

[몬테카를로 예제]

참가자와 진행자의 하당위를 조건으로, 자동차의 위치를
결정하려는 조건부 확률을 푸는 문제

확률 변수	C	자동차가 있는 문	0, 1, 2
	X	참가자가 선택한 문	0, 1, 2
	H	진행자가 열어준 문	0, 1, 2

• 핵심 [C, X는 서로 독립 $P(X, C) = P(X)P(C)$
H는 C와 X의 조건부 확률.

$$\begin{aligned} \text{ex)} \quad & P(H_0 | C_0, X_1) = 0 & P(H_0 | C_1, X_1) &= \frac{1}{2} \\ & P(H_1 | C_0, X_1) = 0 & P(H_1 | C_1, X_1) &= 0 \\ & P(H_2 | C_0, X_1) = 1 & P(H_2 | C_1, X_1) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

예제) $X=1, H=2$ 일 때, C_0 일 확률

$$\begin{aligned} &= \text{참가자가 선택 바꾸어서 Win 확률} \\ &= P(C_0 | X_1, H_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C_0 | X_1, H_2) &= \frac{P(C_0, X_1, H_2)}{P(X_1, H_2)} \\ &= \frac{P(H_2 | C_0, X_1) P(C_0, X_1)}{P(X_1, H_2)} \end{aligned}$$

$$= \frac{P(C_0) P(X_1)}{P(X_1, H_2)} = \frac{P(C_0) P(X_1)}{P(H_2 | X_1) P(X_1)}$$

$$\frac{P(C_0)}{P(H_2|X_1)} = ?$$

$$* P(H_2|X_1) = P(H_2|C_0|X_1) + P(H_2|C_1|X_1) + P(H_2|C_2|X_1)$$

$$= \frac{P(H_2, C_0, X_1)}{P(X_1)} + \frac{P(H_2, C_1, X_1)}{P(X_1)} + \frac{P(H_2, C_2, X_1)}{P(X_1)}$$

$$= \frac{P(H_2|C_0, X_1) \overbrace{P(C_0)P(X_1)}^{\text{독립}}}{P(X_1)} + \frac{P(H_2|C_1, X_1)P(C_1)P(X_1)}{P(X_1)} + \frac{P(H_2|C_2, X_1)P(C_2)P(X_1)}{P(X_1)}$$

$$= 1 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{P(C_0)}{P(H_2|X_1)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = P(C_0|X_1, H_2)$$

= X_1, H_2 정보 제공
선택 바꾸어서 win
확률

O.W. 선택 바꾸기 않고 선택해서 win
확률 = $\frac{1}{3}$

$$P(C_0|X_1, H_2) > P(C_0)$$

$$\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$$

$\therefore X_1, H_2$ 라는 정보가 들어왔을 때, 성공가능성 ↑
아 $P(C_0)$ 라는 극한의
신뢰도 ↑

[베이즈 정리 확장]

$$\text{베이즈 정리} : P(B|A) = \frac{P(A|B) P(B)}{P(A)}$$

① 전확률법칙

$$\begin{aligned} P(A, B) &= \frac{P(B|A_1) P(A_1)}{P(B)} = \frac{P(B|A_1) P(A_1)}{\sum_{j=1}^n P(B, A_j)} \\ &= \frac{P(B|A_1) P(A_1)}{\sum_{j=1}^n P(B|A_j) P(A_j)} \end{aligned}$$

(* A_j 는 서로소, 완전한 사건)

② 전확률법칙 2

$$P(A) = P(A, B) + P(A, B^c) \quad * B = \text{서로소, 완전한 사건}$$

$$P(A|C) = P(A, B|C) + P(A, B^c|C)$$

③ 공통인 조건은 제/리해도 무방

$$P(A|B, C) = \frac{P(C|A, B) P(A|B)}{P(C|B)} = \frac{P(C|A) P(A)}{P(C)}$$