MKP - Metoda konečných prvků, úvod ke cvičení

naposledy upraveno: 7. října 2019

Podmínky zápočtu:

1. 2 malé písemky, cca na 30 min (dohromady potřeba dosáhnout alespoň 50%)
2. semestrální práce (implementace + zpráva)
3. docházka: povoleny max. 3 absence; náprava individuální

MATLAB

- desktopová verze (TUL licence)
- online verze (internetový prohlížeč) + MATLAB drive:
  `https://www.mathworks.com/products/matlab-online.html`
  `https://drive.matlab.com/`
- Octave: `https://www.gnu.org/software/octave/`
- Octave online: `https://octave-online.net/`

Další materiály:

- `https://astra.cxi.tul.cz/ucebny/mkp/`
- `https://people.nti.tul.cz/~pavel.exner/`
- Lineární algebra s Matlabem, Kozubek, T. a kol., 2012:
  `http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/linearni_algebra_s_matlabem.pdf`
- Matematické modelování a metoda konečných prvků, Blaheta, R., 2012
  `http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/numericke_metody_2.pdf`

Vedení tepla	Porézní proudění	Mechanika	Elektrostatika	Difúzní transport
Fourierův zákon	Darcyho zákon	Hookův zákon	Elektrický potenciál	Fickův zákon
$q = -\lambda T'$	$q = -Kp'$	$\sigma = -Eu'$	$E = -\varphi'$, $D = \varepsilon E$	$q = -Dc'$
$-(\lambda T')' = f$	$-(Kp')' = f$	$-(Eu')' = f$	$-(\varepsilon\varphi')' = f$	$-(Dc')' = f$
q - tepelný tok	q - Darcyho rychlost	σ - napětí	E - elektrické pole	q - difúzní tok
λ - tepelná vodivost	K - hydraulická vodivost	E - Youngův modul pružnosti	ε - permitivita	D - difuzivita
T - teplota	p - tlak	u - posunutí	φ - elektrický potenciál	c - koncentrace
		ve 2D:		
$-\operatorname{div}(\nabla T) = f$	$-\operatorname{div}(K\nabla p) = f$	$-\operatorname{div}(E\nabla u) = f$	$-\operatorname{div}(\varepsilon\nabla\varphi) = f$	$-\operatorname{div}(D\nabla c) = f$

Úkoly (opakování diferenciálních operátorů):

- $\Delta(uv) = ? \quad u, v \in C^2(\mathbf{R})$
- $\boldsymbol{r} = (x, y)$, $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$, určete: ∇r, Δr
- $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$, $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, určete: $\nabla \times \boldsymbol{r}$, $\operatorname{div}(\nabla \times \boldsymbol{r})$
- Ukažte, že potenciální pole s potenciálem ω má nulovou rotaci, tedy že $\nabla \times (\nabla \omega) = 0$.
- Na kvádru $x \in [0, 1],\ y \in [0, 3],\ z \in [0, 2]$ spočítejte

$$\int_S \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} \, \mathrm{d}s, \qquad \boldsymbol{F} = (3x + z^{77}, y^2 - \sin x^2 z, xz + y e^{x^5}).$$

Úkoly (opakování Matlab):

- Naimplementujte maticové násobení $\mathbb{C}^{m \times p} = \mathbb{A}^{m \times n} \mathbb{B}^{n \times p}$ ve složkovém tvaru: $c_{ij} = \sum\limits_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$.
- Napište funkci generující matici $m \times m$ tohoto tvaru (můžete použít funkci `diag`):

$$\begin{pmatrix} m & m-1 & m-2 & m-3 & \dots & 1 \\ m-1 & m & m-1 & m-2 & \dots & 2 \\ m-2 & m-1 & m & m-1 & \dots & 3 \\ m-3 & m-2 & m-1 & m & \dots & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & m \end{pmatrix}.$$

- Vygenerujte náhodnou matici $m \times m$, $m > 10$ a nalezněte její největší prvek (pozici i hodnotu). Proveďte nejprve pomocí `for` cyklu, poté pomocí funkce `max`.
- Naimplementujte Gaussovu eliminaci s řádkovou pivotací (alespoň dopředný chod – převod to horního trojúhelníkového tvaru).