

Formulario di Termodinamica

Costanti fisiche notevoli

$$R = 8.314$$

Equazione di stato dei gas ideali

$$\boxed{PV = nRT} \iff \boxed{PV = mR^*T} \iff \boxed{Pv = R^*T} \text{ con } R^* = \frac{R}{M}$$

Primo principio: Conservazione dell'Energia

$$\boxed{\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}} \iff \boxed{du = \delta q^{\leftarrow} - \delta l^{\rightarrow}}$$

Nota Bene: $\Delta U_{ciclo} \equiv 0$

Secondo principio: Bilancio Entropico

$$\boxed{\Delta S = S_Q^{\leftarrow} + S_{IRR}} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_{IRR} \geq 0 \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_{IRR} = 0 \text{ se reversibile} \\ S_{IRR} > 0 \text{ se irreversibile} \end{array} \right. \\ S_Q^{\leftarrow} \geq 0 \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_Q = 0 \iff Q = 0 \\ S_Q > 0 \iff Q^{\leftarrow} \\ S_Q < 0 \iff Q^{\rightarrow} \end{array} \right. \end{array} \right.$$
$$\downarrow$$
$$S_Q^{\leftarrow} = \int \frac{dQ_{REV}^{\leftarrow}}{T}$$

N.B. \rightsquigarrow Sia U che S sono grandezze estensive:

$$U_{Sistema} = \sum U_{Sottosistemi}$$
$$S_{Sistema} = \sum S_{Sottosistemi}$$

Lavoro

$$\boxed{\delta L = PdV} \longrightarrow \boxed{L = \int_i^f PdV} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} L > 0 \rightarrow \text{Ciclo Diretto} \\ L < 0 \rightarrow \text{Ciclo Inverso} \end{array} \right.$$

Capacità Termica

$$\boxed{c_x = \left(\frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x}$$

Calore Specifico

$$\boxed{c = \frac{c_x}{m} = \left(\frac{\delta q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c_V = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_V \text{ a V costante} \\ c_P = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P \text{ a P costante} \end{array} \right.$$

Entalpia

$$\boxed{h = u + Pv} \iff \boxed{H = U + PV}$$

Gas Ideali

Per Gas Ideali possiamo supporre $c_v = c_v(T)$ e $c_p = c_p(T)$ e costanti per intervalli limitati di T.

- **GP mononatomico:** $\boxed{c_v = \frac{35}{2}R^*, \quad c_p = \frac{5}{2}R^*}$
- **GP biatomico (o poliatomico lineare):** $\boxed{c_v = \frac{5}{2}R^*, \quad c_p = \frac{7}{2}R^*}$
- **GP poliatomico non lineare:** $\boxed{c_v = \frac{6}{2}R^*, \quad c_p = \frac{8}{2}R^*}$

Calore

$$Q = \Delta U + L \xrightarrow[L = \int PdV]{\Delta U = mc_v \Delta T} \boxed{mc_v \Delta T + \int PdV}$$

Politropiche

Categorizziamo le trasformazioni al variare di $\boxed{n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v}} :$

$$\boxed{PV^n = \text{costante}}, \boxed{TV^{n-1} = \text{costante}}, \boxed{PT^{\frac{n}{n-1}} = \text{costante}}$$

→: isoterma $PV = \text{cost} \rightarrow n = 1$

→: isocora $V = \text{cost} \rightarrow n = \pm\infty \quad (c_x = c_v)$

→: isobara $P = \text{cost} \rightarrow n = 0 \quad (c_x = c_p)$

→: adiabatca $PV^n = \text{cost} \rightarrow n > 1, \quad n = k = \frac{c_p}{c_v}$

$$\rightsquigarrow n \neq 1 \implies \boxed{L^{\rightarrow} = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{n-1} \right]}$$

$$n = 1 \implies \boxed{L^{\rightarrow} = P_1 V_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = P_1 V_1 \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) = R^* T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)}$$

$$\rightsquigarrow \Delta S = s_2 - s_1 = c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S = s_2 - s_1 = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S = s_2 - s_1 = c_v \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Macchina Termica

$$\begin{aligned}
 \text{Macchina Motrice:} & \left\{ \begin{array}{l} \square \left\{ \begin{array}{l} \text{Sistemi Chiusi} \\ \text{Serbatoi a T costante} \\ \text{Macchina Ideale} \rightarrow S_{IRR} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{L}{Q}} = \boxed{1 - \frac{Q_F}{Q_C}} = \boxed{1 - \frac{T_F}{T_C}} \\ \square \left\{ \begin{array}{l} \text{Sistemi Chiusi} \\ \text{Serbatoi a T costante} \\ \text{Macchina Non Ideale} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F \cdot S_{IRR}}{Q_C}} \end{array} \right. \\
 \text{Macchina Operatrice} & \left\{ \begin{array}{l} \square \left\{ \begin{array}{l} \text{Sistemi Chiusi} \\ \text{Serbatoi a T costante} \\ \text{100\% Reversibile} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Pompa di Calore} \\ \boxed{COP_{PDC} = \frac{Q_C}{L} = \frac{T_C}{T_C - T_F}} \\ \text{Macchina Frigorifera} \\ \boxed{COP_F = \frac{Q_F}{L} = \frac{T_F}{T_C - T_F}} \end{array} \right. \\ \square \left\{ \begin{array}{l} \text{Sistemi Chiusi} \\ \text{Serbatoi a T costante} \\ \text{Macchina Non Ideale} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{COP_{PDC} = \frac{T_C}{T_C - T_F + \frac{T_C \cdot T_F \cdot S_{IRR}}{Q_C}}} \\ \boxed{COP_F = \frac{T_F}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{IRR}}{Q_F}}} \end{array} \right. \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

N.B. $\boxed{COP_{PDC} = COP_F + 1}$ e $\boxed{COP_{PDC} > 1}$

Sistemi Aperti

Bilancio di Massa

$$\frac{dm}{dt} = \sum_i \dot{m}_i \text{ con } (\dot{m} = \overset{\text{Densità}}{\underset{\uparrow}{\rho}} \cdot \underset{\downarrow \text{Velocità}}{w} \cdot \overset{\text{Sezione}}{\underset{\uparrow}{\Omega}})$$

Bilancio di Energia

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \dot{E}_i^{\leftarrow} = \sum_i \dot{m}_i \left(h + gz + \frac{w^2}{2} \right) + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}^{\rightarrow}$$

Bilancio di Entropia

$$\frac{dS}{dt} = \sum_i \dot{S}_i = \sum_i \dot{m}_i s_i + \dot{S}_Q + \dot{S}_{IRR}$$

Regime Stazionario

I bilanci diventano:

- $\boxed{\dot{m}_i^{\leftarrow} = -\dot{m}_u^{\leftarrow}}$
- $\boxed{\dot{m} \left[h_i - h_u + g(z_i - z_u) + \frac{w_i^2}{2} - \frac{w_u^2}{2} \right] + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}^{\rightarrow} = 0} \xrightarrow[\frac{dw=0}{dz=0}]{} \boxed{\dot{m} \Delta h = \dot{Q} - \dot{L}}$
- $\boxed{\dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_Q + \dot{S}_{IRR} = 0} \xrightarrow[\frac{dw=0}{dz=0}]{} \boxed{\dot{m} \Delta S = \dot{S}_Q + \dot{S}_{IRR}}$

Macchine Aperte

Adiabatico + $dz = 0 + dw = 0$:

$$\begin{array}{l} \text{Turbina} \longrightarrow \text{Motrice } (\dot{L} > 0) \\ \left. \begin{array}{l} \text{Compressore} \\ \text{Pompa} \end{array} \right\} \longrightarrow \text{Operatrici } (\dot{L} < 0) \end{array}$$

Scambiatore di Calore

Nessuno scambio di $\dot{L} + dz = 0 + dw = 0$

Diffusore e Ugello

Nessuno scambio di $\dot{L} + dz = 0 + dw = 0$ e:

- **Diffusore** $\longrightarrow (w \downarrow)$
- **Ugello** $\longrightarrow (w \uparrow)$

Valvola di Laminazione

Nessuno scambio di $\dot{L} + dz = 0 + dw = 0$

Rendimento Isentropico Macchina Aperta

$$\eta_{\text{Is Turbina}} = \frac{\dot{L}_{Reale}}{\dot{L}_{Ideale}} = \frac{h_1 - h'_2}{h_1 - h_2}$$
$$\eta_{\text{Is Compr/Pompa}} = \frac{\dot{L}_{Ideale}}{\dot{L}_{Reale}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h'_2}$$

Lavoro per Sistema Aperto

$$L_{REV} = - \int v dP \iff \dot{L}_{REV} = - \int V dP$$

Rendimento di Secondo Principio

$$\eta_{II^\circ P} = \frac{\eta_{Reale}}{\eta_{Ideale}}$$

Sistemi Eterogenei \longrightarrow Bifase

$$\boxed{m = m_\alpha + m_\beta}, \quad \boxed{E = E_\alpha + E_\beta}, \quad \boxed{\rho = \frac{m_\alpha \rho_\alpha + m_\beta \rho_\beta}{m_\alpha + m_\beta}}$$

Frazione Massica

$$\boxed{\chi_\alpha = \frac{m_\alpha}{m}} \rightsquigarrow \boxed{\chi_\alpha + \chi_\beta = 1}$$

Transizione di Fase

Succede a **Pressione Costante** $\implies \boxed{dh = \delta q}$

Fasi

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Liquido sottoraffreddato} \\ \text{Liquido saturo} \rightarrow \text{prossimo ad evaporare} \\ \text{Vapore saturo} \rightarrow \text{prossimo ad evaporare} \\ \text{Vapore surriscaldato} \end{array} \right.$$

Sistemi Liquido-Vapore

$$\text{Titolo di Vapore} = \boxed{x_V = \frac{m_V}{m}}, \quad \text{Titolo di Liquido} = \boxed{x_L = 1 - x_V}$$

Scegliamo $x = x_V$:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{u = x \cdot u_V + (1 - x)u_L} \\ \boxed{s = x \cdot s_V + (1 - x)s_L} \\ \boxed{h = x \cdot h_V + (1 - x)h_L} \\ \boxed{v = x \cdot v_V + (1 - x)v_L} \end{array} \right.$$

Miscela di Gas Ideali

$$\text{Frazione Massica: } \boxed{m_m = \sum_i m_i} \rightarrow \boxed{x_i = \frac{m_i}{m_m}}, \quad \text{Frazione Molare: } \boxed{N_m = \sum_i N_i} \rightarrow \boxed{y_i = \frac{N_i}{N_m}}$$

Formule

- **Legge di Dalton:** $P_m = \sum_i P_i(T_m, V_m)$
- **Legge di Amagat:** $V_m = \sum_i V_i(T_m, P_m)$
- **Notiamo:** $\left\{ \begin{array}{l} P_i = y_i P_m \\ V_i = y_i V_m \end{array} \right.$
- **Inoltre:** $\phi \in \{s, u, h, c_v, c_p\} \quad \phi_m = \sum_i (x_i \cdot \phi_i)$
- $\boxed{\Delta s_i = c_p \ln \left(\frac{T_{2i}}{T_{1i}} \right) - R^* \ln \left(\frac{P_{2i}}{P_{1i}} \right)}$

Aria Umida

Miscela ideale: aria secca + vapor d'acqua, considero vapore e aria come **Gas Perfetti**

Umidità Assoluta

$$\boxed{x = \frac{m_v}{m_{as}} = 0.622 \cdot \frac{P_v}{P - P_v}}$$

Umidità Relativa

$$\boxed{UR = \frac{m_v}{m_{Vsat@T}} = \frac{P_v}{P_{Vsat@T}}}$$

Notiamo:

$$\boxed{x = \frac{0.622 \cdot UR \cdot P_{Vsat@T}}{P - UR \cdot P_{Vsat@T}}} \quad \boxed{UR = \frac{x \cdot P}{(0.622 + x)P_{Vsat@T}}}$$

Entalpia

$$\boxed{H = H_A + H_V} \xrightarrow{\text{divido per } M_A} \boxed{h = h_A + xh_V}$$

Inoltre:

- Sotto la curva di Saturazione abbia un comportamento **Isotermobarico**
- **Temperatura di Rugiada:** T alla quale l'aria raffreddata a T costante inizia a condensare

Exergia

$$\boxed{Ex_Q = Q\left(1 - \frac{T_\infty}{T}\right)}$$

(Lavoro massimo ottenibile da Q alla temperatura T mediante una macchina ciclica che evolve reversibilmente fino a T_∞)

$$\boxed{Ex_{QC} = L_{Reale} + T_\infty \Delta S_{IRR} + Ex_{QF}}$$

$$\boxed{\eta_{Ex} = \frac{L_{Reale}}{Ex_{QC} - Ex_{QF}} = \frac{L_{Reale}}{L_{Reale} + T_\infty \Delta S_{IRR}}}$$

$$\boxed{\Pi_{Ex} = 1 - \eta_{Ex}} \text{ "Perdita Exergetica"}$$

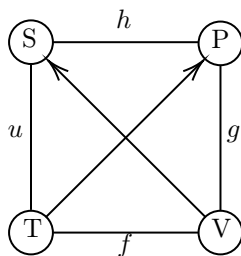
Formalismo Termodinamico

Potenziali Termodinamici

$$\begin{cases} \text{Helmoltz} = u - Ts \\ \text{Entalpia} = u + Pv \\ \text{Gibbs} = u - Ts + Pv \end{cases}$$

- Equazione Fondamentale $\longrightarrow \boxed{du = Tds - Pdv}$
- Entalpia $\longrightarrow \boxed{dh = Tds + vdP}$
- Funzione di Helmotz $\longrightarrow \boxed{df = -sdT - Pdv}$
- Funzione di Gibbs $\longrightarrow \boxed{dg = -sdT + vdP}$

Relazioni



Coefficienti

- Calore specifico a P costante $\longrightarrow c_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P$
- Calore specifico a V costante $\longrightarrow c_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$
- Coefficiente di dilatazione Isobaro $\longrightarrow \beta_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$
- Coefficiente di comprimibilità Isoterma $\longrightarrow k_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$
- Coefficiente di comprimibilità Isoentropico $\longrightarrow k_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S$

Note:

Coefficiente di Joule-Thompson $\rightarrow \mu = \frac{v(\beta_v \cdot T - 1)}{c_P}$ e $k = \frac{c_P}{c_V} = \frac{k_T}{k_S}$