

# RFPMT を使った運動量測定の実シミュレーション

Josuke MINAMIGUCHI

January 2024

## 1 目的

${}^4_{\Lambda}\text{H}$  から観測される主要な崩壊は  ${}^4_{\Lambda}\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^-$  である。その 2 体崩壊に対応する  $\pi^-$  の運動量分布を精度良く決定する実験を行うことで  $\Lambda$  の結合エネルギーや質量などをより正確に測定できる。ラムダ粒子はストレンジネスを持っており、そのハイパー核の精密な測定は核子-ラムダ間の荷電対称性の破れのより深い理解につながると期待されている [1][2]。

Radio Frequency Photo Multiplier Tube (RFPMT) は  $\sim 10$  ps 程度の時間分解能を持つことが知られている [3]。「RFPMT の時間分解能をボトルネックとするような  $\pi^-$  ビームの実験はどのような設定で実現できるか」を見積もるために Geant4 でのシミュレーションを行った。シミュレーションをもとに時間分解能を定式化し時間分解能を小さくする実験設定を考察した。また、導出した式をもとに、実験設定の改良方針も考察した。

## 2 手法

### 2.1 シミュレーション設定

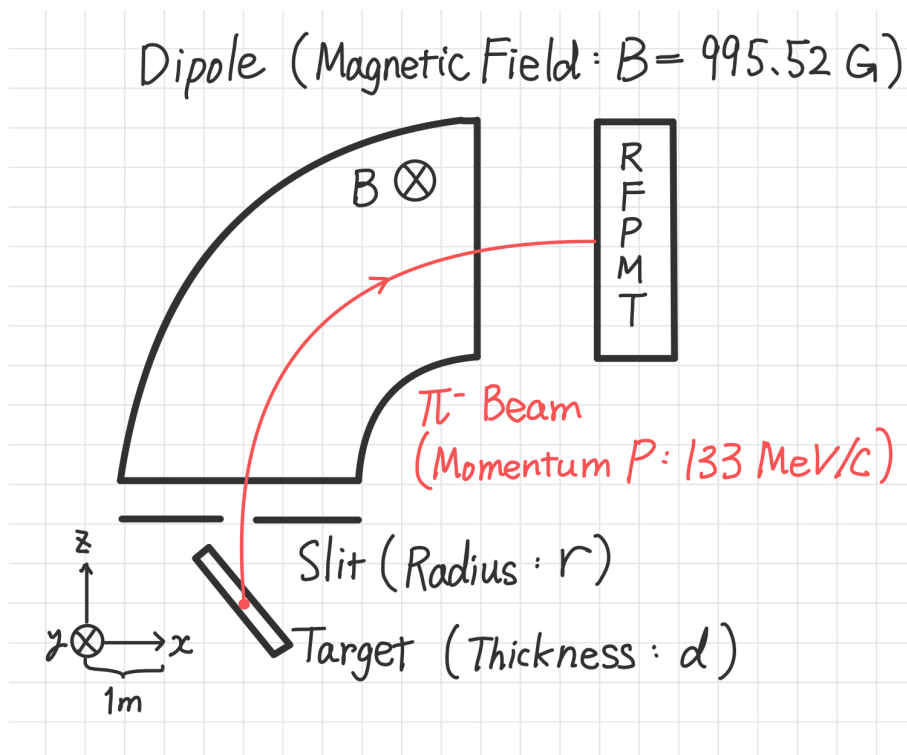


図 1: シミュレーション設定 (1 目盛り 0.5 m)

双極子磁石としてかける磁場の大きさを 995.52 G、 $\pi^-$  ビームの運動量を 133 MeV/c とした。ターゲット-スリット間の距離は 1.0 m とし、双極子磁石-スリット間の距離は 0.5 m、双極子磁石-RFPMT 間の距離は 1.5 m とした。それぞれの位置関係は 1 目盛りを 0.5 m として、図 1 に記述した。ただし、双極子磁石と RFPMT の大きさは調整して表記した。

ターゲットの材質はベリリウム (Be) で、スリットはピー鉛 (Pb) により構成した。

### 2.2 時間分解能の見積り方

$\pi^-$  ビームの生成から RFPMT への到達までの経過時間  $T$  の分布の標準偏差  $\sigma_T$  を実験の時間分解能として扱った

スリット半径  $r$  [mm] とターゲット (Be) の厚さ  $d$  [mm] 由来の生成位置  $\mathbf{x}$  のズレ、運動量の分布の  $\sigma_p$  などを変え、さまざまなシミュレーションを通して、幾つかの仮定のもと  $\sigma_T$  を定式化し、そこで求めた式  $\tilde{\sigma}_T$  を用いて、 $\tilde{\sigma}_T = 5 \sim 10$  ps となるような実験設定を考察した。

## 2.3 $\tilde{\sigma}_T$ の定式化方法

### 2.3.1 用いた物理量

$T$ :  $\pi^-$  生成から RFPMT 到達までの経過時間 [ps]

$\theta$ :  $\pi^-$  ビームの極角 [deg]

$\mathbf{x} = (x, z)$ :  $\pi^-$  の生成位置 [mm]

$p$ :  $\pi^-$  の運動量 [MeV/c]

### 2.3.2 表記法

$A, B$  をある物理量とした時

$\sigma_A$ :  $A$  の分布の標準偏差

$\sigma_{AB}$ :  $A, B$  の共分散

$\Delta A$ :  $A$  を一様分布とみなしたときの値の範囲  $[-\Delta A, \Delta A]$

### 2.3.3 定式化

$T$  を、「 $\pi^-$  の初期位置と初期運動量としての  $\theta, \mathbf{x}, p$ 」の関数 (その他、磁場  $B$  などの誤差要因は無視する) として  $T(\theta, \mathbf{x}, p)$  とする (仮定 0.)。

誤差伝播の公式より、

$$\sigma_{T(\theta, \mathbf{x}, p)}^2 = \left( \frac{\partial T}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_\theta^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \sigma_z^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)^2 \sigma_p^2 + 2\Sigma_{\{A, B(\neq A)\}} \left( \frac{\partial T}{\partial A} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial B} \right) \sigma_{AB} \quad (1)$$

ここで、 $\{A, B\}$  を変数  $\theta, x, z, p$  の異なる 2 変数の組み合わせとした。 $\Sigma$  の項は全て相関項を表している。 $\sigma_{T(\theta, \mathbf{x}, p)}^2$  を次のような仮定のもと、 $\tilde{\sigma}_T$  として見積もった

1. RFPMT に到達する  $\pi^-$  はスリット半径  $r$  によって制約されるため、その極角  $\theta$  の分布の標準偏差はスリット半径  $r$  に依存するとして、 $\sigma_\theta \propto r$
2. ターゲット生成位置  $\mathbf{x}$  の分布の標準偏差はターゲットの  $x, z$  方向の幅によるものとして、 $\sigma_x \propto \Delta x, \sigma_z \propto \Delta z$  (一様分布として扱った。)
3. 運動量の誤差要因は全て、 $\pi^-$  生成時の運動量の幅によるものとして  $\sigma_p \propto \Delta p$  (一様分布として扱った)
4. 相関項は全て無視する

以上を用いて、適当な比例係数を導入すると、

$$\tilde{\sigma}_T^2 = (C_r r)^2 + (C_{\Delta x} \Delta x)^2 + (C_{\Delta z} \Delta z)^2 + (C_{\Delta p} \Delta p)^2 \quad (2)$$

$\Delta x, \Delta z$  はターゲット板の設置角度  $\tau$  を用いて、それぞれ  $d, \tau$  表される (下図 2 または、結果を参照)。

$$\tilde{\sigma}_T = \sqrt{(C_r r)^2 + \left\{ \left( \frac{C_{\Delta x}}{2 \sin \tau} \right)^2 + \left( \frac{C_{\Delta z}}{2 \cos \tau} \right)^2 \right\} d^2 + (C_{\Delta p} \Delta p)^2} \quad (3)$$

この式で  $\sigma_T$  が最小になるような  $\tau$  に固定すれば、 $\tilde{\sigma}_T$  を  $r, d, \Delta p$  より表すことができた。ただし、ここでは  $\sigma_p \simeq \Delta p$  の  $\Delta x, \Delta z$  依存性は無視し、 $\Delta p$  は別で与えるものとした。

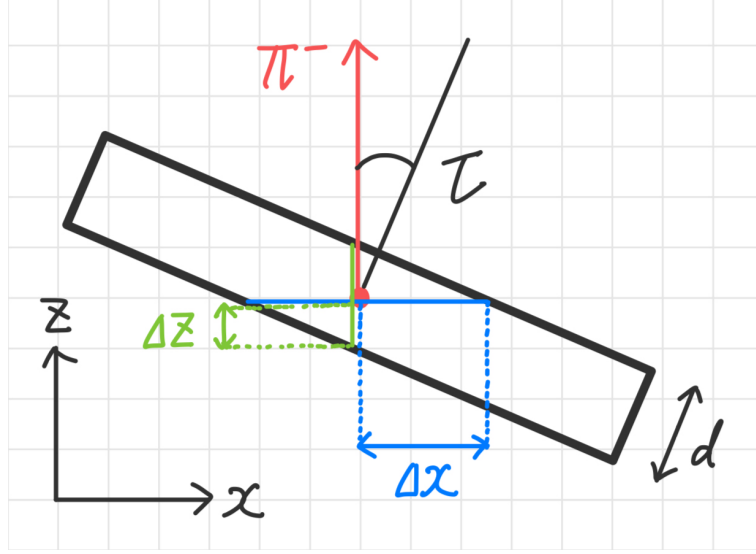


図 2: ターゲットの厚さ  $d$  とターゲットのビームに対する角度  $\tau$  の関係

仮にさらに簡単化する場合は、式 (2) から、非自明な仮定 5. を新たに加えて

5. 運動量の散らばり  $\sigma_p$  は物質中を進んだ距離 (特に  $z$  方向のみ) に、依存するとして  $\sigma_p \propto \Delta p = f_p(\Delta z)$

$$\tilde{\sigma}_T^2 = (C_r r)^2 + (C_{\Delta x} \Delta x)^2 + (C_{\Delta z} \Delta z)^2 + (C_{\Delta p} f_p(\Delta z))^2 \quad (4)$$

これにより、 $\sigma_T$  を  $r, x$  のみにより見積もることができる。ただし、仮定 5. の正当性が不明瞭で、解析的にも複雑になるので、運動量  $p$  の分布の標準偏差  $\sigma_p, \Delta p$  を与えるのが非常に困難な場合にのみ用いるものとし、以降は  $\tilde{\sigma}_T$  として、式 (2),(3) を用いた。

#### 2.3.4 比例係数 $C_A$ の決定方法

各変数  $A(= r, \Delta x \Delta z, \Delta p)$  に対応する比例係数  $C_A$  を決定するために、その他の変数が式 2 において 0 となるような状況においてシミュレーションを実行した。 $\sigma_T \propto A$  として線形回帰分析することで、その傾きから係数  $C_A$  を決定した。ただし、 $r = 0$  とするような状況では  $\pi^-$  がスリットを通過しなくなるため、 $r = 0$  の状況は  $\sigma_\theta = 0$  ( $\theta = 0$ ) の状況に対応させた。

### 3 結果

#### 3.1 比例係数決定のための線形回帰分析

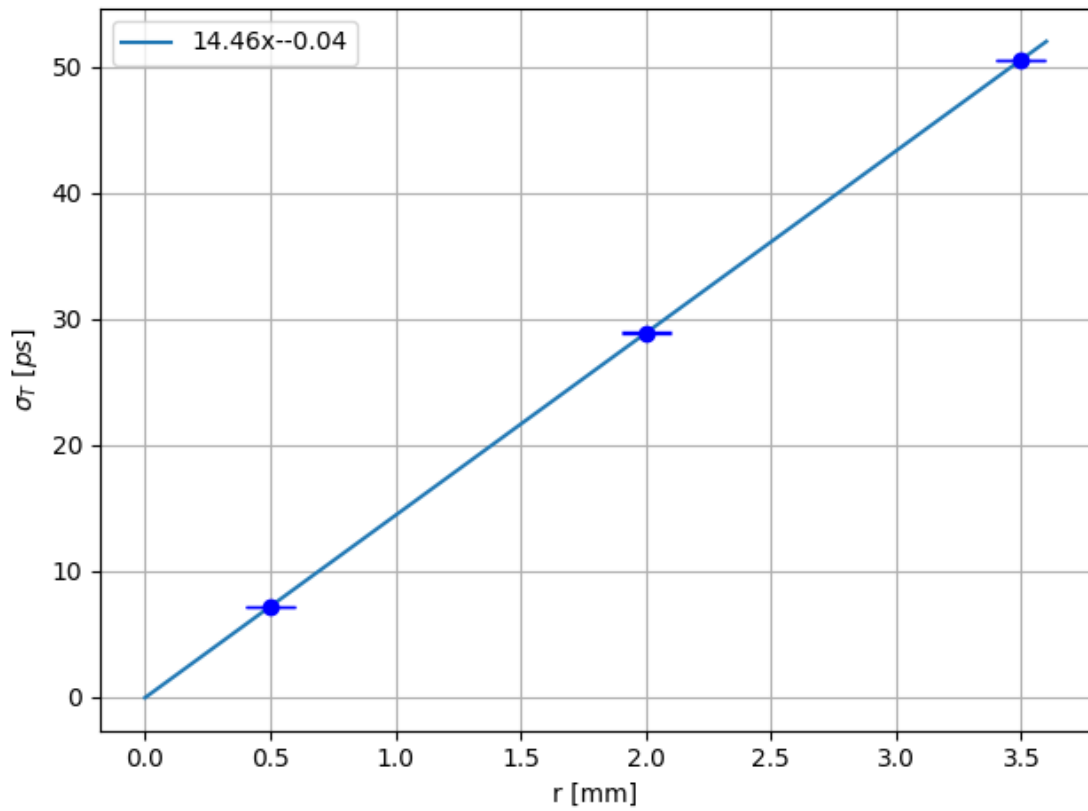


図 3:  $\sigma_T$  の  $r$  依存性 ( $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{0}, \Delta p = 0$ )。生成位置  $\mathbf{x}$  や運動量  $p$  についての散らばりがない状況下で、極角  $\theta$  のみに有限の分散  $\sigma_\theta$  を与え (スリットで極角  $\theta$  を制限することに対応)、時間  $T$  の分布の標準偏差  $\sigma_T$  の変化を記録した。グラフの横軸には、「 $\sigma_\theta$  に対応するスリット半径  $r$ 」をとることで  $r$  と  $\sigma_T$  との関係を示した。

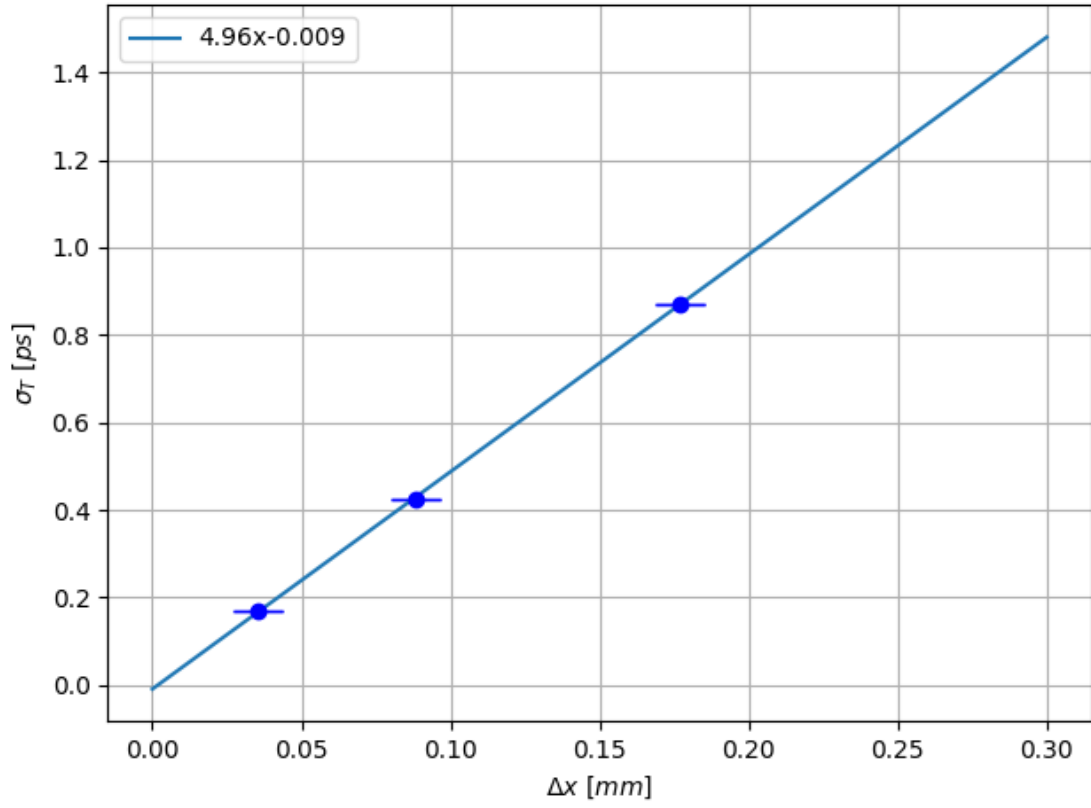


図 4:  $\sigma_T$  の  $\Delta x$  依存性 ( $\sigma_\theta = 0, \Delta z = 0, \Delta p = 0$ )。極角  $\theta$  やスリット垂直方向 ( $z$  方向) の位置、運動量  $p$  についての散らばりが無い状況下で、スリット並行方向 ( $x$  方向) の生成位置  $x$  のみに有限のズレ  $\Delta x$  を与え、時間  $T$  の分布の標準偏差  $\sigma_T$  の変化を記録した。

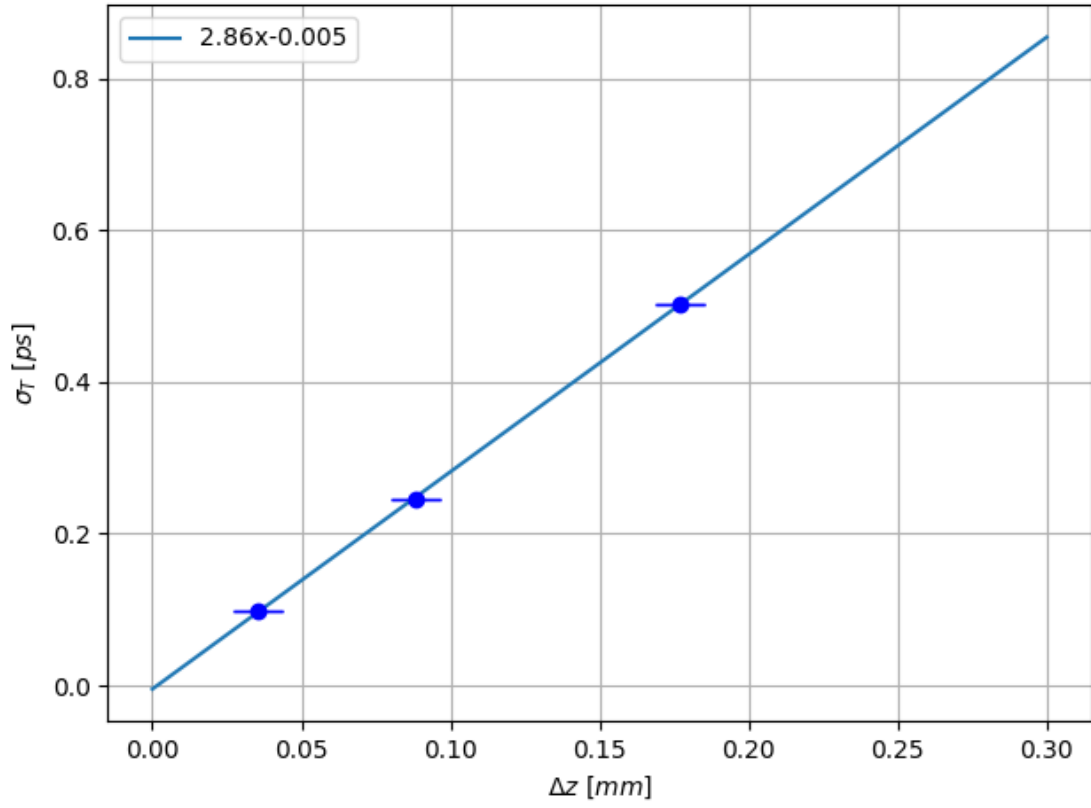


図 5:  $\sigma_T$  の  $\Delta z$  依存性 ( $\sigma_\theta = 0, \Delta x = 0, \Delta p = 0$ )。極角  $\theta$  やスリット垂直方向 ( $x$  方向) の位置、運動量  $p$  についての散らばりが無い状況下で、スリット方向垂直 ( $z$  方向) の生成位置  $z$  のみに有限のズレ  $\Delta z$  を与え、時間  $T$  の分布の標準偏差  $\sigma_T$  の変化を記録した。

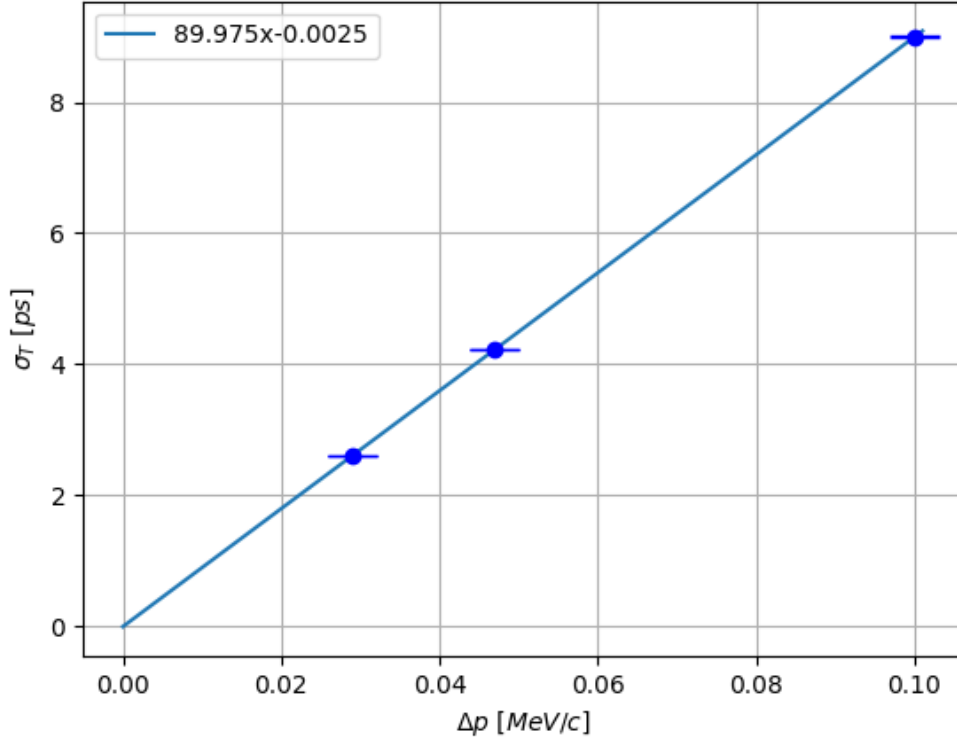


図 6:  $\sigma_T$  の  $\Delta p$  依存性 ( $\sigma_\theta = 0, \Delta \mathbf{x} = 0$ )。極角  $\theta$  や生成位置  $\mathbf{x}$  についての散らばりがない状況下で、運動量  $p$  のみに有限のズレ  $\Delta p$  を与え、時間  $T$  の分布の標準偏差  $\sigma_T$  の変化を記録した。

### 3.2 $\tilde{\sigma}_T$ の定式化結果

$\tilde{\sigma}_T$  :  $\sigma_T$  を見積もる関数

$r$  : スリット半径

$\Delta x$  : ターゲットの厚さ  $d$  に起因する生成位置のスリット平行方向 ( $x$  方向) のズレ

$\Delta z$  : ターゲットの厚さ  $d$  に起因する生成位置のスリット垂直方向 ( $z$  方向) のズレ

$\Delta p$  :  $\pi^-$  生成時の運動量のズレ

$$\tilde{\sigma}_T = \sqrt{(C_r r)^2 + (C_{\Delta x} \Delta x)^2 + (C_{\Delta z} \Delta z)^2 + (C_{\Delta p} \Delta p)^2} \quad (5)$$

$$C_r = 14.46 \pm 0.02 \quad (6)$$

$$C_{\Delta x} = 4.96 \pm 0.05 \quad (7)$$

$$C_{\Delta z} = 2.86 \pm 0.03 \quad (8)$$

$$C_{\Delta p} = 89.975 \pm 0.003 \quad (9)$$

非自明な仮定 5. を用いて、 $\tilde{\sigma}_T$  の変数の依存性を減らす場合として、次のようにフィッティングから  $\sigma_p = f_p(\Delta z)$  を推定して、



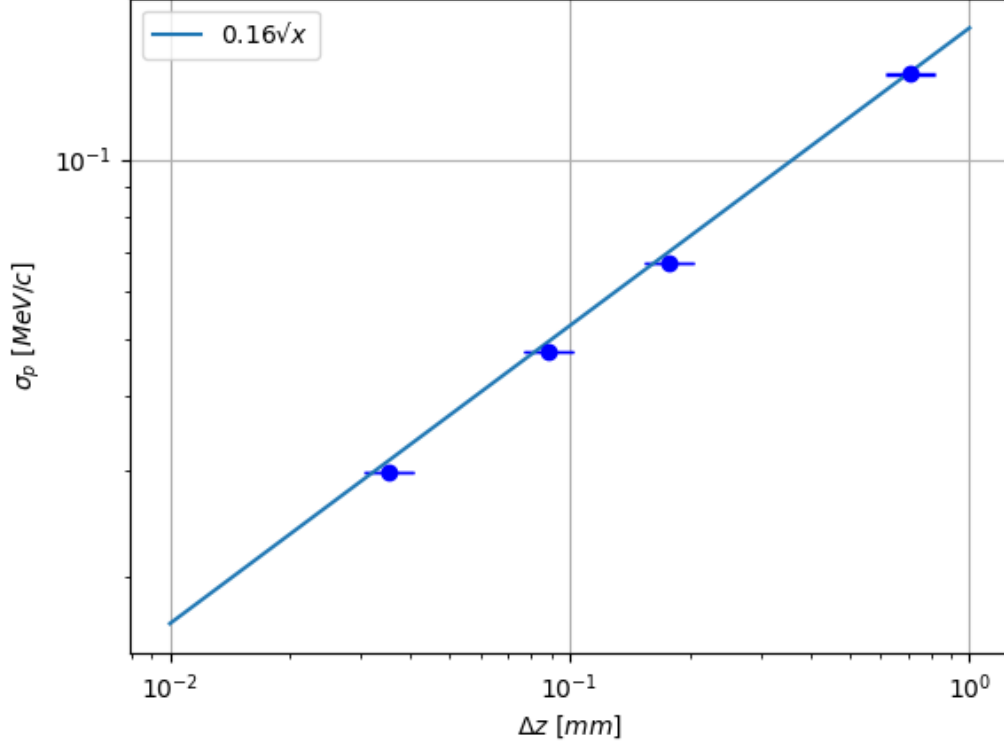


図 7:  $\sigma_p$  の  $\Delta z$  依存性の予想 (両対数グラフ、 $r = 0, \Delta \mathbf{x} = \mathbf{0}$ )。極角  $\theta$  やスリット垂直方向 ( $x$  方向) の位置についての散らばりがない状況下で、スリット方向垂直 ( $z$  方向) の生成位置  $z$  のみに有限のズレ  $\Delta z$  を与え、運動量  $p$  の分布の標準偏差  $\sigma_T$  の変化を記録した。

(図 7) より推定した  $\sigma_p = f_p(\Delta z) = C'_p \sqrt{\Delta z}$  を  $\Delta p \simeq \sigma_p$  の仮定 3. の元  $\Delta p$  として代入すると

$$\tilde{\sigma}_T = \sqrt{(C_r r)^2 + (C_{\Delta x} \Delta x)^2 + (C_{\Delta z} \Delta z)^2 + (C_{\Delta p} C'_p)^2 \Delta z} \quad (10)$$

$$= \sqrt{(14.46r)^2 + (4.96\Delta x)^2 + (2.86\Delta z)^2 + (14.97)^2 \Delta z} \quad (11)$$

式自体は変数の数が減り、解析が容易になるが仮定の正当性が確実でないため以降もこの式は用いず、仮定 1.~4. のみ用いた式 (9) を利用して考察した。

### 3.3 $\tilde{\sigma}_T$ をもとにした、ターゲットの設置角度 $\tau$ の最適化

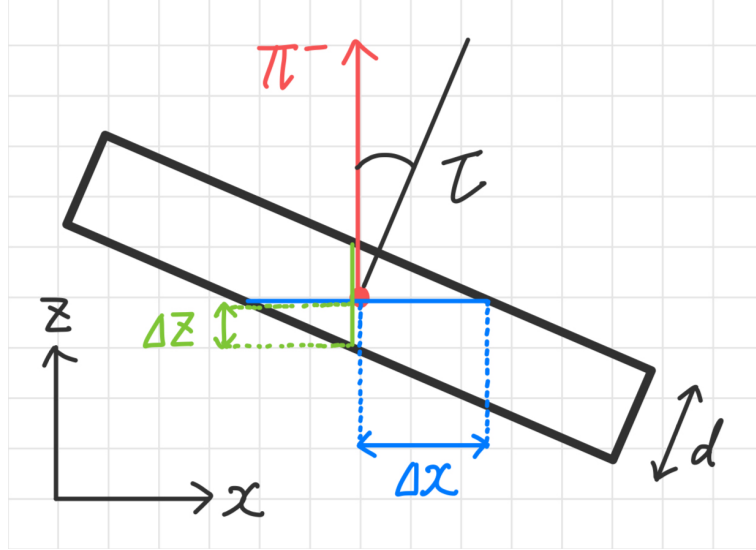


図 8: ターゲットの厚さ  $d$  とターゲットのビームに対する角度  $\tau$  の関係 (再掲)

ターゲット板の  $\pi^-$  ビームに対する角度について定量的な見積りを行うことができる。ターゲット板の法線とビームの方向のなす角を  $\tau$  [deg] とする。 $\tilde{\sigma}_T$  の式 (5) の  $\tau$  依存性がルート内の第 2,3 項にのみ現れるとする

$$\tilde{\sigma}_T = \sqrt{(C_r r)^2 + \left\{ \left( \frac{C_{\Delta x}}{2 \sin \tau} \right)^2 + \left( \frac{C_{\Delta z}}{2 \cos \tau} \right)^2 \right\} d^2 + (C_{\Delta p} \Delta p)^2} \quad (12)$$

上記の式にシミュレーションとフィッティングで得た、 $C_{\Delta x}, C_{\Delta z}$  の値を具体的に代入する。

$\tau = 52.8 \pm 1.5$  deg のとき  $\sigma_T$  を角度  $\tau$  に対して最小化できると分かった。ただし、ここでは  $\sigma_p \simeq \Delta p$  の  $\Delta x, \Delta z$  依存性は無視し、 $\Delta p$  は別で与えるものとした。

### 3.4 $\sigma_T = 5$ または 10 ps を満たすようなスリット半径とターゲットの厚さ ( $r, d$ )

$\tilde{\sigma}_T$  の式 (12) をもとに目標となる  $\sigma_T = 5$  または 10 ps を満たすようなスリット半径とターゲットの厚さ ( $r, d$ ) を見積もった。典型的な値として仮に  $\Delta p = 0.02$  MeV/c [1]、 $\tau = 45$  or 52.8 deg を与えたとき (図 9) のようになった。図示した曲線の外側では、目標となる時間分解能を達成するのは困難と推測できた。 $(\tau = 52.8$  [deg] は  $\sigma_T$  を最小化するターゲット設置角度)

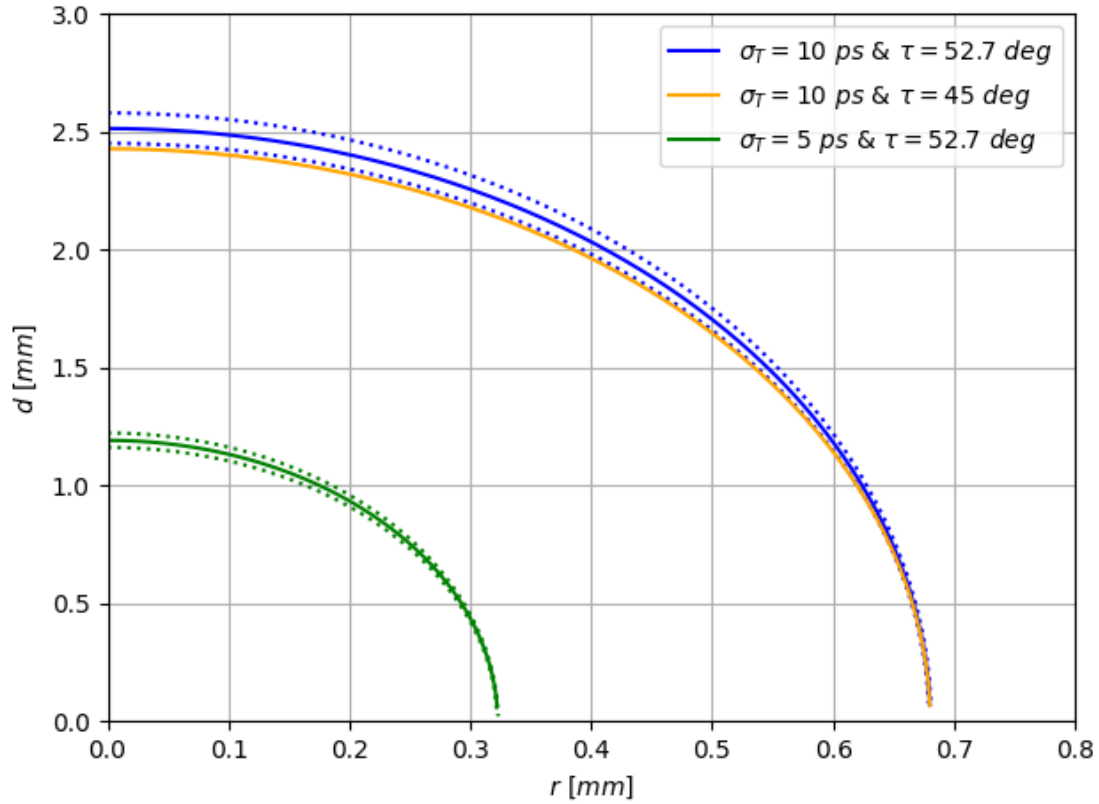


図 9: ある与えられた  $\tau$ ,  $\sigma_p$  のもと  $\sigma_T = 5$  または  $10$  ps を満たすようなスリット半径とターゲットの厚さの関係。点線は係数の誤差を考慮した誤差範囲。角度の最適化がそれくらいの影響を及ぼすかを示すために  $\tau = 45$  deg とした曲線も示した。

## 4 考察

### 4.1 $\tilde{\sigma}_T$ の適用上の注意と活用法

$\sigma_T$  の定式化に用いた幾つかの仮定の正当性には状況に応じてよく検討する必要がある。

#### 4.1.1 仮定 2,3 について

生成位置において  $\mathbf{x}, p$  は本来は一様分布には従わず、ガウス分布やランダウ分布を用いて近似されるべきだが、ここでは簡単のために一様分布とした。

仮にガウス分布などを用いる場合は、その分布の標準偏差とターゲットの厚さ  $d$  との間の関係式を作る必要がある。そのような関係式は不明瞭であり、さらなるシミュレーションの繰り返しから関係を推定する必要がある。関係式を調べる困難さを鑑みて、今回は手続きの簡易さを優先し一様分布を仮定した。

#### 4.1.2 仮定 4. について

相関項を全て無視する近似 (仮定 4.) においては、実験設定によっては実際の時間分解能  $\sigma_T$  に対して無視できない寄与を与える可能性がある。例えば、ターゲットの厚さ  $d$  がスリット半径  $r$  に対して大きいとき、 $x$  と  $\theta$  の相関項の絶対値は大きくなると考えられる ( $\Delta x$  が大きいほど  $\theta$  の取りうる範囲は大きくなる)。

#### 4.1.3 仮定 5.

$\sigma_p$  を見積もるために導入した、仮定 5. であるが、ここでは式 (11) の紹介と、 $\sigma_p$  の仮の見積りとしてしか用いなかった。 $\sigma_p$  を的確に求めるには散乱後の  $\pi^-$  ビームでシミュレーションするのではなく、入射ビームと散乱過程も含めてシミュレーションする、もしくは経験的な事実から  $\sigma_p$  を与えるべきだと思われた。

#### 4.1.4 活用法

以上のような適用上の制限、注意点はあるものの、上記の式  $\tilde{\sigma}_T$  をもとに、理想的な環境下での最良の時間分解能を見積もることは有用だと考えた。定式化においては磁場  $B$  や実験器具の位置づれなど、他の誤差要因については一切考慮されていないため、時間分解能は実際よりも小さく見積もられていると考えられた。よって、 $\tilde{\sigma}_T \leq 5 \sim 10$  ps となるスリット半径とターゲットの厚さ  $(r, d)$  (図 9 の曲線の内側の点) を用いることは、目標となる時間分解能  $5 \sim 10$  ps を実現するための必要条件であると考えられた。

$\tilde{\sigma}_T$  は時間分解能の値を正確に推定するわけではなく、その下限を与える。そこから実験目標の実現不可能性や目標達成のための  $(r, d)$  の範囲が推定できる。

特定の  $(r, d)$  のもと時間分解能を正確に推定したければその点についてシミュレーションを実行するだけで良い。

### 4.2 比例係数から考える実験設定の改良

$\tilde{\sigma}_T$  の係数を決定したことで、スリット半径  $(r)$ 、ターゲットの厚さに起因する生成位置の誤差  $(\Delta x, \Delta z)$ 、ターゲットの存在に起因する誤差の、 $\sigma_T$  への寄与の大きさをそれぞれ定量的に見積もることができた。 $C_r$  と  $C_{\Delta x}, C_{\Delta z}$  とをそれぞれ比較すると、 $r$  は  $\Delta x$  の約 3 倍、 $\Delta z$  の約 5 倍の寄与を持つ。 $\tau = 52.8$  deg においては、 $C_r$  は  $d$  の係数  $C_d$  の約 3.7 倍。 $\sigma_T$  を小さくするためにはターゲットの厚さ  $d$  を小さくするよりも、同じ大きさだけスリット半径  $r$  を小さくする方が有効であることが分かった。

また、各変数の寄与の大きさを比較するだけでなく、 $\tilde{\sigma}_T$  の係数をもとに、実験設定の改良方針を考えられることを次に見ていく。

#### 4.2.1 時間分解能 $\sigma_T$ のスリット半径 $r$ 依存性 $C_r$ を小さくするには

前述の通り、 $\sigma_T$  のスリット半径  $r$  依存性  $C_r$  はターゲットの厚さ  $d$  依存性に比べて大きかった。このことは実験全体の時間分解能が「小さなスリットの作成技術」により大きく依存することを意味し、収率だけでなく、コストや技術の面からも、あまり好ましくないとされる。そのため  $r$  の最小化を目指すだけでなく、 $C_r$  が大きくなった原因を考え、 $C_r$  を小さくするよう実験設定を改良することも重要である。依存性が大きくなった原因の一つとして考え得るのが、「磁場領域を扇形とした時の中心角の大きさ  $\phi$ 」で、下図 (図 10) のように考えると、スリット半径  $r$  は  $\phi$  との積で  $\sigma_T$  に寄与する ( $C_r r \simeq (C'_r \phi) r$  のような何らかの正の相関で寄与する) と推測できるため、 $\phi$  を小さくすることで  $C_r$  を小さくできると考えられる。

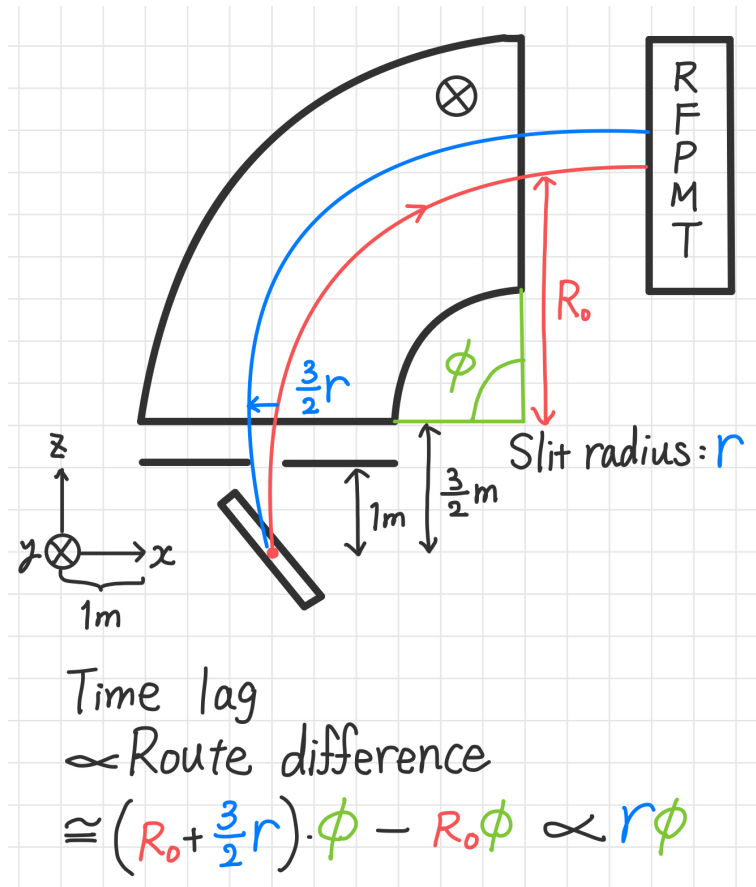


図 10: 「スリット端を通る図中青色の経路」と「スリットの中央を通る図中赤色の経路」とでは経路差が生じる。この差による時間差は、磁場領域中の  $\pi^-$  の軌道を扇形で近似した時、 $r\phi$  に比例する

$C_r$  の値が大きい原因が磁場にあるとすると次のような改良方針が考えられる。

1. RFPMT の位置と角度、または磁場の強さを調整することで、 $\phi$  を小さくする
2. 磁気双極子を四重極磁石で挟むことで角度の散らばりを絞り、角度  $\theta$  由来の誤差を少なくする

以上のような改良で時間分解能  $\sigma_T$  を小さくする可能性があるが、磁場の影響は位置分解能にも関わるため注意が必要。磁場で粒子の軌道を曲げてその位置分布から運動量を特定する方式 (同じ極角、位置から入射したとしても運動量が異なる粒子は異なる軌道を通ることを利用した、位置分布から運動量分布を測定することを目指す方式) においては、磁場をかける領域が狭くなって位置分解能が悪くなると、それをもとに測定する運動量の分解能も悪くなってしまう。そのため、磁場領域は狭めないように、2 番目に挙げた改良方針のように、四重極磁石を用いるのが良いと考えられた。

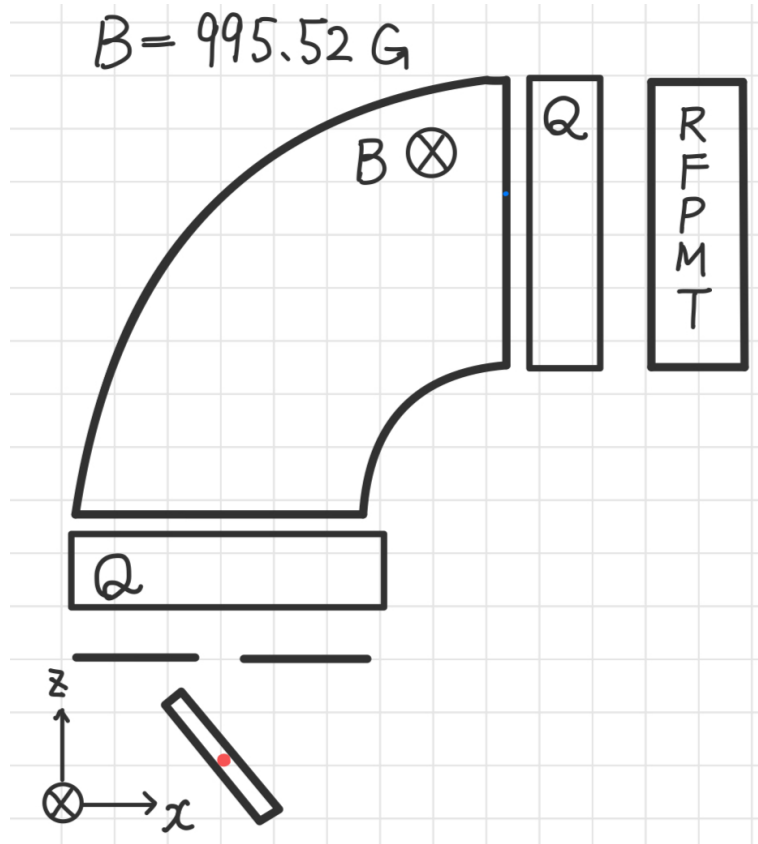


図 11: 実験設定の改良例 1。磁場領域入射前後にそれぞれ四重極磁石が設置されている。磁場の大きさ  $B$  と  $\phi$  はそのままに保たれており、磁場をかける領域は変わっていない。

また、図 10 の推測に基づくと、極限的には  $\phi = 0$  となる時に経路由来の時間の散らばり  $\sigma_T$  は小さくなる。位置分布から運動量分布を測定するという方式をやめて、別のアプローチで運動量分布を測定することも原理的には想定しうる。例えば、下图 12 のような設定を考える。磁場で粒子の経路を曲げることはせず、等方的に与えられた 2 つの距離  $R, r$  にそれぞれ検出器を設置して、 $R - r$  を移動するのにかった時間を RFPM の高い時間分解能で測定できれば、原理的には、RFPM の性能を最大限発揮して、高い運動量分解能を実現できると考えられた。

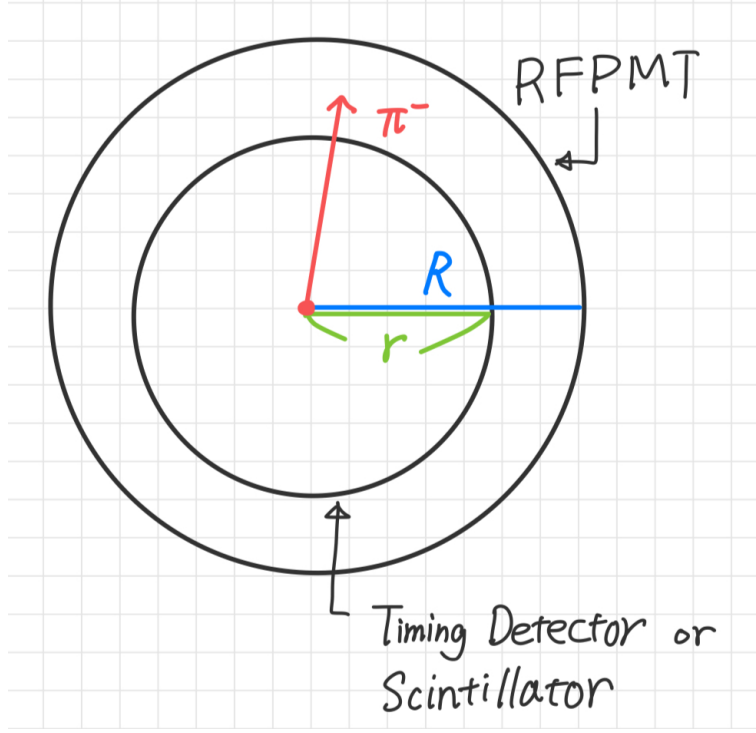


図 12: 実験設定の改良例 2。磁場で粒子の経路を曲げることはせず、等方的に与えられた距離  $R, r$  を元にして、 $r - R$  を移動するのにかった時間を高い時間分解能で測定できれば、高い運動量分解能を実現できる。

#### 4.2.2 時間分解能 $\sigma_T$ の $\pi^-$ 生成位置 $\mathbf{x}$ 依存性を小さくするには

今回のシミュレーションにおいては、 $\pi^-$  生成位置  $\mathbf{x}$  依存性  $C_x, C_z$  はスリット半径依存性  $C_r$  に比べて小さかったが、実験設定を変えた際に  $\pi^-$  生成位置  $\mathbf{x}$  依存性が大きくなる可能性もあり、ターゲットの厚さ由来の誤差依存性を小さくする方法も次のように考察した。

方法としては、前述したターゲット板の角度  $\tau$  の最適化に加えて、「 $x, z$  の相関項を考慮し、その項が  $\sigma_T$  に負の寄与を与えるよう、ターゲット板の置き方を工夫すること」が考えられた。

まず、式 (2.3.3) から、 $x, z$  の相関項を無視せずに顕に書く (ただし他の相関項は無視)

$$\sigma_{T(\theta, \mathbf{x}, p)}^2 = \left( \frac{\partial T}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_\theta^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \sigma_z^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)^2 \sigma_p^2 + 2 \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \sigma_{xz} \quad (13)$$

今回のシミュレーションにおいては、 $x, z$  それぞれが、 $x \in [-\Delta x, \Delta x]$  と  $z \in [-\Delta z, \Delta z]$  とで独立に一樣分布すると仮定した ( $x, z$  の相関項を無視) が、実際はターゲット板の置き方によって相関係数の符号が下図 (図 13) のように変化する。相関項  $\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \sigma_{xz}$  の  $\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)$  (今回は  $< 0$ ) と  $\left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)$  ( $< 0$ ) の符号を変えることなく、共分散  $\sigma_{xz}$  の符号のみを変えることができるため、同じ極角  $\theta$  であっても設置向きによっては  $\sigma_T$  に負の寄与を与えることが可能になると考えた。

ただし、偏微分係数  $\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right), \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)$  や共分散  $\sigma_{xz}$  の絶対値が十分大きい場合でないとターゲットの置き方による時間分解能  $\sigma_T$  への寄与は見込めないが、単にターゲット板の設置向きを変える (または磁場の向きを変える) だけで  $\sigma_T$  を小さくする可能性があるならば、考慮する価値があると考えた。

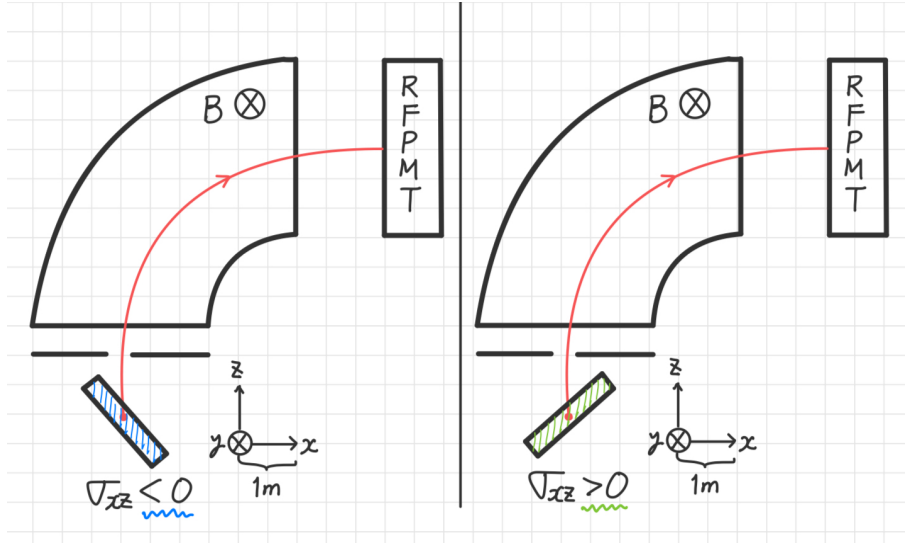


図 13: ターゲットの向きによる共分散  $\sigma_{xz}$  の符号の変化

### 4.3 まとめ

与えられた実験設定における  $\sigma_T$  を定量的に評価することができた。これにより、目標となる時間分解能の各  $(r, d)$  での実現不可能性を見積もれるだけでなく、各係数を用いたターゲット角度の最適化も行うことができた。

また、係数の大小関係を定性的に評価することで、現状の実験設定の改良方針を立てることもできた。

ここでみた、定式化 (独立変数の誤差伝播) と定量的な評価 (線形回帰分析による係数決定)、定性的な改善方針の設定 (係数が大きく現れた変数について、大きくなった原因を見積もること) などの手続きは、実験設定が異なっても同様に適用することができるので有用であると考えた。

### 参考文献

- [1] A. Esser *et al.* [A1], Phys. Rev. Lett. **114**, no.23, 232501 (2015) doi:10.1103/PhysRevLett.114.232501 [arXiv:1501.06823 [nucl-ex]].
- [2] T. Gogami, C. Chen, D. Kawama, P. Achenbach, A. Ahmidouch, I. Albayrak, D. Androic, A. Asaturyan, R. Asaturyan and O. Ates, *et al.* Phys. Rev. C **93**, no.3, 034314 (2016) doi:10.1103/PhysRevC.93.034314 [arXiv:1511.04801 [nucl-ex]].
- [3] A. Margaryan, V. Kakoyan, S. Zhamkochyan, S. Abrahamyan, H. Elbakyan, S. Mayilyan, H. Vardanyan, H. Zohrabyan, L. Gevorgian and R. Ayvazyan, *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **1038**, 166926 (2022) doi:10.1016/j.nima.2022.166926 [arXiv:2203.09194 [physics.ins-det]].
- [4] 久保川達也 (2022). 現代数理統計学の基礎 共立出版