

# Caída Libre

## Introducción: Movimiento Bajo la Influencia de la Gravedad

La **caída libre** es un caso especial de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, en el cual un objeto se mueve únicamente bajo la influencia de la gravedad. En ausencia de otras fuerzas, como la resistencia del aire, el único factor que afecta el movimiento es la aceleración gravitacional, que en la Tierra tiene un valor aproximado de  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

Durante la caída libre, todos los cuerpos, independientemente de su masa, caen con la misma aceleración si se ignoran los efectos de la fricción con el aire. Este fenómeno fue observado por Galileo Galilei, quien concluyó que la aceleración de un cuerpo en caída libre es constante y no depende de su peso.

## Ecuaciones del Movimiento en Caída Libre

El movimiento de un cuerpo en caída libre se describe por las siguientes ecuaciones, derivadas de las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

$$v = v_0 + gt, \quad y = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2, \quad v^2 = v_0^2 + 2g(y - y_0).$$

Donde:

- $v$  es la *velocidad* del objeto en un tiempo  $t$  (en m/s).
- $v_0$  es la *velocidad inicial* del objeto (en m/s).
- $y$  es la *posición* del objeto en el tiempo  $t$  (en metros).
- $y_0$  es la *posición inicial* del objeto (en metros).
- $g$  es la *aceleración debida a la gravedad* ( $9.81 \text{ m/s}^2$  en la Tierra).
- $t$  es el *tiempo transcurrido* desde el inicio del movimiento (en segundos).

Estas ecuaciones permiten predecir tanto la posición como la velocidad de un objeto en caída libre en cualquier instante de tiempo, siempre que se conozcan sus condiciones iniciales.

## Energía en la Caída Libre

Durante la caída libre, la energía mecánica total del objeto se conserva (en ausencia de rozamiento). La energía mecánica es la suma de la *energía cinética* y la *energía potencial gravitacional* del objeto.

### Energía Potencial Gravitacional

La energía potencial gravitacional se calcula como:

$$U = mgh$$

Donde:

- $U$  es la *energía potencial gravitacional* (en Joules).
- $m$  es la masa del objeto (en kilogramos).
- $g$  es la aceleración debida a la gravedad ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ).
- $h$  es la *altura* del objeto respecto a un punto de referencia (en metros).

### Energía Cinética

La energía cinética del objeto se calcula como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Donde:

- $K$  es la *energía cinética* (en Joules).
- $m$  es la masa del objeto (en kilogramos).
- $v$  es la *velocidad* del objeto en un instante dado (en metros por segundo).

A medida que el objeto cae, su energía potencial disminuye, mientras que su energía

cinética aumenta. Sin embargo, la *energía mecánica total* ( $E = U + K$ ) se mantiene constante, lo que refleja el principio de conservación de la energía en ausencia de fuerzas no conservativas, como el rozamiento.

## Relación con las Ecuaciones Diferenciales

El movimiento de un objeto en caída libre puede ser descrito por una *ecuación diferencial* simple de segundo orden. Considerando la segunda ley de Newton, la fuerza neta sobre un cuerpo de masa  $m$  es igual a la masa multiplicada por la aceleración del cuerpo:  $F = ma$ . Dado que la única fuerza que actúa sobre el objeto es su peso ( $F = mg$ ), se tiene que la aceleración es igual a  $g$ :

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg$$

Al simplificar, obtenemos la ecuación diferencial que describe el movimiento en caída libre:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = g$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria (EDO) de segundo orden con aceleración constante, cuya solución describe la posición del objeto en función del tiempo.

## Solución de la Ecuación de Caída Libre

La solución general de la ecuación de caída libre es:

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Donde:

- $y(t)$  es la posición del objeto en el tiempo  $t$ .
- $y_0$  es la posición inicial del objeto.
- $v_0$  es la velocidad inicial del objeto.
- $g$  es la aceleración debida a la gravedad.
- $t$  es el tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento.

## Caída Libre con Resistencia del Aire

En el mundo real, el movimiento de un objeto en caída libre está influenciado por la resistencia del aire. La fuerza de arrastre es una fuerza resistiva que depende de la velocidad del objeto y del área de su superficie. A medida que el objeto acelera, la resistencia del aire aumenta hasta que la fuerza de arrastre equilibra el peso del objeto, momento en el cual el objeto alcanza su *velocidad terminal* y deja de acelerar.

La ecuación diferencial que describe este fenómeno es:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - \frac{1}{2} C_d \rho A v^2$$

Donde:

- $C_d$  es el *coeficiente de arrastre*, que depende de la forma del objeto.
- $\rho$  es la densidad del aire.
- $A$  es el área transversal del objeto.
- $v$  es la velocidad del objeto en un instante dado.

Esta ecuación muestra cómo la velocidad de un objeto en caída libre se ve afectada por la resistencia del aire, lo que impide que continúe acelerando indefinidamente.