PISNI IZPIT - MATEMATIKA I

19. 6. 2020

1. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število n velja

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

- 2. Naj bosta podani kompleksni števili $w_1=1+i$ in $w_2=\frac{-4}{1-i}$.
 - (a) V polarni ravnini nariši množico kompleksnih števil z, ki ustrezajo pogoju $|z+w_1|<1 \quad \land \quad Re(z)-Im(z)>0.$
 - (b) Izračunaj $(w_1 + w_2)^{2020}$.

- 3. Naj bo podana funkcija $f(x) = \ln(x^3 + 3x^2)$.
 - (a) Določi lokalne ekstreme funkcije f.
 - (b) Določi točke (a,b), v katerih so tangente na graf funkcije f pravokotne na premico y=-x-1.

4. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta krivulja $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$ in premica y = x + 1.