

Notas Curso Análisis de datos

Enric Pallas

Julio Sheinbaum

2024-02-07

En el océano conviven una gran cantidad de corrientes de diferentes escalas espaciales y temporales. Las escalas espaciales típicas de la circulación oceánica son la larga escala, la mesoescala, submesoescala, y microescala. La larga escala es del $O(1000\text{ km})$ y esta determinada por la circulación general en el océano como la termohalina y los grandes giros anticiclónicos de las grandes cuencas oceánicas; las escalas temporales de la larga escala varía entre meses y años. La mesoescala esta definida por corrientes del $O(100\text{ km})$ como remolinos, corrientes costeras, filamentos, frentes, etc. Son corrientes mas regionales pero pueden tener gran influencia sobre la circulación general o de larga escala. Sus escalas temporales son de semanas a meses. La submesoescala corresponde a corrientes del $O(10\text{ km})$ de caracter local remolinos, filamentos, frentes, corrientes en playas, puertos, y estuarios. La submesoscala varía temporalmente con rapidez en tiempos que varían de horas a días. Finalmente podemos hablar de la microescala que son remolinos del orden de centímetros a metros y generalmente es la escala característica de la turbulencia que transfiere energía desde la submesoescala hacia la disipación molecular. Aquí podemos hablar de fenómenos del orden de segundos y minutos.

Estadística y conceptos de probabilidad

Porqué estudiar la estadística en oceanografía

A pesar de nuestra formación determinista a la hora de resolver problemas matemáticos y aunque consideremos que las ecuaciones de Navier-Stokes que describen el movimiento del océano son deterministas, la estadística es ampliamente utilizada en oceanografía debido a diferentes razones:

1. Para una descripción completa del océano es necesario especificar una gran cantidad de variables, muchas de las cuales son desconocidas. Un ejemplo de ello son las parametrizaciones que se hacen en oceanografía para describir variables que no pueden medirse directamente. Una parametrización no es nadammas que un modelo estadístico que explica la evolución de una variable dependiente de otras variables independientes. Por ejemplo,

parametrización del esfuerzo del viento en función del corte vertical o parametrización del coeficiente de arrastre en función de la velocidad del viento a 10m de la superficie del océano.

2. El océano es altamente no lineal. La evolución de una cierta variable no se puede estudiar de forma aislada.

Ejemplo:

Supongamos el término de aceleración horizontal en las ecuaciones de Navier Stokes para fluidos incompresibles,

```
\begin{equation}
\frac{\partial \mathbf{u}_h}{\partial t} + \mathbf{u}_h \cdot \nabla_h \mathbf{u}_h
\end{equation}
```

Como ya sabemos por el curso de Mecánica de Fluidos, la aceleración de un fluido es una derivada material y consta de un término local (aceleración local) y de un término advectivo o aceleración advectiva. En general, esta ecuación no se aplica a partículas de agua individuales.

En oceanografía hablamos de continuo. No estamos interesados en las características cinemáticas de las partículas individuales sino en la manifestación promedia del movimiento molecular, es decir, del fluido como un conjunto o continuo. Es decir, asumimos que el fluido es uniforme en el espacio que ocupa sin considerar la estructura molecular.

Por ello debemos de promediar de alguna forma para explicar el comportamiento conjunto del fluido y no de una partícula de agua específica? Y como se realiza tal promedio? En general, el promediado se realiza de tal forma que nos permite separar la larga escala que trataremos como determinística, de la pequeña escala que consideramos un proceso aleatorio (turbulento). Supongamos entonces la separación de la velocidad horizontal en una velocidad promedio y una velocidad fluctuante alrededor de la media

$$\mathbf{u}_h = \langle \mathbf{u}_h \rangle + \mathbf{u}'_h$$

donde $\langle \rangle$ denotan promedio. Si aplicamos esta descomposición a la componente x de la aceleración obtenemos:

$$\frac{\partial \langle \mathbf{u} \rangle}{\partial t} + \langle \mathbf{u} \rangle \cdot \nabla \langle \mathbf{u} \rangle + \langle \mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{u}' \rangle \quad (1)$$

$$\frac{\partial \langle \mathbf{u} \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (\langle \mathbf{u} \rangle \langle \mathbf{u} \rangle) + \nabla \cdot \langle \mathbf{u}' \mathbf{u}' \rangle \quad (2)$$

Donde usamos la ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot (\langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}') = 0$$

para pasar de la primera a la segunda expresión.

Inevitablemente, las pequeñas escalas o fluctuaciones respecto a la larga escala aparecen en la expresión de la aceleración de larga escala. De forma que la separación que deseamos no es tan simple ya que debemos de conocer la estadística de la pequeña escala para poder describir la circulación media.

El término $\langle \mathbf{u}'_h \mathbf{u}' \rangle$ se denomina esfuerzo de Reynolds y nos informa de la correlación entre las componentes fluctuantes (alta frecuencia) de la velocidad. Por ejemplo, $\langle u'v' \rangle = 0$ significa que no existe correlación y hablamos de isotropía. Si $\langle u'v' \rangle < 0$, significa que las fluctuaciones están inversamente correlacionadas, i.e., anisotropía.

Este es un gran problema no resuelto en la oceanografía física. El esfuerzo de Reynolds aparece porque la advección es no-lineal de tal forma que no podemos estudiar la larga escala sin conocer información de la pequeña escala que es un proceso aleatorio. Por similitud con el flujo laminar, los términos de esfuerzo de Reynolds se parametrizan estadísticamente como proporcionales a los gradientes de velocidad. El factor de proporcionalidad es el coeficiente de viscosidad, en este caso, turbulento. Es aquí donde utilizar herramientas estadísticas tiene sentido.

3. No podemos controlar las variables oceanográficas; están en constante cambio a medida que el sistema observado evoluciona.

Ejemplo:

En el océano coexisten mareas, ondas internas, remolinos, turbulencia de pequeña escala,...las cuales enmascaran el fenómeno oceanográfico que estamos interesados en estudiar. Estos procesos incontrolables por el oceanógrafo en ocasiones es útil considerarlos aleatorios y utilizar herramientas estadísticas para caracterizarlos.

Imaginemos que queremos conocer cual es la temperatura superficial promedio en la bahía de Todos Santos. Una forma de proceder sería promediar todos los datos de temperatura superficial que disponemos de los últimos 100 años y promediarlos? Pero, ¿es realmente lo que deseamos? ¿Deberíamos de considerar las estaciones del año y obtener un promedio para cada estación? ¿Qué sucede en años Niño, el cual sabemos que afecta la temperatura del océano? En definitiva, debemos de definir sobre que conjunto de datos vamos a promediar, y dichos promedio va a reflejar efectivamente esa elección.