**PAC2 – ALGEBRA LINEAL**

**NOM I COGNOMS: JOSEP ANDREU MIRALLES**

**Considereu una matriu A amb m files i n columnes. Definim el conjunt *N(A)* com**

**1. Proveu que *N(A)* és un subespai vectorial.**

Per què *N(A)* sigui un subespai vectorial ha de complir les 3 següents condicions:

**1. :**

x=(0,0,...,0) pertany a *N(A)* ja que és solució trivial del sistema, i per tant *N(A)* no és igual al conjunt buit.

Considerem una matriu A amb m files i n columnes i el vector xamb n elements (0,...,0), podem efectuar el producte A·x, . Observem doncs que el vector (0,..,0) sempre és solució trivial, i per tant *N(A)*.

**2. :**

Siguin x1 i x2 solucions del sistema Ax=0

A(x1+x2) = A·x1 + A·x2 Per la propietat distributiva de les matrius,

A·x1 + A·x2 = 0+0 x1 i x2 pertanyen a *N(A),* per tant Axi=0,

A(x1+x2) = 0 per tant A(x1+x2)=0, i (x1+x2) és solució del sistema i

**3. :**

Sigui x solució del sistema Ax=0 , ik un escalar **.**

A(k·x) = k(A·x) Per la prop. distributiva del producte de matrius amb un escalar,

k(A·x) = k(0) = 0 x pertany a *N(A),* per tant Ax=0,

A(k·x) = 0 i per tant A(k·x)=0, i (k·x) és solució del sistema i

Queda doncs demostrat que N(A) és un subespai vectorial.

**2. Considereu la matriu A = i calculeu el complement ortogonal de *N(A)*.**

**1. Obtenim una base ortonormal d’*N(A):***

Obtenim la base ortonormal de *N(A)*=<(0,1,0,0)> i de dimensió =1.

I obtenim, .

**2. Obtenim el complement ortogonal mitjançant la base de tots els vectors ortogonals del subespai *N(A)*.**

Donat qualsevol vector (x, y, z, t) i el vector (0, 1, 0, 0), es diu que són ortogonals si el seu producte escalar és igual a 0.

=

Es evident doncs que els vectors de la forma ( són ortogonals a *N(A)*.

Podem obtenir la base de *N(A)┴ =* <(x 0 0 0), (0 0 z 0), (0 0 0 t)>, i la base ortonormal d’*N(A)┴* = <(1 0 0 0), (0 0 1 0), (0 0 0 1)> de dimensió 3.

I obtenim que