Mateo Contreras Castellanos 201514104.

3,1,2 =

2017-1

4/7

Calculo Vectorial de Honores

10

1. Demostrar que el límite $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^2+y^2}$ existe y hallar el límite.
2. Hallar los puntos de la curva $x = 2t$, $y = t^3 - 2t$ donde la recta tangente es paralela a la recta $x + y - 1 = 0$.
3. Sea Σ la superficie de gráfico de la función $f(x, y) = x^2 - y^2$. Hallar todos los puntos de la superficie Σ donde el plano tangente a la superficie sea paralelo al plano $4x - 2y - z = 0$.
4. Sea Γ la curva dada por las ecuaciones paramétricas

$$x = t, y = 2\sin t, z = 2\cos t, \quad -2\pi \le t \le 2\pi.$$

   (a) (2 points) Dibujar la curva Γ.
   (b) (3 points) Hallar la longitud de la curva Γ.
   (c) (5 points) Hallar la curvatura de la curva Γ en el punto $t = 0$.

5. (a) (6 points) Encontrar la ecuación paramétrica de la curva de la intersección del plano $2x - 2y + z = 2$ y la superficie $z = x^2 + y^2$.
   (b) (4 points) Encontrar la curvatura de la curva en el punto $P(1, 1, 2)$ (recordamos que la curvatura de una curva dada por una ecuación paramétrica $\vec{r} = \vec{r}(t)$ es la función $k(t) = \|\vec{r}''(t) \times \vec{r}'(t)\| / \|\vec{r}'(t)\|^3$).

6. Suponga que $T(x, y, z) = e^{-(x^2+2y^2+3z^2)}$ es la temperatura en grados de un punto $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ (x, y, z están medido en centÃmetros). Suponga que tenemos una partícula en el punto $(-1, 1, 1)$.
   (a) (5 points) En quÃ© dirección (unitaria) debería moverse la partÃcula para *disminuir* su temperatura lo mÃ¡s rápidamente posible?
   (b) (5 points) Si la partícula avanza a una velocidad de $e^6 cm/seg$ en la dirección determinada en la parte (a), con que rapidez decrecerá la temperatura?

7. La altura de una montaña se describe por la función $z = x^2 - 3y^2$.
   (a) (5 points) Â¿A qué tasa cambia la altura de la montaã en la dirección de vector $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$ en el punto $Q(2, 2)$?
   (b) (5 points) Una bola pesada está bajando por la montaã siguiendo el camino de más rápido descenso y pasa por el punto $P(2, 2, -8)$. Encontrar una ecuación de la recta l tangente a la trayectoria de la bola a lo largo de la montaã en el punto P.