#65: Jakub Strzelczyk (325325)

Obliczenia inżynierskie (OINT)
Zadanie projektowe nr 2: Rozwiązywanie nieliniowych równań algebraicznych
semestr letni 2023/24

Zadanie 1.

Wykorzystaj dostępną w środowisku MATLAB funkcję `fzero` do rozwiązania równania:

$$f(x) = 0 \tag{1}$$

gdzie:

$$f(x) \equiv 2\left[\exp\left(-(x/8-1)^6\right)\right]^{12} + 0.001x^3 - 2.5, \quad x \in [1, 10]$$

Zadanie 2.

Napisz w środowisku MATLAB funkcję, służącą do rozwiązywania nieliniowych równań algebraicznych za pomocą metody bisekcji. Funkcja ta powinna przyjmować następujące argumenty wejściowe:

- zmienną typu `function_handle`, reprezentującą funkcję matematyczną $f(x)$, która określa równanie do rozwiązania zgodnie ze wzorem (1);
- wektor dwuelementowy $[x_{\min}, x_{\max}]$, reprezentujący granice przedziału, w którym ma być poszukiwane rozwiązanie;
- skalarną wartość Δ, reprezentującą maksymalną dopuszczalną wartość bezwzględnego błędu rozwiązania.

Funkcja ta powinna zwracać wektor, zawierający przybliżenia rozwiązania uzyskane w kolejnych iteracjach.

Przetestuj opracowaną funkcję, wykorzystując ją do rozwiązania równania (1) dla $\Delta = 10^{-14}$.

Zadanie 3.

Napisz w środowisku MATLAB trzy kolejne funkcje, służące do rozwiązywania nieliniowych równań algebraicznych za pomocą:

- metody *regula falsi*, określonej następującym wzorem:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{x_i - x_0}{f(x_i) - f(x_0)} f(x_i) \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, 3, \ldots$$

- metody Newtona, określonej następującym wzorem:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad \text{dla} \quad i = 0, 1, 2, \ldots$$

- metody Mullera, określonej następującym wzorem:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{2c_i}{b_i + \operatorname{sgn}(b_i)\sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i}} \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, 3, \ldots$$

gdzie:

$$\begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(x_i - x_{i-1})^2 & (x_i - x_{i-1}) \\ -(x_i - x_{i-2})^2 & (x_i - x_{i-2}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f(x_i) - f(x_{i-1}) \\ f(x_i) - f(x_{i-2}) \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad c_i = f(x_i)$$

Składnia tych funkcji powinna być analogiczna do składni funkcji opracowanej w ramach Zadania 2.

W przypadku metody *regula falsi*, punktami startowymi niech będą wartości $x_0 = x_{\min}$ i $x_1 = x_{\max}$. W przypadku metody Newtona, punktem startowym niech będzie wartość $x_0 = x_{\max}$. W przypadku metody Mullera, punktami startowymi niech będą wartości $x_0 = x_{\min}$, $x_1 = (x_{\min} + x_{\max})/2$ i $x_2 = x_{\max}$.

Przetestuj opracowane funkcje, wykorzystując je do rozwiązania równania (1) dla $\Delta = 10^{-14}$.

Zadanie 4.

Dla każdej z czterech metod zaimplementowanych w ramach Zadań 2 i 3 wykreśl błędy bezwzględne, jakimi obarczone są przybliżenia rozwiązania uzyskane w kolejnych iteracjach. Przyjmij $\Delta = 10^{-14}$. Błędy te wyznacz, przyjmując jako wartość odniesienia wynik uzyskany za pomocą funkcji `fzero`.

Zadanie 5.

Dla każdej z czterech metod zaimplementowanych w ramach Zadań 2 i 3 wyznacz zależność liczby iteracji, potrzebnej by uzyskać dopuszczalną dokładność rozwiązania, od $\Delta \in [10^{-15}, 10^{-1}]$.

Zadanie 6.

Wykreśl i porównaj zależności liczby iteracji, potrzebnej by uzyskać dopuszczalną dokładność rozwiązania za pomocą metody Newtona, od $\Delta \in [10^{-15}, 10^{-1}]$ dla dwóch różnych punktów startowych: $x_0 = x_{\min}$ i $x_0 = x_{\max}$.