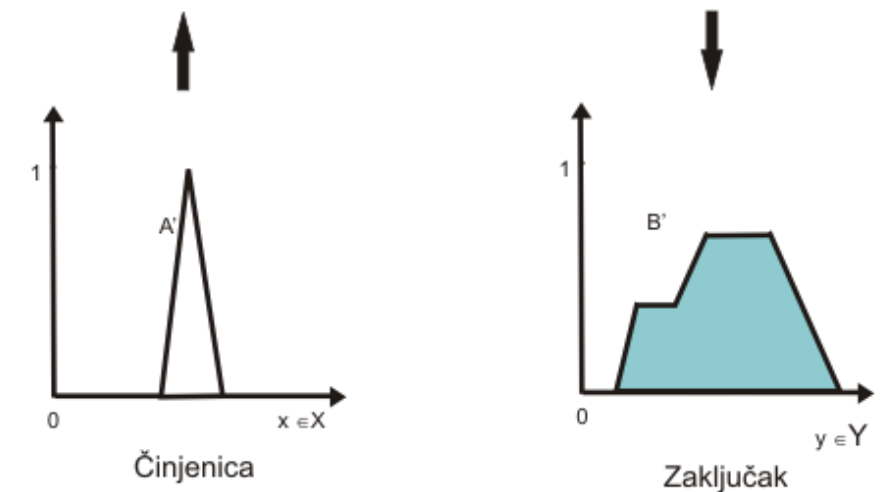
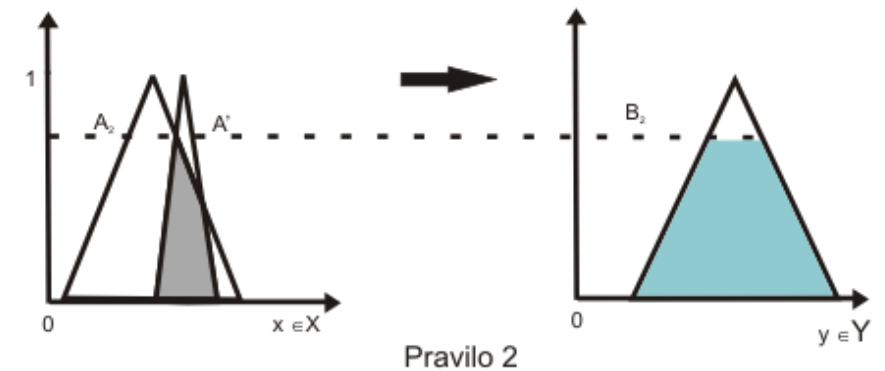
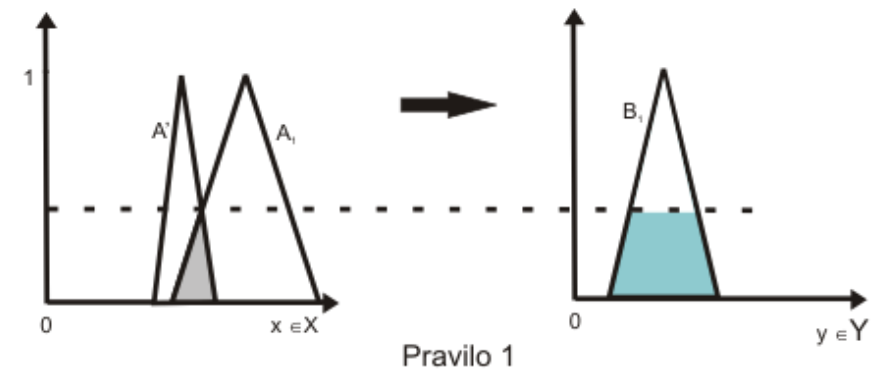
## PRIMER FAZI ZAKLJUČIVANJA SA DVA PRAVILA

Pravilo 1: Ako važi  **$X$  je  $A_1$**  onda važi  **$Y$  je  $B_1$**

Pravilo 2: Ako važi  **$X$  je  $A_2$**  onda važi  **$Y$  je  $B_2$**

Činjenica 1:  **$X$  je  $A'$**

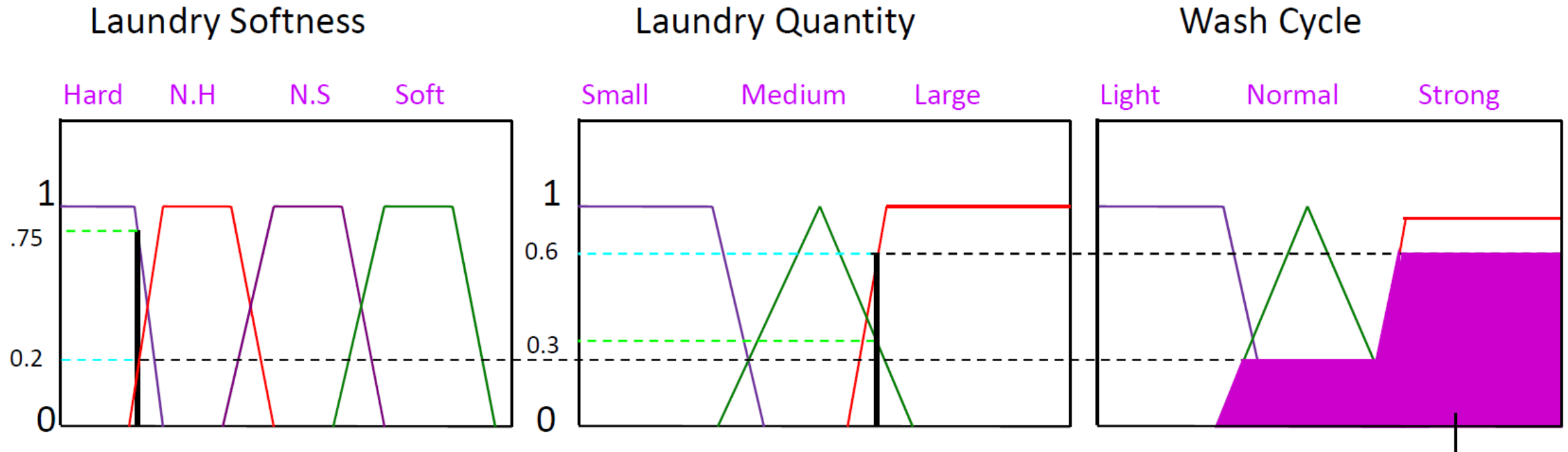
Zaključak:  **$Y$  je  $B'$**



## PRIMER

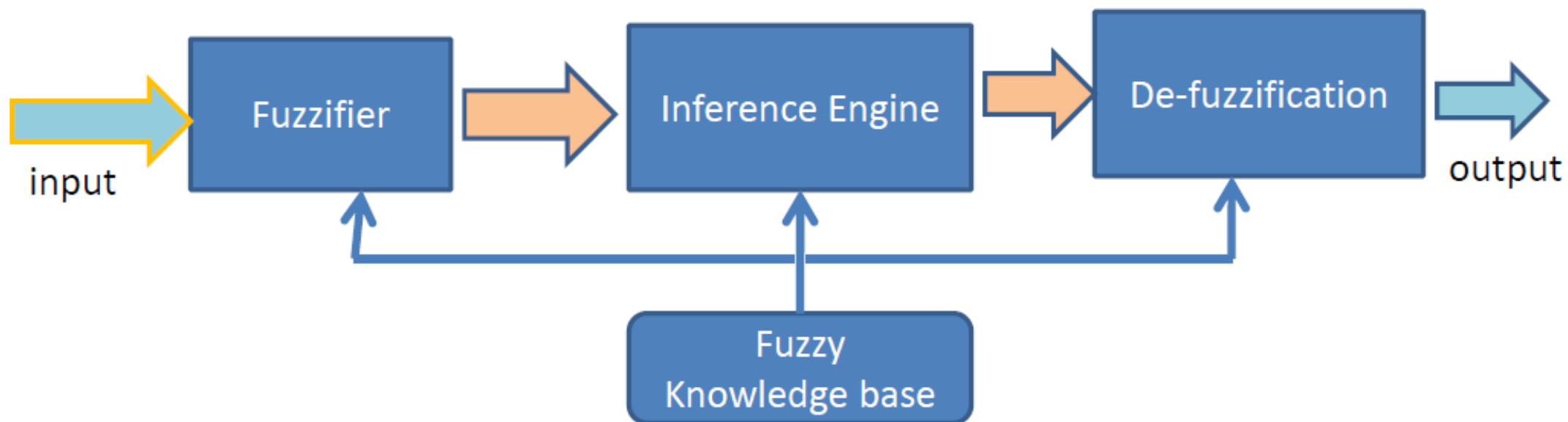
Rule 1: If Laundry quantity is LARGE and Laundry softness is HARD then wash cycle is strong.

Rule 2: If Laundry quantity is MEDIUM and Laundry softness is NOT SO HARD then wash cycle is normal.



## DEFAZIFIKACIJA

- Poslednji korak u procesu fuzi zaključivanja je defazifikacija.
- Konačni rezultat fazi sistema često mora biti jedan broj.
- Ulaz za proces defazifikacije je fazi skup kojim je opisan rezultat fazi zaključivanja, a izlaz je jedan broj.



# DEFAZIFIKACIJA

- Defazifikacija je proces prevođenja fazi skupa u jednu numeričku vrednost.
- Postoji više različitih metoda defazifikacije:
  - Centroid - centar gravitacije (*Center of Gravity, COG*)
  - Srednja vrednost maksimuma (*Mean of Maxima, MOM*)

# CENTROID DEFAZIFIKACIJA

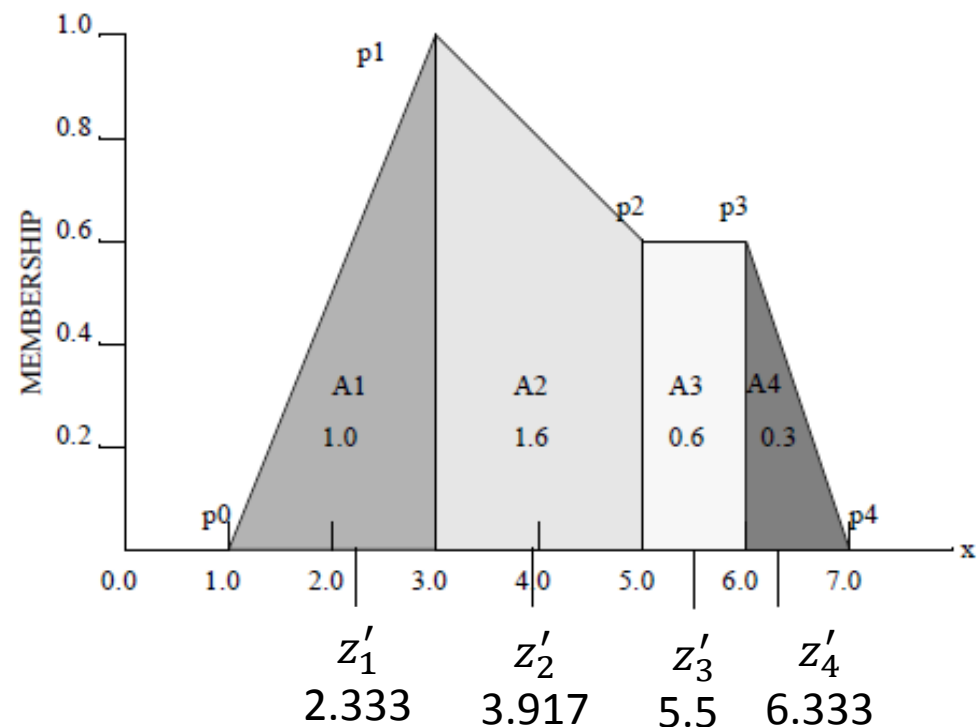
*Center of gravity*

- $$z^* = \frac{\int_{z \in U} z \cdot \mu(z) dz}{\int_{z \in U} \mu(z) dz}$$

Pojednostavljena COG u FuzzyCLIPS-u:

- $$z^* = \frac{\sum_{i=1}^n z'_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

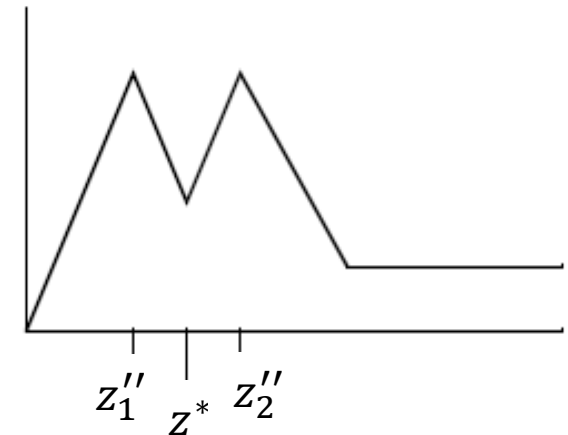
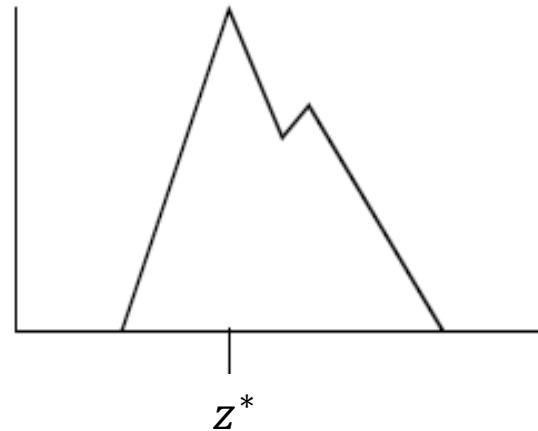
$A_i$  je površina  
figure čije je  
težište  $z_i$

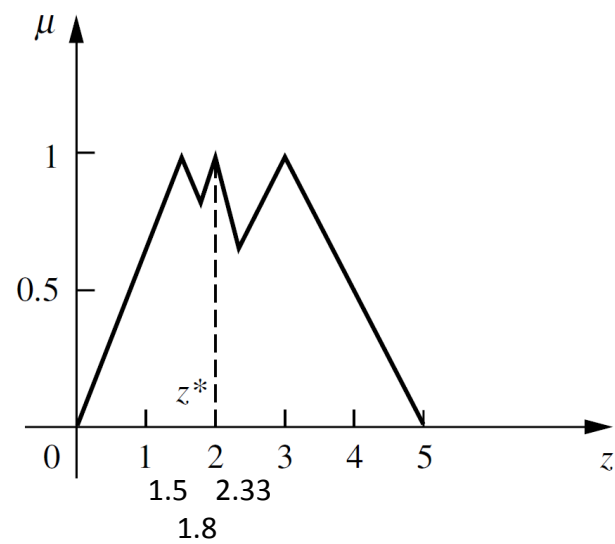
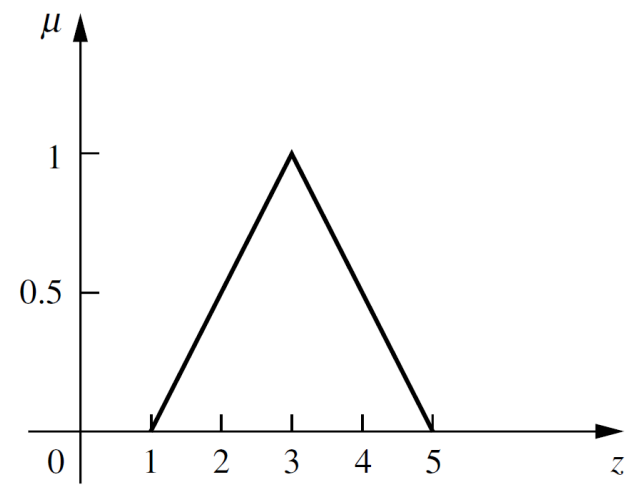
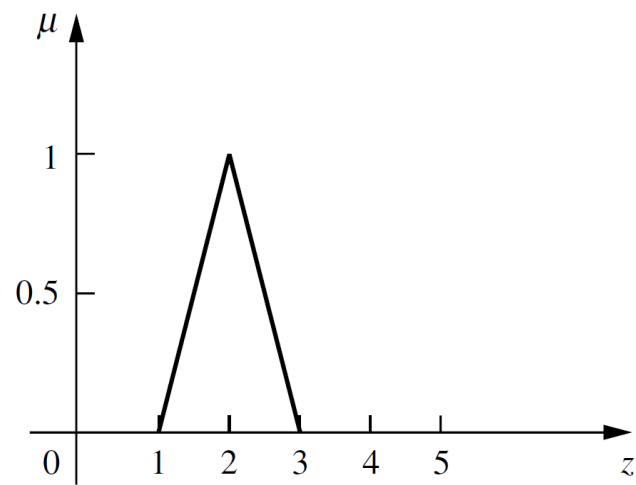
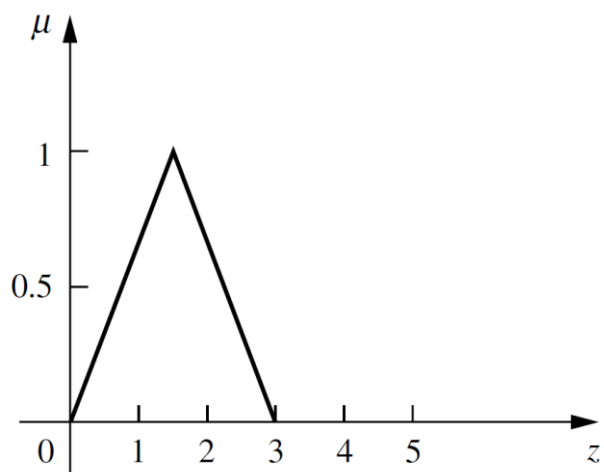


$$z^* = \frac{2.333 \cdot 1.0 + 3.917 \cdot 1.6 + 5.5 \cdot 0.6 + 6.333 \cdot 0.3}{1.0 + 1.6 + 0.6 + 0.3} = 3.943$$

# SREDNJA VREDNOST MAKSIMUMA

- MOM kao rezultat defazifikacije daje tačku u kojoj je dostignuta maksimalna vrednost funkcije pripadnosti.
- U slučaju da postoji više tačaka u kojima je funkcija pripadnosti dostigla maksimum, tada se kao rezultat defazifikacije uzima prosečna vrednost svih tačaka maksimuma.
- $z^* = \sum_{j=1}^J \frac{z_j''}{J}$ ,  $z_j''$  su tačke iz univerzalnog skupa u kojima funkcija pripadnosti ima maksimalnu vrednost, a  $J$  je ukupan broj tih tačaka.





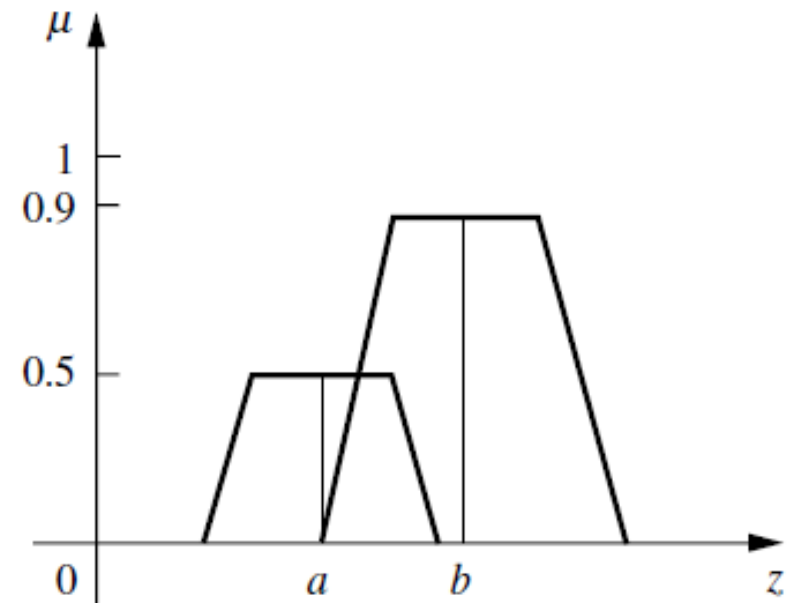
# METOD PONDERISANOG PROSEKA

## *Weighted average method*

- Može se koristiti samo kada su funkcije pripadnosti simetrične.
- Vršiti se ponderisanje svake funkcije pripadnosti odgovarajućim maksimalnim stepenom pripadnosti.

- $$Z^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_A(\bar{z}_i) \cdot \bar{z}_i}{\sum_{i=1}^n \mu_A(\bar{z}_i)}$$

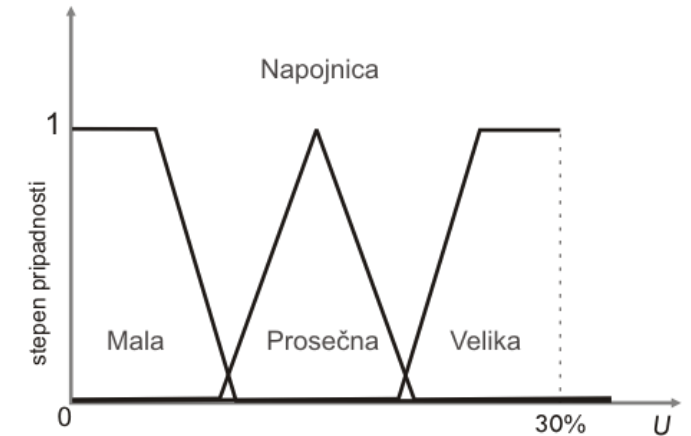
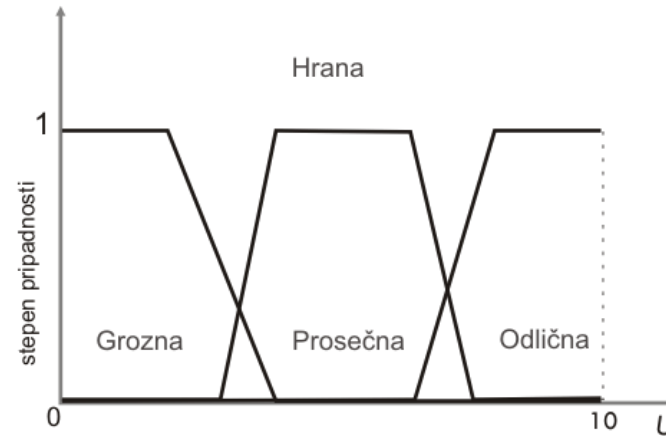
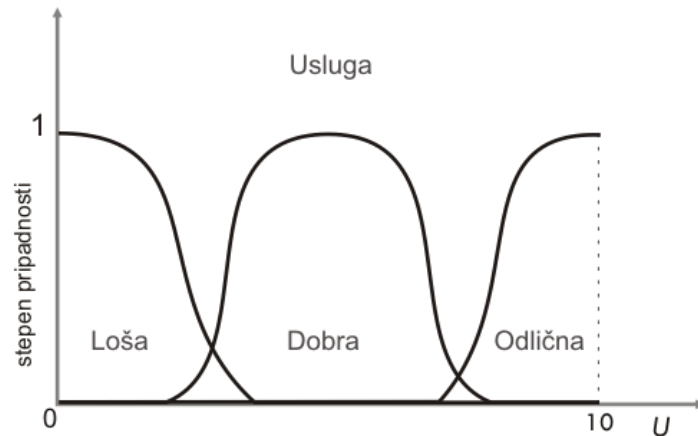
$$z^* = \frac{a(0.5) + b(0.9)}{0.5 + 0.9}$$





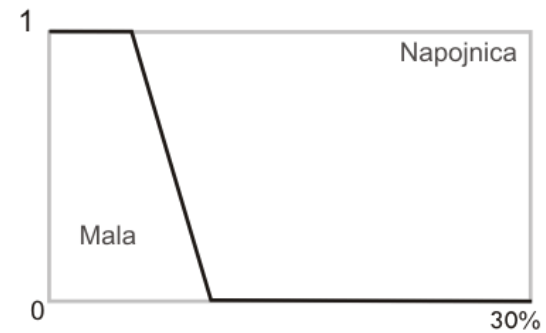
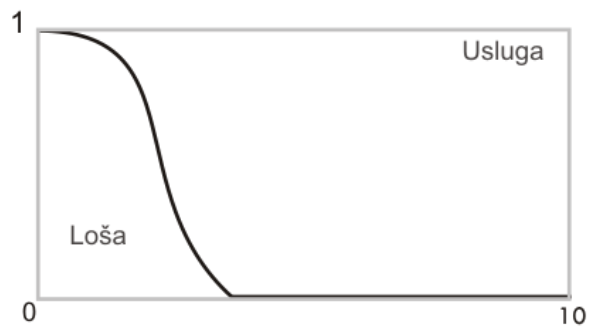
# PRIMER FAZI ZAKLJUČIVANJA SA TRI PRAVILA

Lingvističke promenljive:

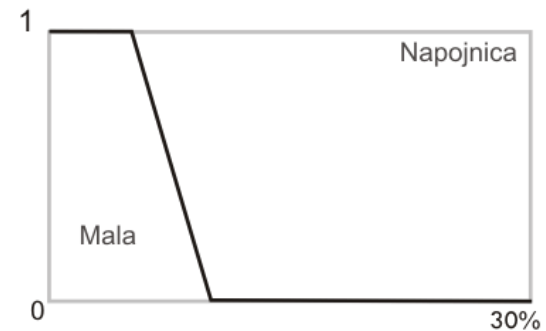
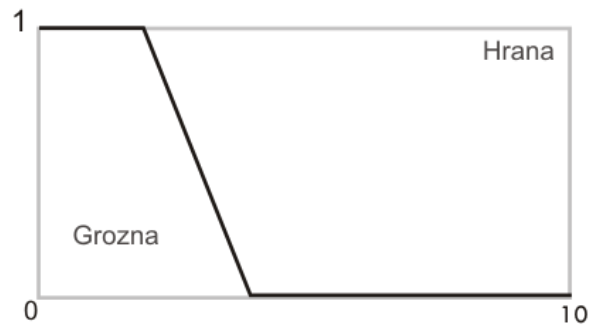
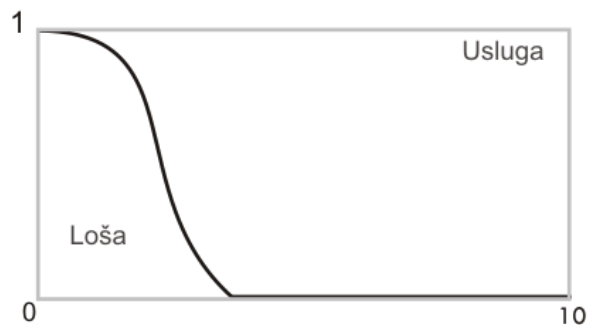


Pravila:

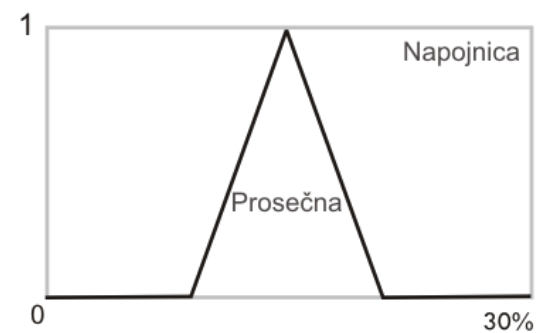
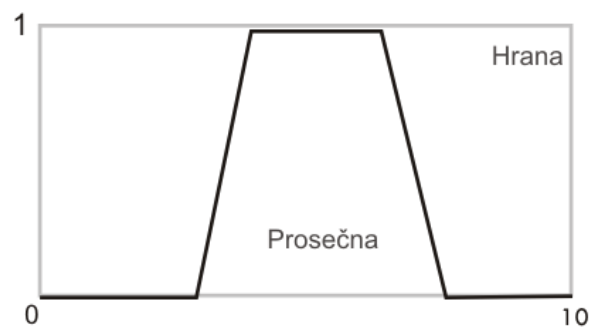
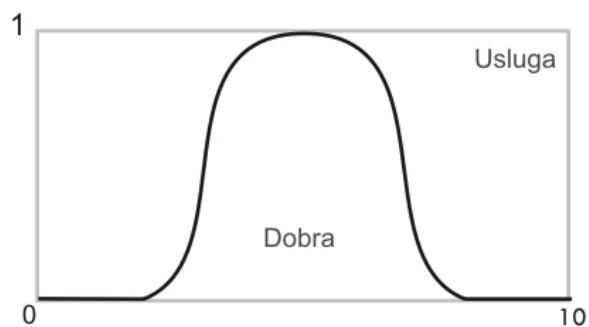
- |    |                   |     |                   |      |                       |
|----|-------------------|-----|-------------------|------|-----------------------|
| IF | Usluga je loša    | OR  | Hrana je grozna   | THEN | Napojnica je mala     |
| IF | Usluga je dobra   | AND | Hrana je prosečna | THEN | Napojnica je prosečna |
| IF | Usluga je odlična | OR  | Hrana je odlična  | THEN | Napojnica je velika   |



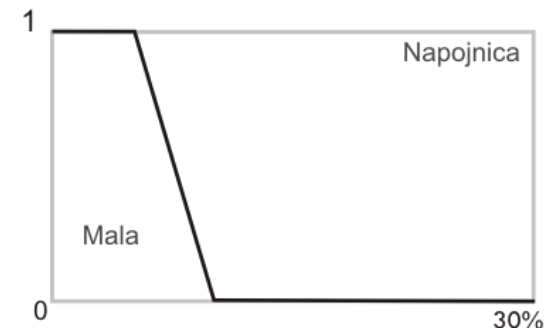
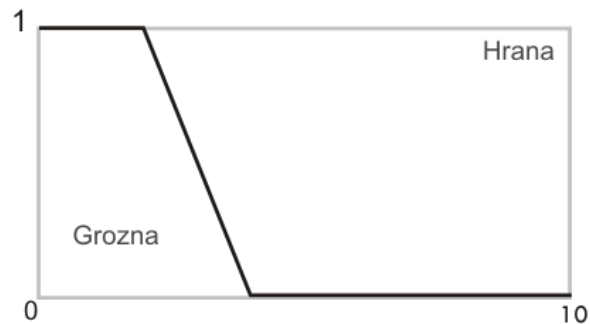
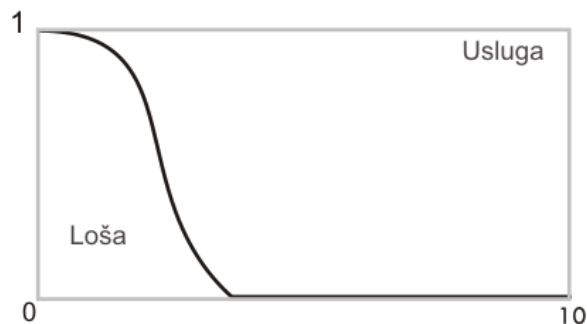
IF Usluga je loša OR Hrana je grozna THEN Napojnica je mala



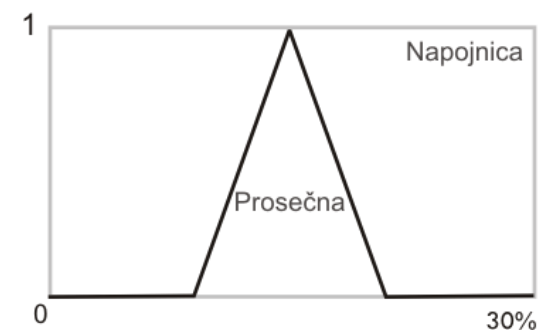
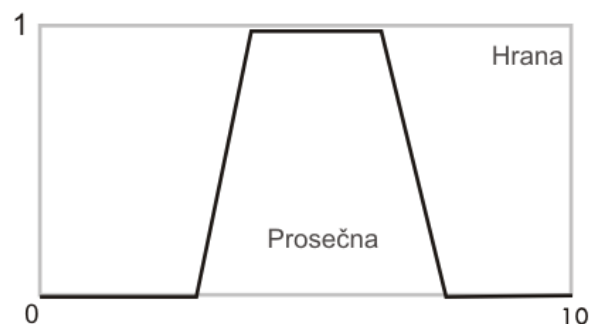
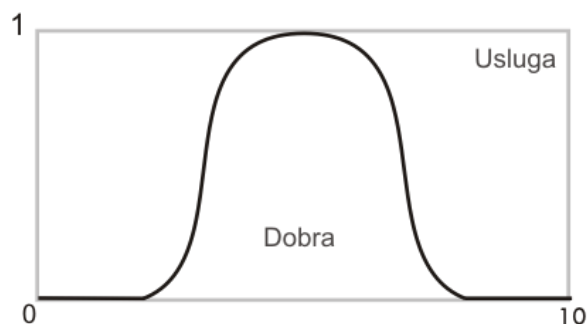
IF Usluga je loša OR Hrana je grozna THEN Napojnica je mala



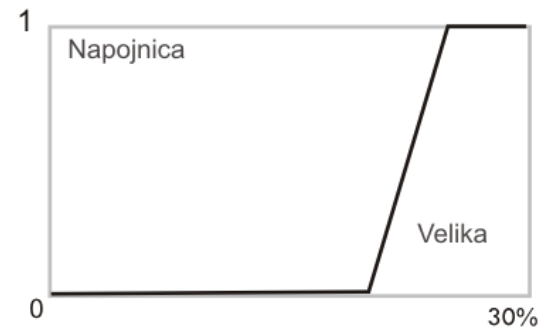
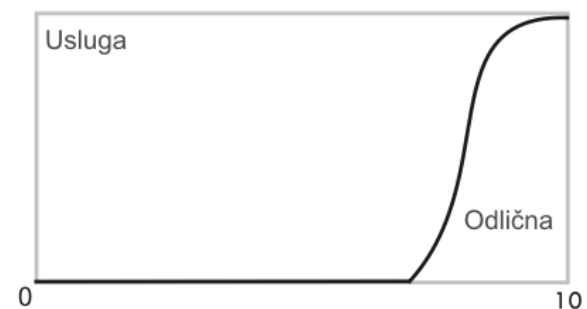
IF Usluga je dobra AND Hrana je prosečna THEN Napojnica je prosečna



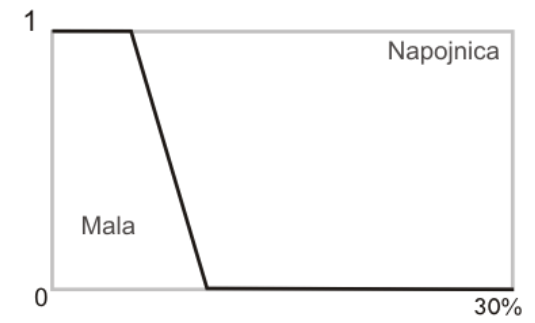
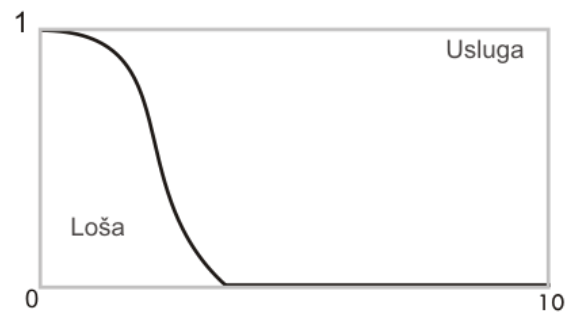
IF Usluga je loša OR Hrana je grozna THEN Napojnica je mala



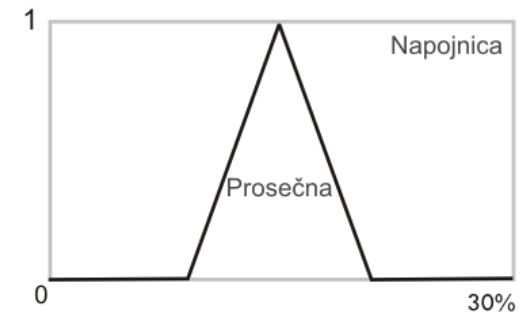
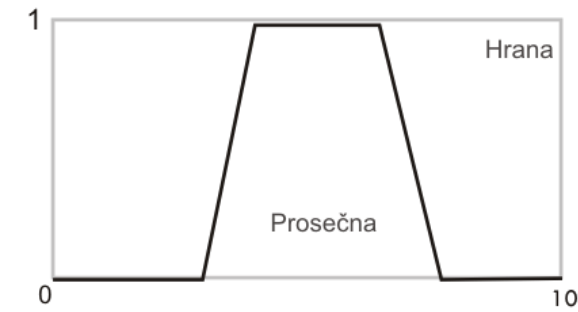
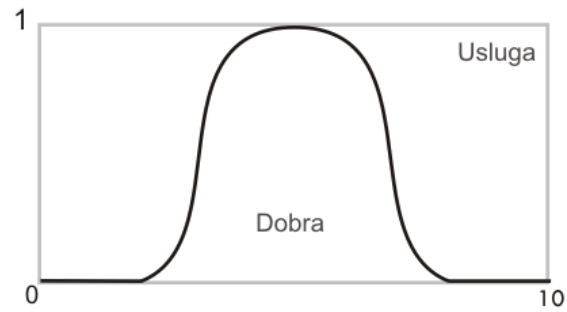
IF Usluga je dobra AND Hrana je prosečna THEN Napojnica je prosečna



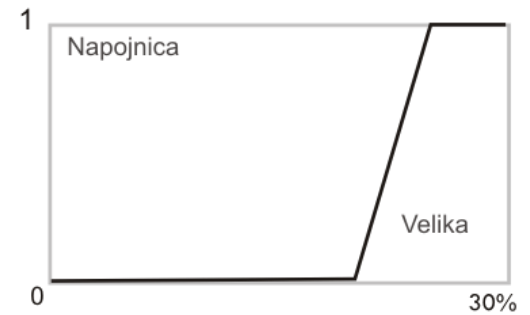
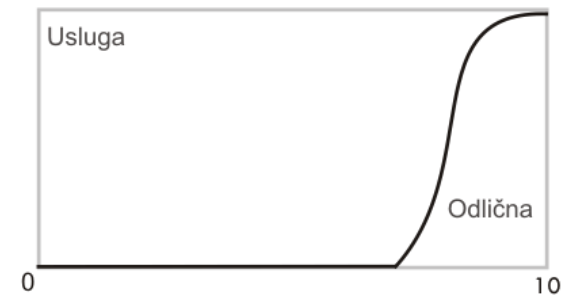
IF Usluga je odlična OR Hrana je odlična THEN Napojnica je velika



IF Usluga je loša OR Hrana je grozna THEN Napojnica je mala



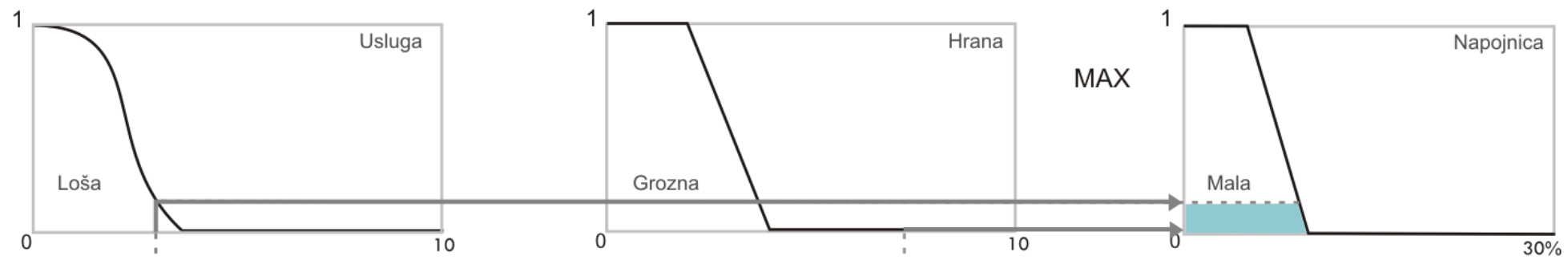
IF Usluga je dobra AND Hrana je prosečna THEN Napojnica je prosečna



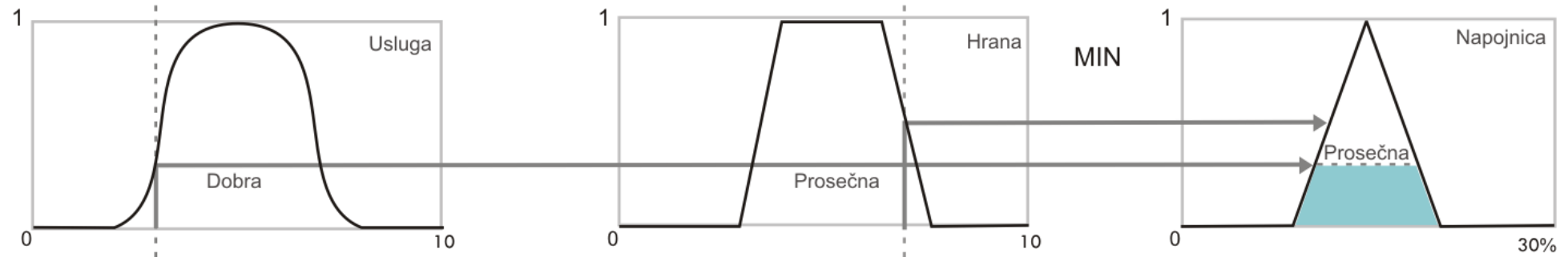
IF Usluga je odlična OR Hrana je odlična THEN Napojnica je velika

Usluga = 3

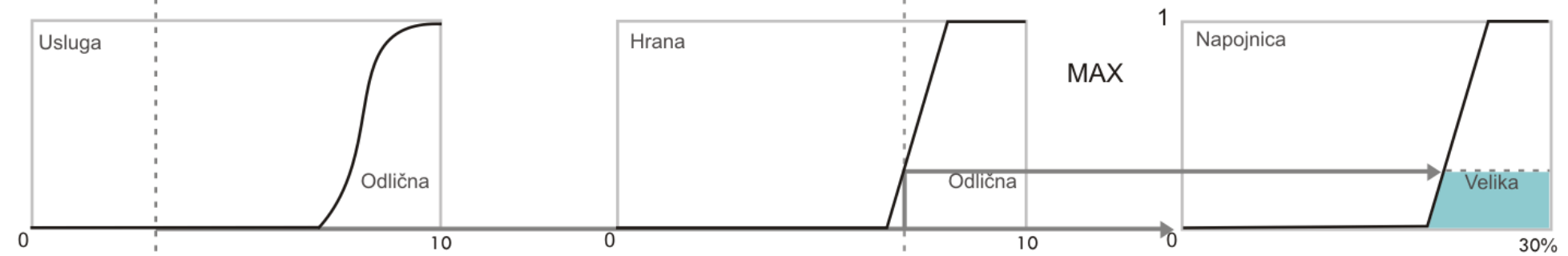
Hrana = 7



IF Usluga je loša OR Hrana je grozna THEN Napojnica je mala



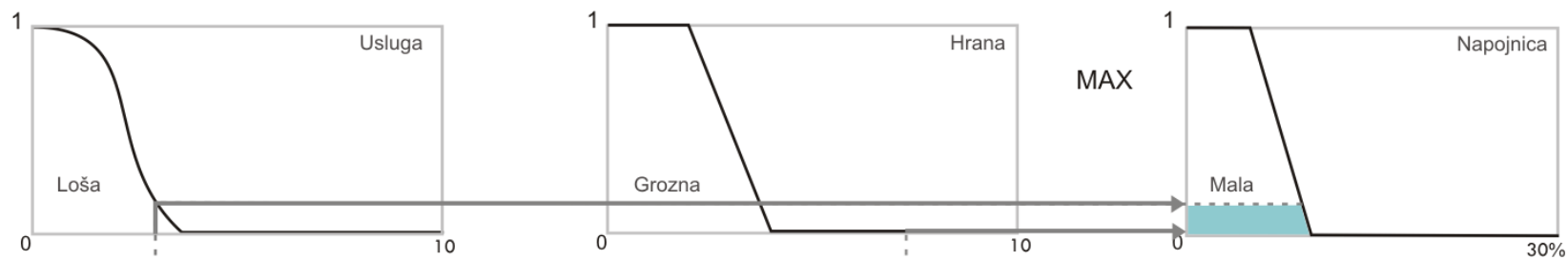
IF Usluga je dobra AND Hrana je prosečna THEN Napojnica je prosečna



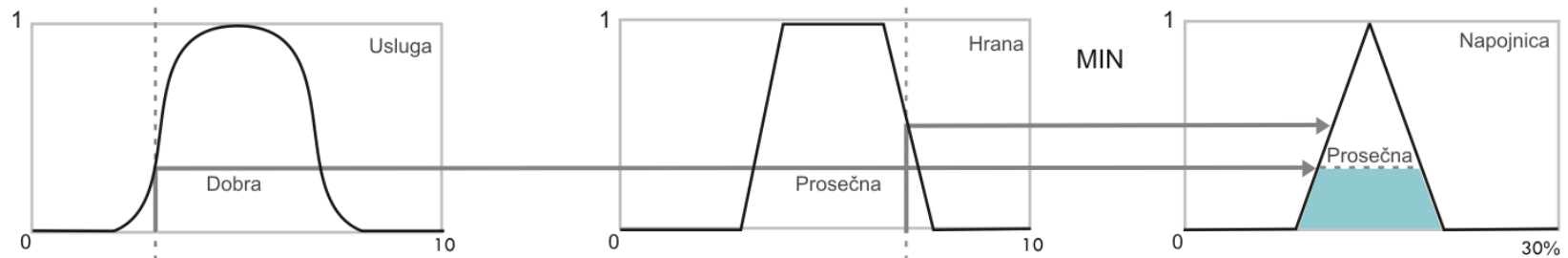
IF Usluga je odlična OR Hrana je odlična THEN Napojnica je velika

Usluga = 3

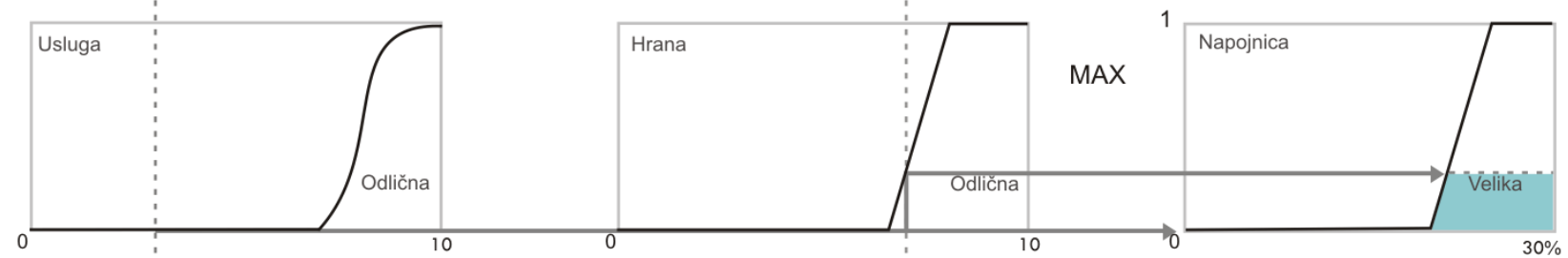
Hrana = 7



IF Usluga je loša OR Hrana je grozna THEN Napojnica je mala



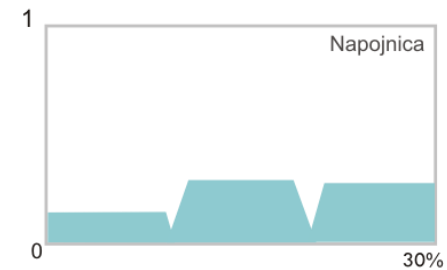
IF Usluga je dobra AND Hrana je prosečna THEN Napojnica je prosečna

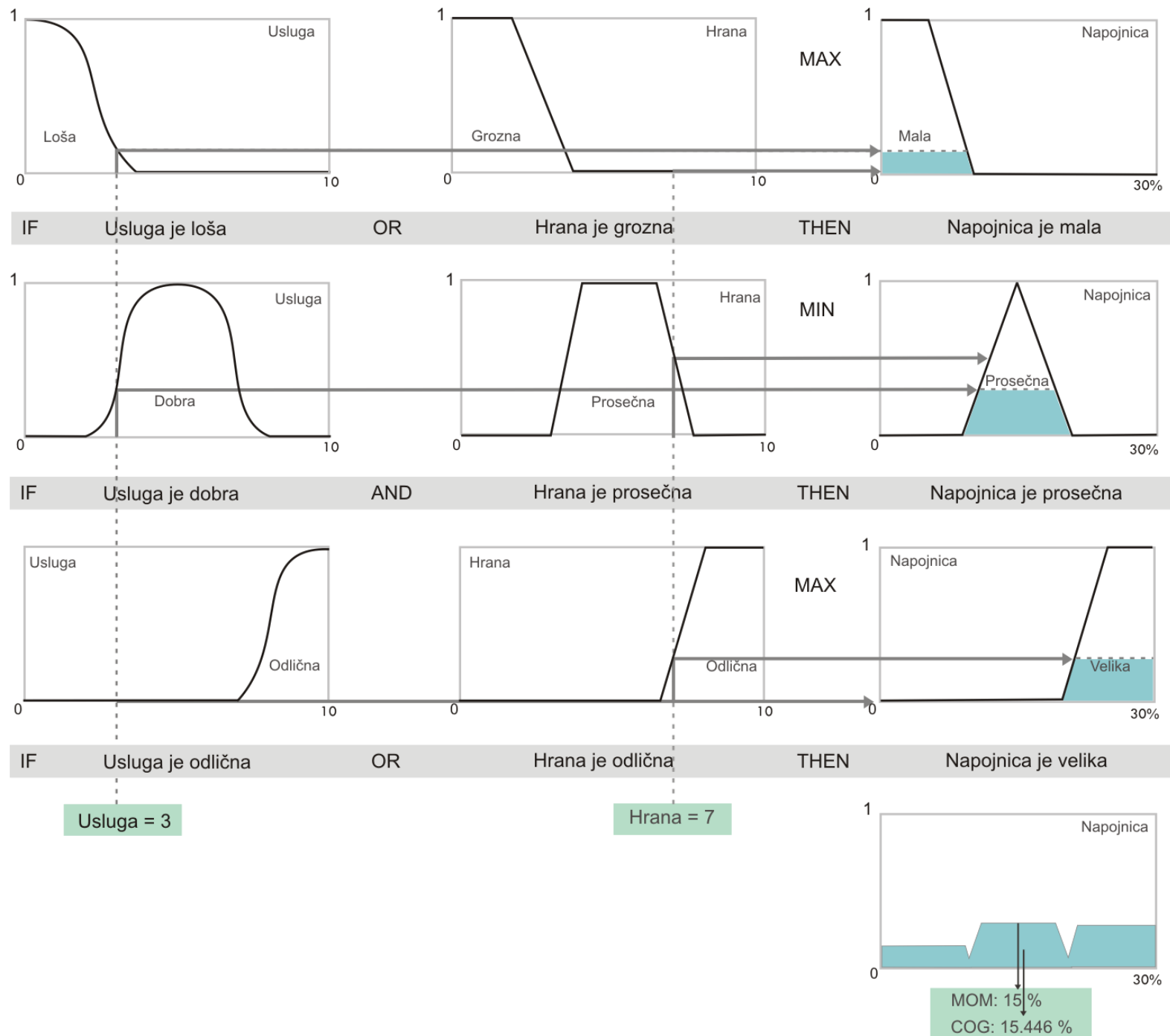


IF Usluga je odlična OR Hrana je odlična THEN Napojnica je velika

Usluga = 3

Hrana = 7

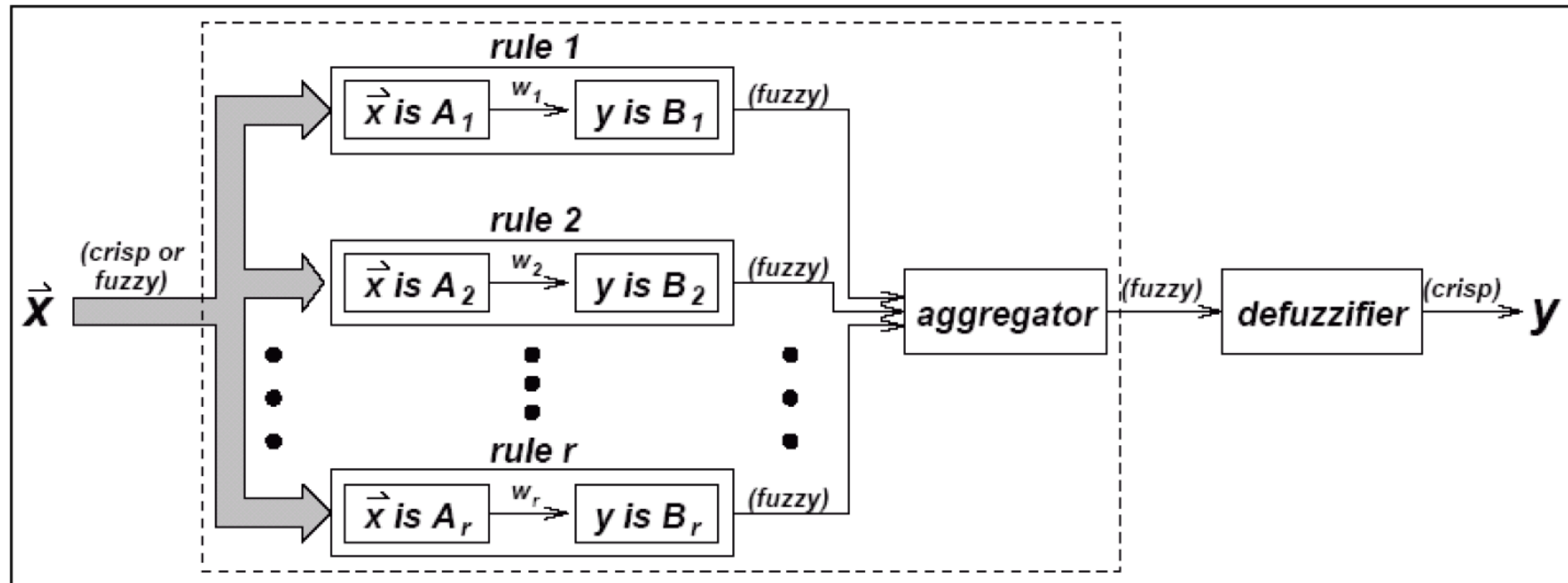






# MAMDANIJEVA TEHNIKA ZAKLJUČIVANJA U FAZI LOGICI

- Fazifikacija ulaznih podataka
- Izvršavanje pravila
- Agregacija zaključaka svih pravila
- Defazifikacija zaključka



# KLASIČNI vs FAZI EKSPERTNI SISTEMI

## Klasični ekspertni sistem

- Pravilo će se izvršiti (doći će se do zaključka nekog pravila) ako su njegove premise tačne.
- Pravilo će se izvršiti ili u potpunosti ili se uopšte neće izvršiti, iz razloga što se koristi klasična "crno-bela" logika za evaluaciju premisa svakog pravila.
- Obično, za datu grupu ulaznih podataka izvršava se samo jedno pravilo, koje kompletno kontroliše izlaz ekspertnog sistema.

## Fazi ekspertni sistem

- U fazi ekspertnom sistemu pravilo će se izvršiti ako je stepen tačnosti premisa veći od nule.
- Pravila u fazi ekspertnom sistemu izvršavaju se do određenog stepena i daju zaključke različitog stepena tačnosti, zavisno od stepena tačnosti svake premise.
- Za datu grupu ulaznih podataka može se izvršiti više od jednog pravila.

- Ross, T.J., *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, John Wiley & Sons, 2004.
- Yager, R.R., and Zadeh, L. A., "*An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems*", Kluwer Academic Publishers, 1991.