Tarea 1: funciones periódicas y series trigonométricas de Fourier

Juan Sebastian Manrique Moreno

Ecuaciones Diferenciales, Proyecto Académico de Física, Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Septiembre de 2022

---

1. Periodo de una función

1. Encontrar el periodo de las siguientes funciones:

   a) $f(t) = cos\,(\pi t)$

   b) $f(t) = \sin(t) + \sin\left(\frac{t}{3}\right) + \sin\left(\frac{t}{5}\right)$

Solución:

Para la solución de este ejercicio, se tiene en cuenta la forma general para hallar el periodo de una función trigonométrica, por tanto, para toda función trigonométrica con periodo natural T_n, se tiene su periodo T_f de la siguiente manera:

$$T_f = \frac{T_n}{B} \tag{1}$$

Dónde B yace de la forma general de una función trigonométrica, la cuál es:

$$f(t) = A\sin(Bx + C) + D$$

Forma usada para cualquier función trigonométrica no necesariamente para la función seno, de esta manera, solo analizando la forma de la función y además conociendo el periodo natural de la función que estemos utilizando, podremos conocer el periodo de dicha función.

Los periodos naturales de las diferentes funciones trigonométricas son:

- Para *seno, coseno, secante* y *cosecante* es 2π.
- Para *tangente* y *cotangente* es π.

Para una superposición de funciones, se debe buscar el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de esta manera se busca en qué instante todas las funciones pertenecientes a la superposición están en fase, o lo que sería igual a que comparten el mismo periodo.

Teniendo todo esto en cuenta y aplicándolo, resulta:

a) $f(t) = \cos(\pi t)$

Tomando (**??**) y teniendo $B = \pi$ y $T_n = 2\pi$, el periodo T_f de la función es:

$$T_f = \frac{2\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} \Rightarrow T_f = 2 \tag{2}$$

Obteniendo así que el periodo de la función es $T_f = 2$.

b) $f(t) = \sin(t) + \sin\left(\frac{t}{3}\right) + \sin\left(\frac{t}{5}\right)$

Tomando (**??**) nuevamente y teniendo $B_1 = 1$, $B_2 = \left(\frac{1}{3}\right)$, $B_3 = \left(\frac{1}{5}\right)$ y $T_n = 2\pi$ para todas las funciones superpuestas, definimos T_f para cada una y posteriormente hallamos el m.c.m. entre ellas, así de esta manera obtener el periodo general de la función, por tanto:

$$T_{f1} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow T_{f1} = 2\pi \tag{3}$$

$$T_{f2} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} \Rightarrow T_{f2} = 6\pi \tag{4}$$

$$T_{f3} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} \Rightarrow T_{f3} = 10\pi \tag{5}$$

Usando los resultados obtenidos en (3), (4) y (5)

$$\begin{array}{ccc|c}
2\pi & 6\pi & 10\pi & 2 \\
1\pi & 3\pi & 5\pi & 3 \\
 & 1\pi & 5\pi & 5 \\
 & & 1\pi & \\
\hline
 & & & 30
\end{array}$$

De esta manera se concluye qué:

$$T_f = 30\pi \tag{6}$$

1. Si $f(t)$ es una función periódica de t con periodo T, demostrar que $f(at)$, para $a \neq 0$, es una función periódica de t con periodo $\frac{T}{a}$.

2. Sección 1

$$Ecuaciones \tag{7}$$

$$\begin{aligned} texto1 &= texto---2 \\ texto---2 &= texto------3 \\ texto------3 &= texto4 \end{aligned}$$

3. Sección 2

«Texto»

3.1. Subsección 1

«Variación entre dos y una columna» --

3.2. Subsección 2

«Texto»

3.2.1. Subsubsección 1

«Texto»

Figura 1: Inserción de una figura

4. Conclusiones

«Conclusión»

5. Anexos

«Anexo»