

# Análisis nodal

El análisis nodal también se conoce como *método de la tensión de nodo*.

El análisis nodal brinda un procedimiento general para el análisis de circuitos con el uso de tensiones de nodo como variables de circuito. La elección de las tensiones de nodo en vez de tensiones de elemento como las variables de circuito es conveniente y reduce el número de ecuaciones que deben resolverse en forma simultánea.

Para simplificar las cosas, en esta sección se supondrá que los circuitos no contienen fuentes de tensión. Circuitos que contienen fuentes de tensión se analizarán en la siguiente sección.

En el *análisis nodal* interesa hallar las tensiones de nodo. Dado un circuito con  $n$  nodos sin fuentes de tensión, el análisis nodal del circuito implica los tres pasos siguientes.

## Pasos para determinar las tensiones de los nodos:

1. Seleccione un nodo como nodo de referencia. Asigne las tensiones  $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$ , a los  $n - 1$  nodos restantes. Las tensiones se asignan respecto al nodo de referencia.
2. Aplique la LCK a cada uno de los  $n - 1$  nodos de no referencia. Use la ley de Ohm para expresar las corrientes de rama en términos de tensiones de nodo.
3. Resuelva las ecuaciones simultáneas resultantes para obtener las tensiones de nodo desconocidos.

Ahora se explicarán y aplicarán estos tres pasos.

El primer paso del análisis nodal es seleccionar un nodo como *nodo de referencia* o *de base*. El nodo de referencia se llama comúnmente *tierra*, pues se

supone que tiene potencial cero. El nodo de referencia se indica con cualquiera de los tres símbolos de la figura 3.1. El tipo de tierra de la figura 3.1b) se llama *tierra de chasis (armazón)* y se usa en dispositivos en los que la caja, recipiente o chasis actúa como punto de referencia para todos los circuitos. Cuando el potencial de la tierra se usa como referencia, se emplea la *tierra física* de la figura 3.1a) o c). Aquí se usará siempre el símbolo de la figura 3.1b).

Una vez seleccionado el nodo de referencia, se hacen designaciones de tensión a los nodos de no referencia. Considérese, por ejemplo, el circuito de la figura 3.2a). El nodo 0 es el nodo de referencia ( $v = 0$ ), mientras que a los nodos 1 y 2 se les asignan las tensiones  $v_1$  y  $v_2$ , respectivamente. Téngase en cuenta que las tensiones de nodo se definen respecto al nodo de referencia. Como se ilustra en la figura 3.2a), cada tensión de nodo es la elevación de la tensión respecto al nodo de referencia desde el nodo correspondiente distinto de tierra, o simplemente la tensión de ese nodo respecto al nodo de referencia.

Como segundo paso, se aplica la LCK a cada nodo de no referencia en el circuito. Para no recargar de información el mismo circuito, el circuito de la figura 3.2a), se ha redibujado en la figura 3.2b), donde ahora se añaden  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ , como las corrientes a través de los resistores  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ , respectivamente. En el nodo 1, la aplicación de la LCK produce

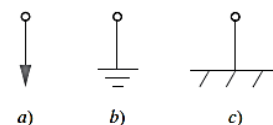
$$I_1 = I_2 + i_1 + i_2 \quad (3.1)$$

En el nodo 2,

$$I_2 + i_2 = i_3 \quad (3.2)$$

Ahora se aplica la ley de Ohm para expresar las corrientes desconocidas  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ , en términos de tensiones de nodo. La idea clave por tener en cuenta es que, puesto que la resistencia es un elemento pasivo, por la convención pasiva de los signos la corriente siempre debe fluir de un potencial mayor a uno menor.

El número de nodos de no referencia es igual al número de ecuaciones independientes que se derivará.



**Figura 3.1**  
Símbolos comunes para indicar el nodo de referencia: a) tierra común, b) tierra, c) tierra de chasis.

La corriente fluye de un potencial **mayor** a un potencial **menor** en un resistor.

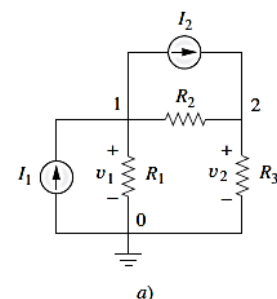
Este principio se puede expresar como

$$i = \frac{v_{\text{mayor}} - v_{\text{menor}}}{R} \quad (3.3)$$

Nótese que este principio concuerda con la manera en que se definió la resistencia en el capítulo 2 (véase figura 2.1). Con esto presente, de la figura 3.2b) se obtiene,

$$i_1 = \frac{v_1 - 0}{R_1} \quad \text{o} \quad i_1 = G_1 v_1$$

.. ..



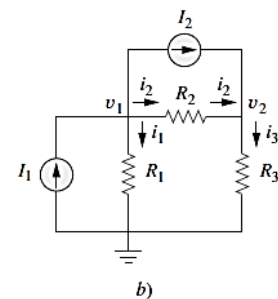
$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2} \quad \text{o} \quad i_2 = G_2(v_1 - v_2) \quad (3.4)$$

$$i_3 = \frac{v_1 - 0}{R_3} \quad \text{o} \quad i_3 = G_3 v_2$$

La sustitución de la ecuación (3.4) en las ecuaciones (3.1) y (3.2) da, respectivamente,

$$I_1 = I_2 + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} \quad (3.5)$$

$$I_2 + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = \frac{v_2}{R_3} \quad (3.6)$$



**Figura 3.2**  
Circuito usual para el análisis nodal.

En términos de las conductancias, las ecuaciones (3.5) y (3.6) se convierten en

$$I_1 = I_2 + G_1 v_1 + G_2(v_1 - v_2) \quad (3.7)$$

$$I_2 + G_2(v_1 - v_2) = G_3 v_2 \quad (3.8)$$

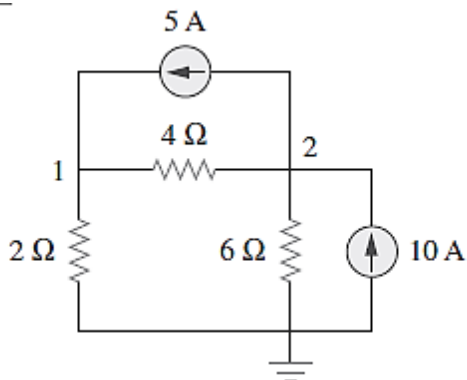
El tercer paso del análisis nodal es determinar las tensiones de nodo. Si se aplica la LCK a los  $n - 1$  nodos de no referencia, se obtienen  $n - 1$  ecuaciones simultáneas como las ecuaciones (3.5) y (3.6) o (3.7) y (3.8). En el caso del circuito de la figura 3.2, se resuelven las ecuaciones (3.5) y (3.6) o (3.7) y (3.8) para obtener las tensiones de nodo  $v_1$  y  $v_2$ , usando cualquier método estándar, como el método de sustitución, el método de eliminación, la regla de Cramer o la inversión de matrices. Para emplear alguno de los dos últimos métodos, las ecuaciones simultáneas deben enunciarse en forma matricial. Por ejemplo, las ecuaciones (3.7) y (3.8) pueden enunciarse en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

la cual puede resolverse para obtener  $v_1$  y  $v_2$ . La ecuación 3.9 se generalizará en la sección 3.6. Las ecuaciones simultáneas también pueden resolverse con calculadora o con paquetes de software como *MATLAB*, *Mathcad*, *Maple* y *Quattro Pro*.

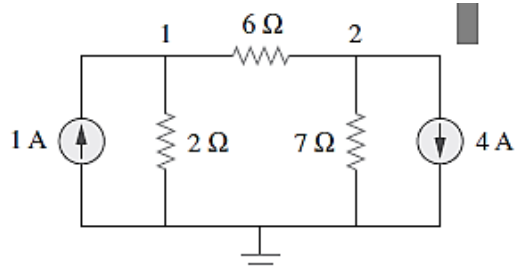
En el apéndice A se analiza la aplicación de la regla de Cramer.

Calcule las tensiones de nodo en el circuito que se muestra



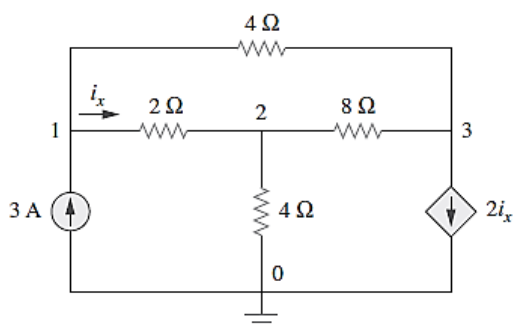
$$v_1 = \frac{40}{3} = 13.33 \text{ V} \quad v_2 = 20 \text{ V}$$

Obtener las tensiones de nodo en el circuito



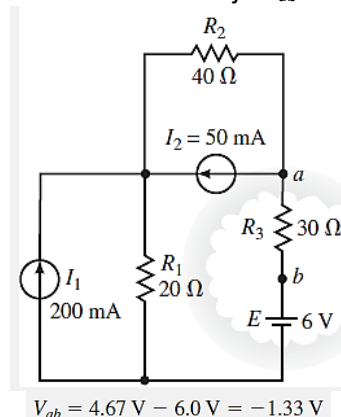
$$v_1 = -2\text{V}, v_2 = -14\text{V}.$$

Determinar las tensiones en los nodos.



$$v_1 = 4.8 \text{ V}, \quad v_2 = 2.4 \text{ V} \quad v_3 = -2.4 \text{ V}$$

En el circuito de la figura, use el análisis de nodos para calcular el voltaje  $V_{ab}$



$$V_{ab} = 4.67 \text{ V} - 6.0 \text{ V} = -1.33 \text{ V}$$