第二章　轴向拉伸与压缩

§2.1 轴向拉压杆的内力与应力

一、定义

二、工程实例

三、横截面上的内力

四、横截面上的应力

五、斜截面上的应力

六、两相互垂直截面上的应力关系

七、应力集中

一、定义

轴向拉伸(轴向压缩)

——载荷的作用线与杆的轴线重合，使杆产生沿轴线方向伸长(缩短)的变形形式

二、工程实例——桥中的拉杆

二、工程实例——挖掘机的顶杆

二、工程实例——火车卧铺的撑杆

二、工程实例——广告牌的立柱与灯杆

二、工程实例——小亭的立柱

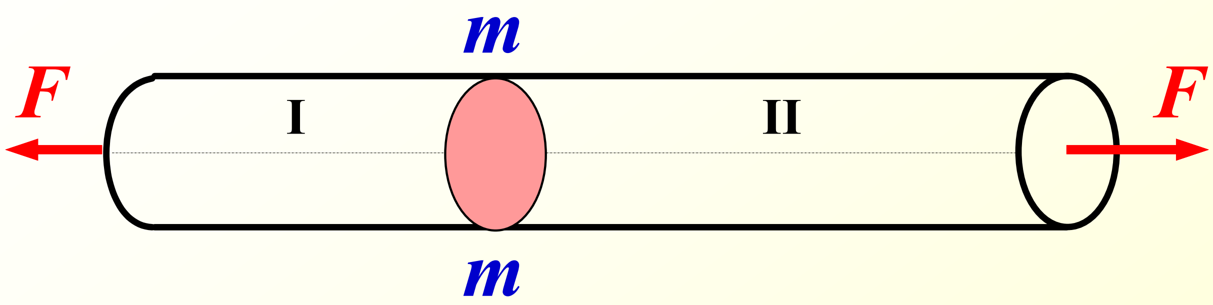
二、工程实例——网架结构中的杆

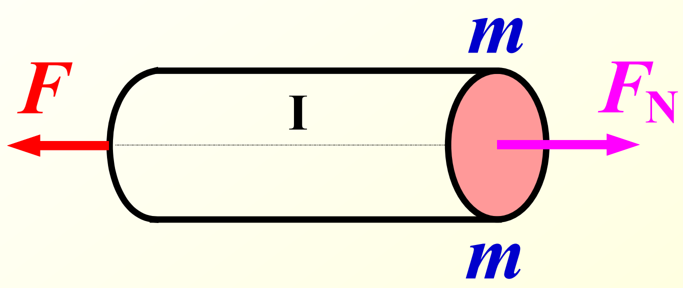
二、工程实例——网架结构中的杆

二、工程实例——塔吊中的杆和钢丝绳

二、工程实例——结构中的杆

三、横截面上的内力

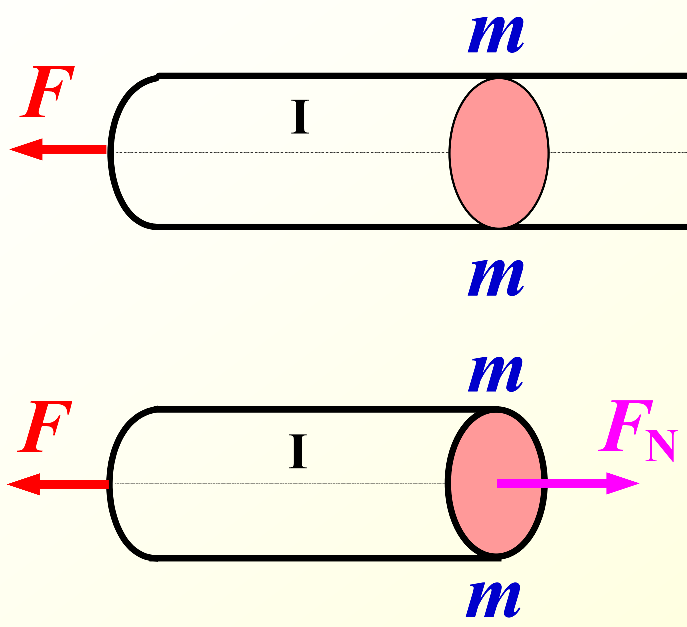




由$\sum F_x = 0$：　　$F_N - F = 0$

得到　　$F_N = F$

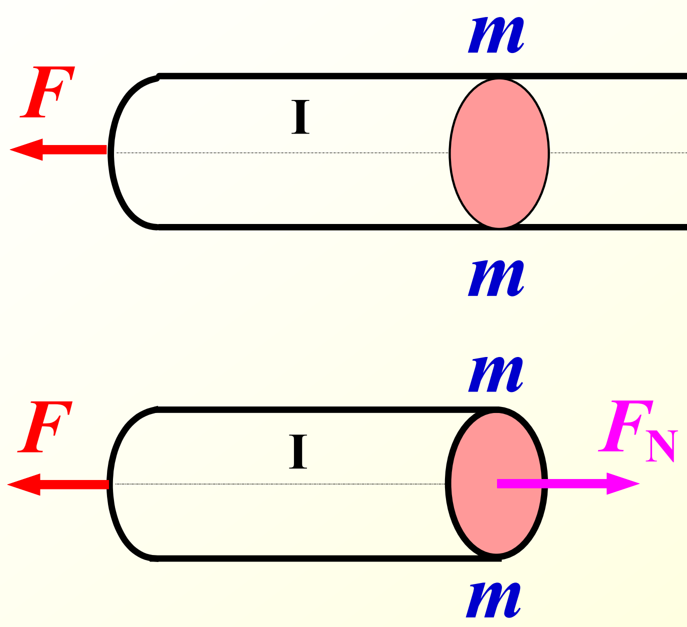
三、横截面上的内力



截面法求内力的步骤：

截，取，显，定。

三、横截面上的内力



轴力(F_N)——作用线与杆的轴线重合的内力

轴力的符号规定：指离截面为+，指向截面为－。

轴力的单　　位：N，kN

三、横截面上的内力

轴力图——轴力沿轴线变化的关系图

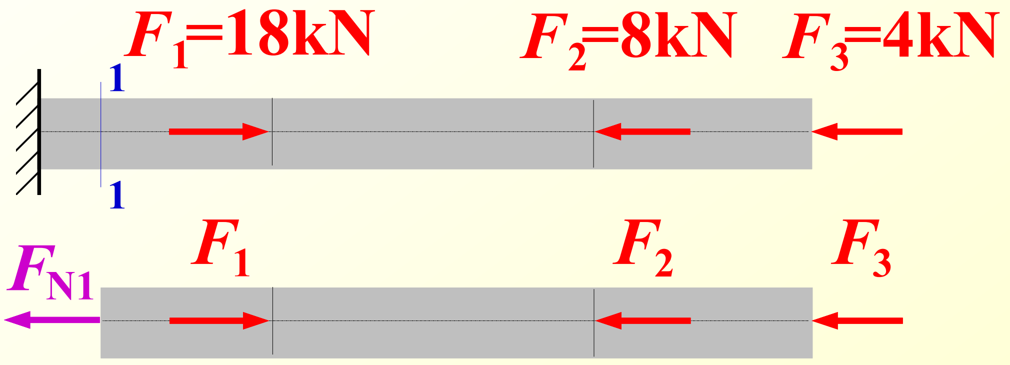
轴力图的**画法**：

1. 横轴表示横截面位置，纵轴表示轴力；

2. **正**值画在横轴的**上**方，**负**值画在横轴的**下**方。

例1 画出图示直杆的轴力图。

解:



1. 求轴力

1−1截面:（设正法）

由$\sum F_x = 0$:

$$-F_{N1} + F_1 - F_2 - F_3 = 0$$

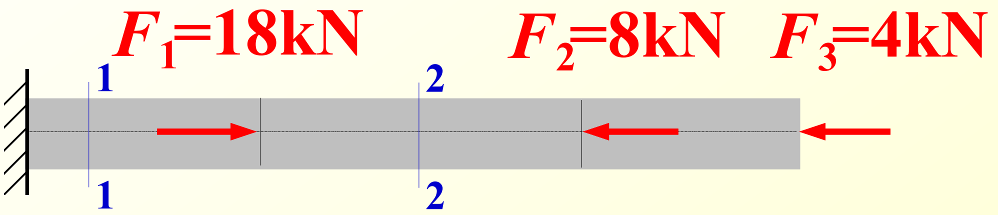
求得:

$$F_{N1} = F_1 - F_2 - F_3 = 6\text{kN}$$

例1 画出图示直杆的轴力图。

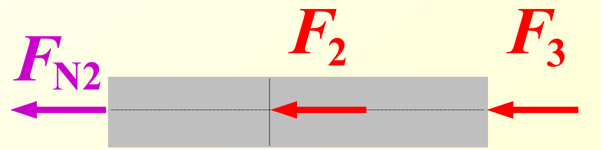
解:

1. 求轴力



1−1截面: $F_{N1}=6\text{kN}$

2−2截面:



由$\sum F_x=0$:

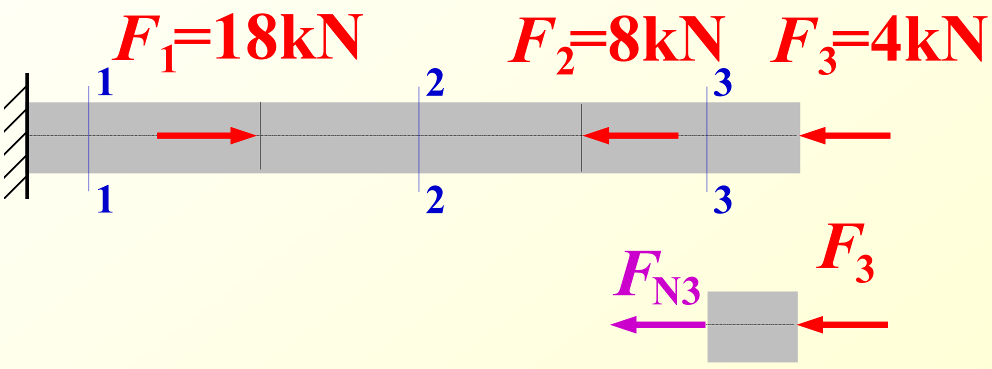
$$-F_{N2}-F_2-F_3=0$$

求得:

$$F_{N2}=-F_2-F_3=-12\text{kN}$$

例1 画出图示直杆的轴力图。

解：



1. 求轴力

1-1截面： $F_{N1}=6\text{kN}$

2-2截面： $F_{N2}=-12\text{kN}$

3-3截面：

由 $\sum F_x=0$：

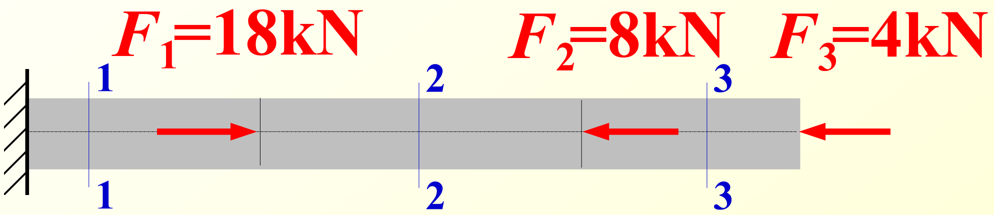
$$-F_{N3}-F_3=0$$

求得：

$$F_{N3}=-F_3=-4\text{kN}$$

例1 画出图示直杆的轴力图。

解:



1. 求轴力

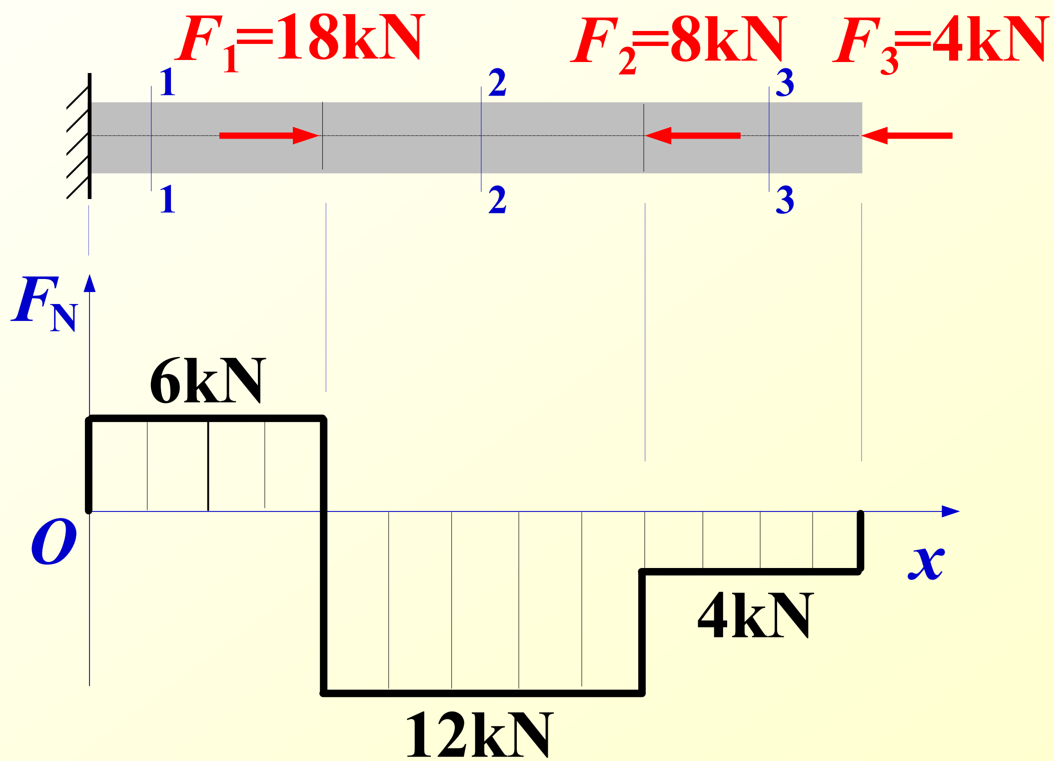
1−1截面： $F_{N1} = 6\text{kN}$

2−2截面： $F_{N2} = -12\text{kN}$

3−3截面： $F_{N3} = -4\text{kN}$

例1 画出图示直杆的轴力图。

解:



1. 求轴力

1−1截面：$F_{N1}=6\text{kN}$

2−2截面：$F_{N2}=-12\text{kN}$

3−3截面：$F_{N3}=-4\text{kN}$

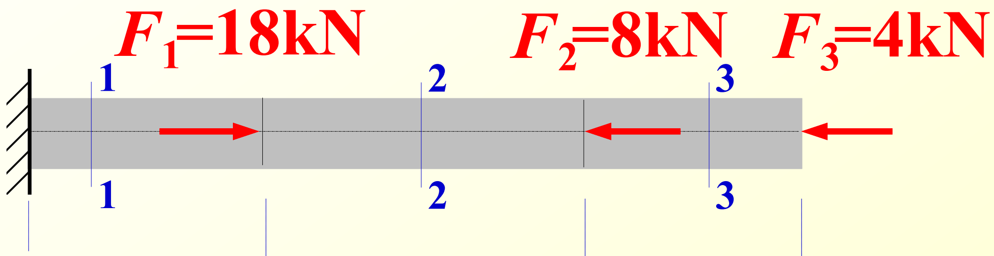
2. 画轴力图

轴力图不仅能显示出各段的轴力大小

而且能显示出各段的变形是拉伸还是压缩

例1 画出图示直杆的轴力图。

解:

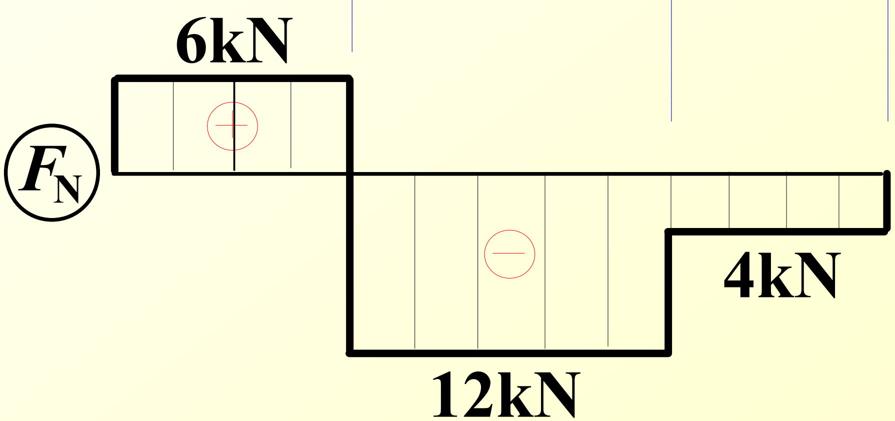


1. 求轴力

1−1截面： $F_{N1} = 6\text{kN}$

2−2截面： $F_{N2} = -12\text{kN}$

3−3截面： $F_{N3} = -4\text{kN}$



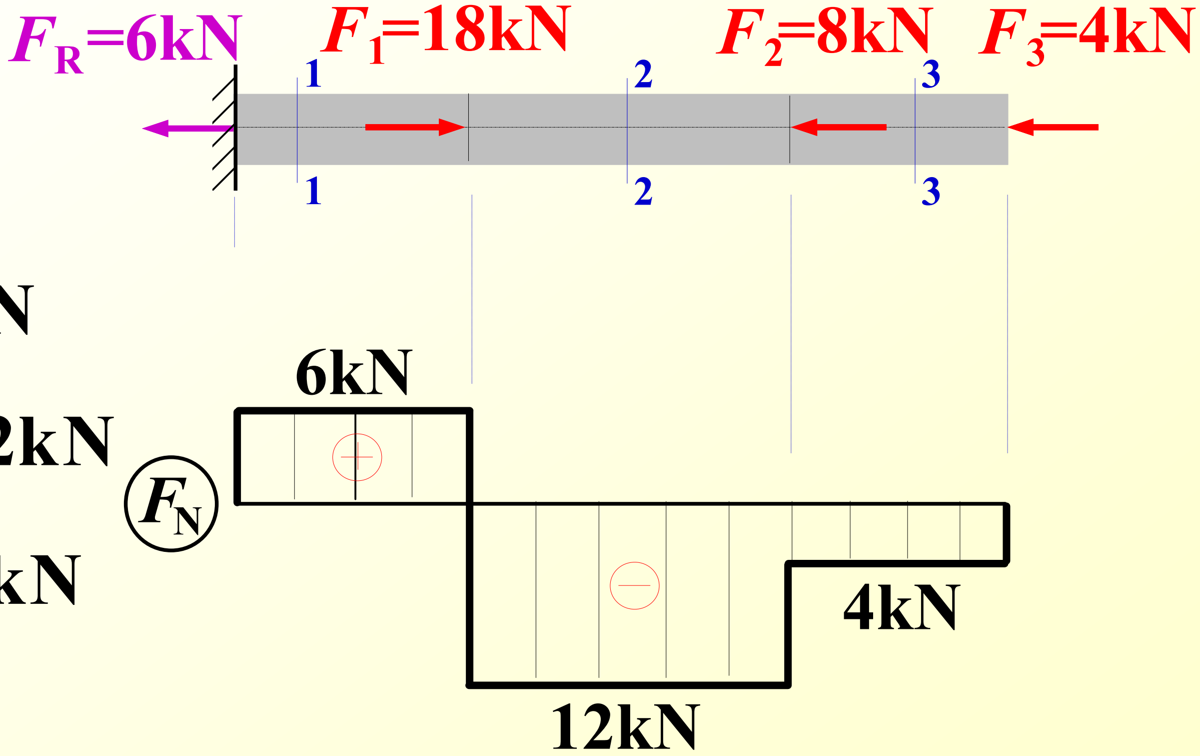
2. 画轴力图

轴力图不仅能显示出各段的轴力大小

而且能显示出各段的变形是拉伸还是压缩

例1 画出图示直杆的轴力图。

解:



1. 求轴力

1−1截面: $F_{N1}=6\text{kN}$

2−2截面: $F_{N2}=-12\text{kN}$

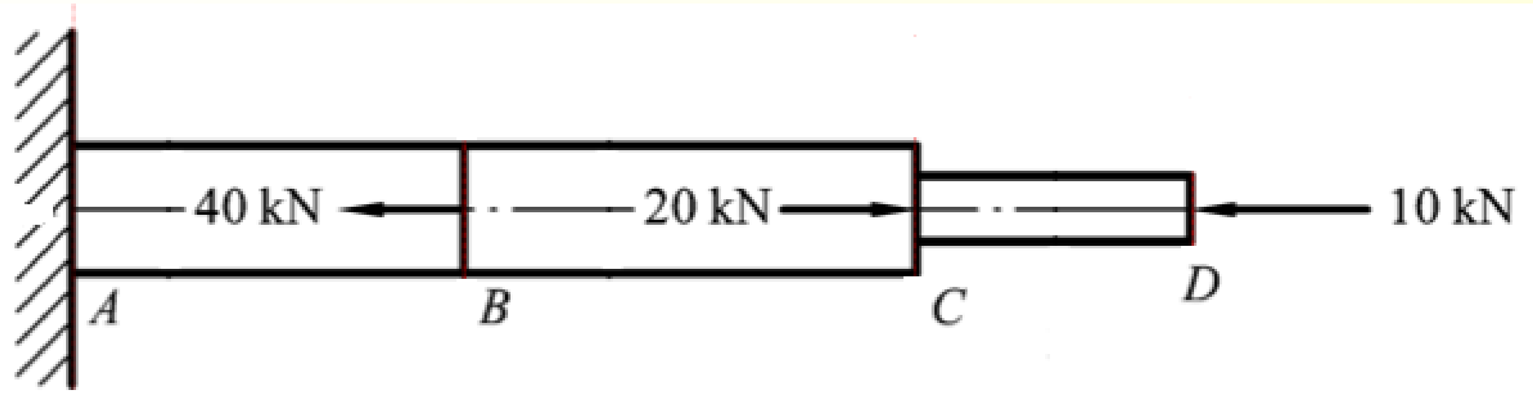
3−3截面: $F_{N3}=-4\text{kN}$

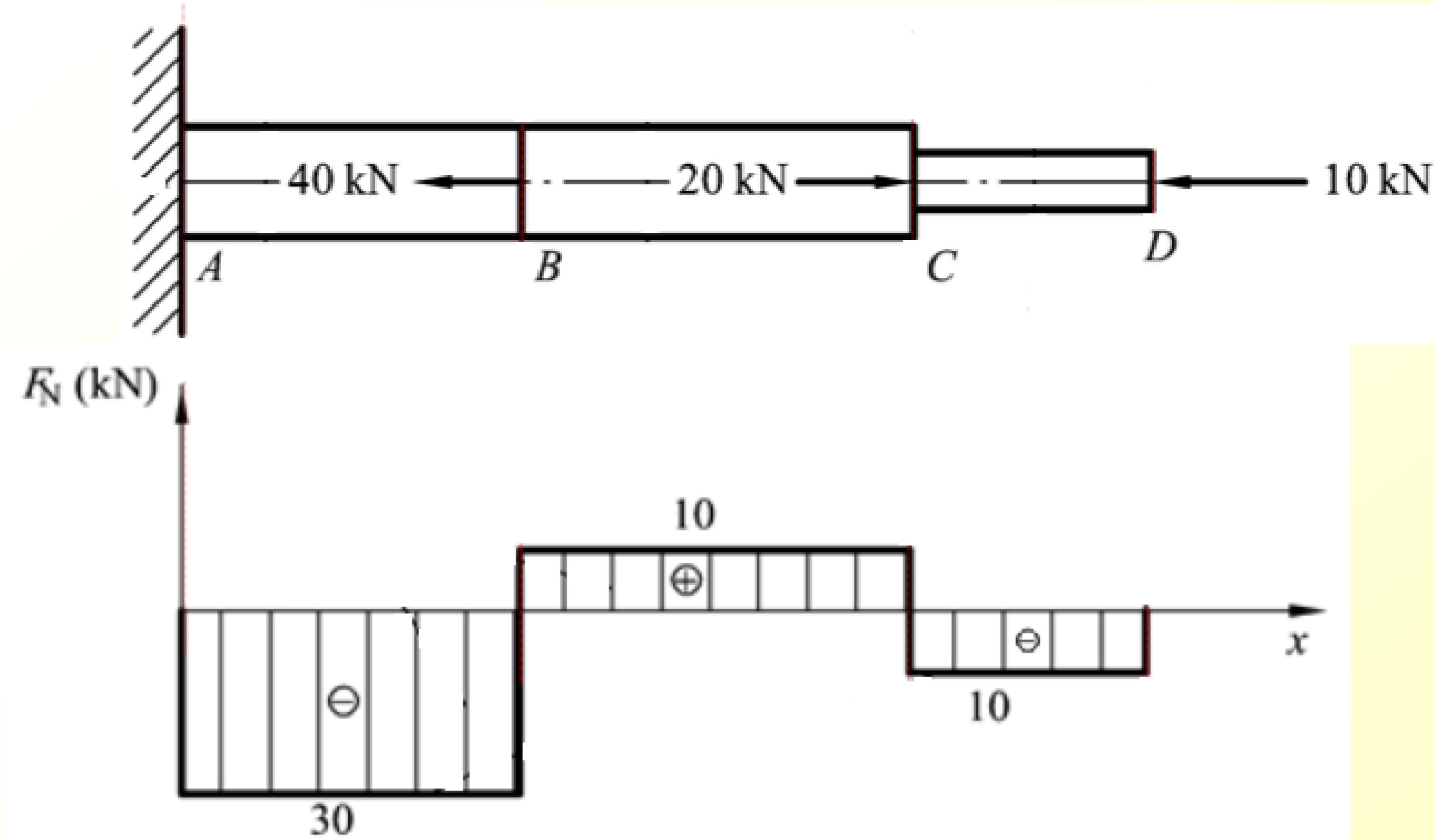
2. 画轴力图

3. 画轴力图的规律

从左到右，左上右下；从零开始，结束到零。

画出图示直杆的轴力图。

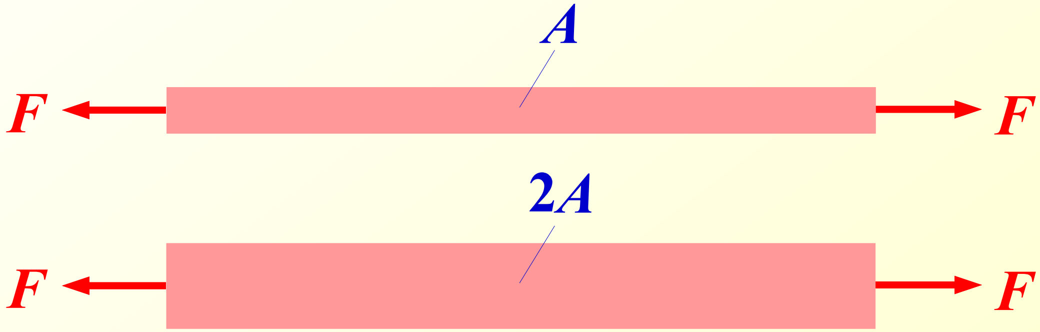



40 kN
20 kN
10 kN
A
B
C
D
F_N (kN)
10
⊕
⊖
x
10
⊖
30

四、横截面上的应力

1. 研究应力的意义

试问：下面两根材料相同横截面面积不同的杆件哪一根容易破坏？



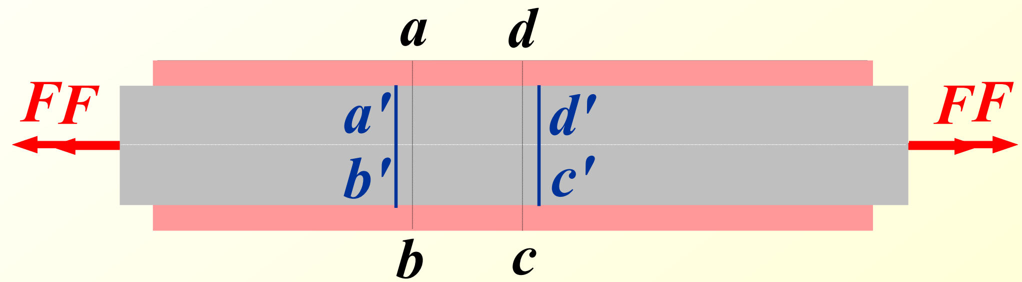
在求出横截面上的内力后，并不能判断杆件是否破坏

杆件的破坏与单位面积上的内力有关

应力——单位面积上的内力(即内力的集度)

四、横截面上的应力

2. 实验分析



变形现象：

两横向线（*ab*和*cd*）相对平移，并缩短

两纵向线（*ad*和*bc*）相对平移，并伸长

横向线与纵向线仍相互垂直

由此推测：

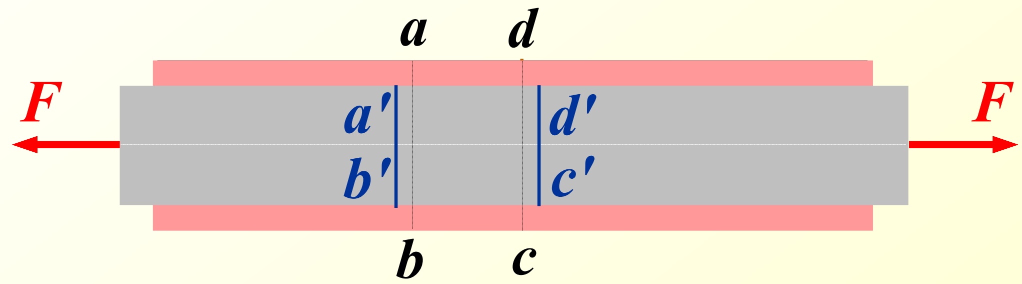
(1) 横截面变形后仍为平面，且仍垂直于轴线

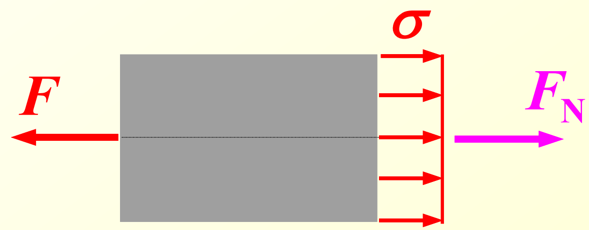
——平截面假设

(2) 两横截面之间的纵向线段伸长相同

四、横截面上的应力

2. 实验分析





结论：

(1) 横截面上各点的应力相同

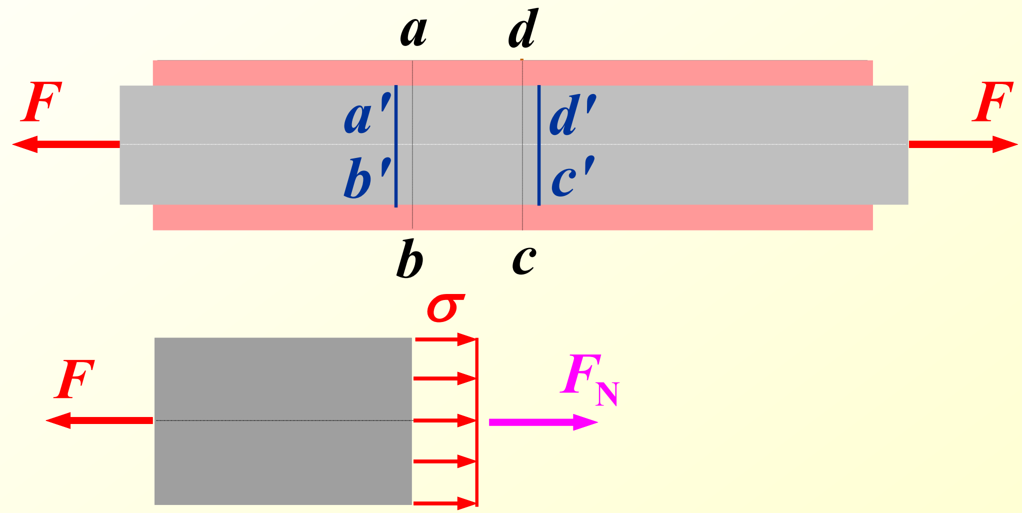
即：横截面上应力均匀分布

(2) 应力的方向与轴力的方向相同

四、横截面上的应力

3. 正应力公式

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A}$$



正应力——与截面垂直的应力

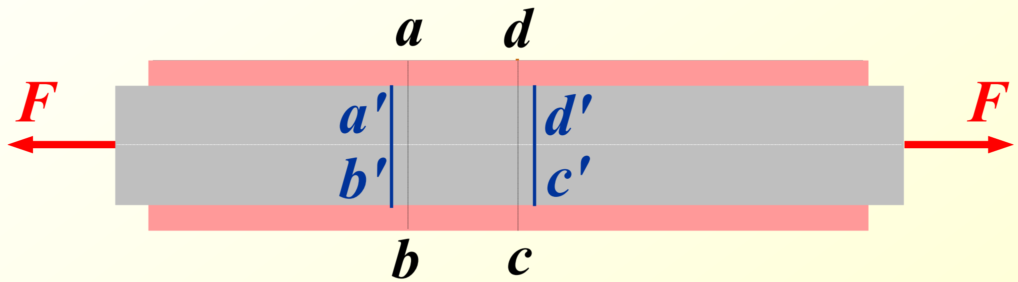
正应力的符号规定：指离截面为+，指向截面为–。

拉应力——指离截面的正应力(即正的正应力)

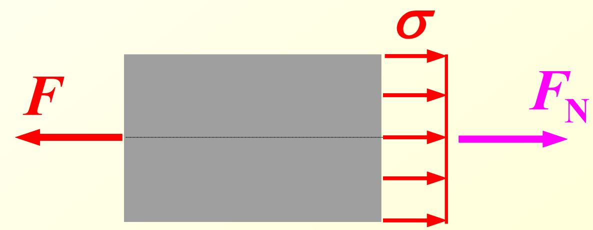
压应力——指向截面的正应力(即负的正应力)

四、横截面上的应力

3. 正应力公式



$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$



应力的单位： $Pa = N/m^2$， $MPa = N/mm^2 = 10^6 Pa$

$GPa = 10^9 Pa$

应力的常用单位： MPa

这样，在计算中： 力 的单位用 N

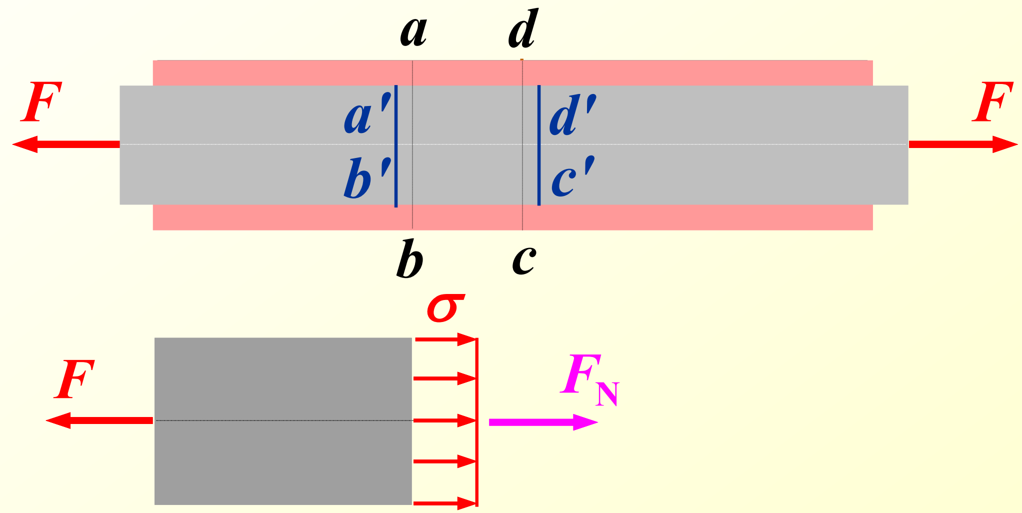
长度的单位用 mm

则应力的单位为 MPa

四、横截面上的应力

3. 正应力公式

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A}$$



4. 适用范围

(1) 载荷的作用线必须与轴线重合

(2) 不适应于集中力作用点附近的区域

四、横截面上的应力

圣维南原理：如果把物体一小部分边界上的面力，变换为分布不同但静力等效的面力(主矢量相同，对于同一点的主矩也相同)，那么，近处的应力分布将有显著的改变，但是远处所受的影响可以不计。

(杆端的加力方式对杆端附近的应力分布有影响，但只要加力的方式是静力等效的，这种影响的范围则很小，且只在杆的横向尺寸范围内)

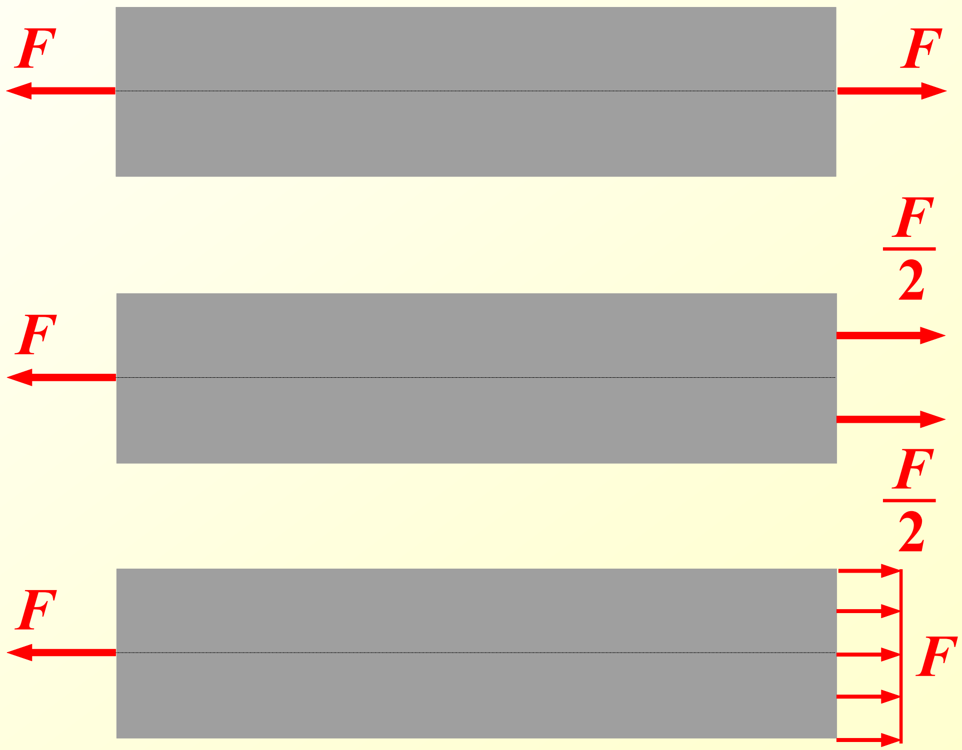
影响区的大小：大致与力系作用区的大小相当

四、横截面上的应力

3. 正应力公式

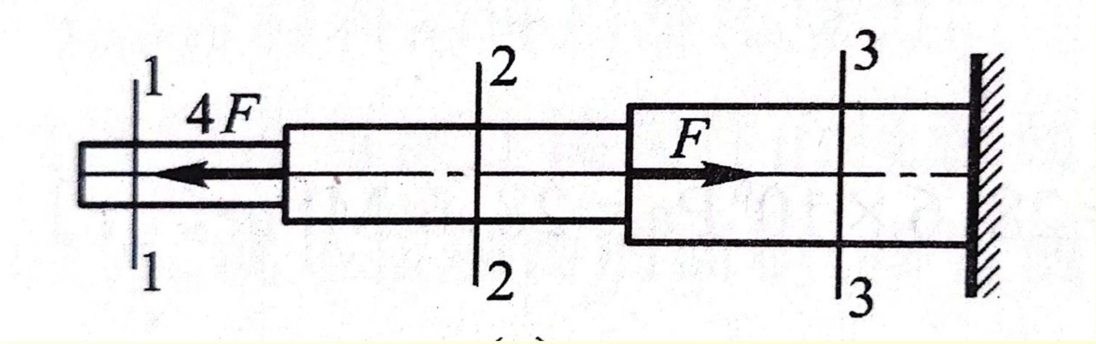
$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A}$$

4. 适用范围



力作用于杆端的方式不同，只会使与杆端距离不大于杆的横向尺寸的范围内受到影响。

若1-1，2-2，3-3三个截面的直径分别是d_1=15 mm，d_2=20 mm，d_3=24 mm，F=8 kN，试用图线表示横截面上的应力（纵坐标）沿轴线位置（横坐标）的变化情况。



若1-1，2-2，3-3三个截面的直径分别是d_1=15 mm，d_2=20 mm，d_3=24 mm，F=8 kN，试用图线表示横截面上的应力（纵坐标）沿轴线位置（横坐标）的变化情况。

(1) 1-1截面上的应力

$F_{N1}=0\ \text{kN}$，$\sigma_1=0\ \text{MPa}$

(2) 2-2截面上的应力

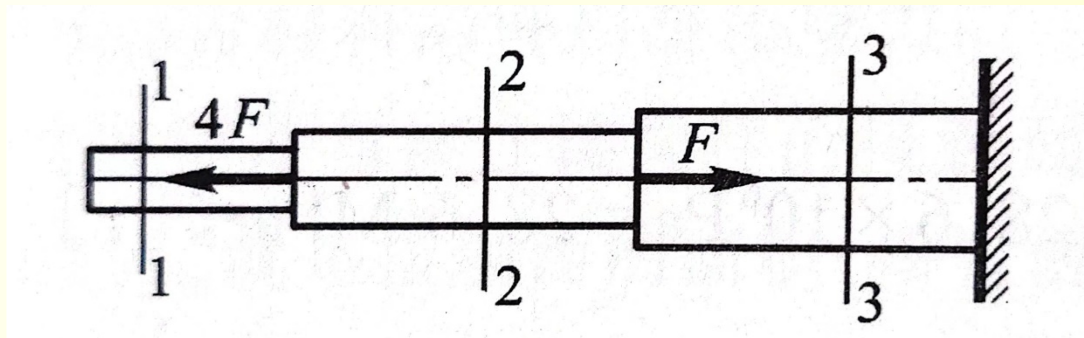
$F_{N2}=4F=4\times8=32\ \text{kN}$

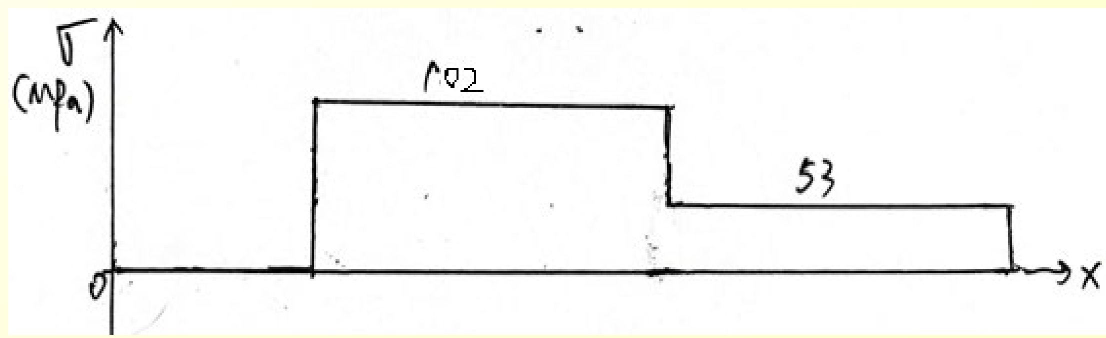
$\sigma_2=\dfrac{F_{N2}}{A_2}=\dfrac{32\times10^3\ \text{N}}{\frac{1}{4}\times3.142\times20^2}\doteq102\ \text{MPa}$

(3) 3-3截面上的应力

$F_{N3}=3F=3\times8=24\ \text{kN}$

$\sigma_3=\dfrac{F_{N3}}{A_3}=\dfrac{24\times10^3\ \text{N}}{\frac{1}{4}\times3.142\times24^2}\doteq53\ \text{MPa}$





五、斜截面上的应力

实验表明：

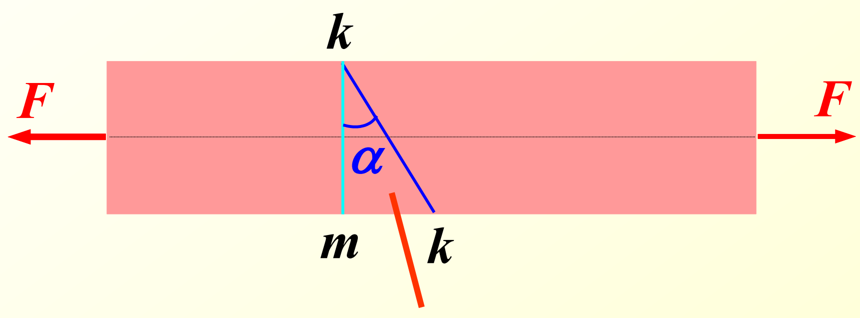
有些受拉杆件 是 沿横截面破坏的

有些受压杆件则是沿斜截面破坏的

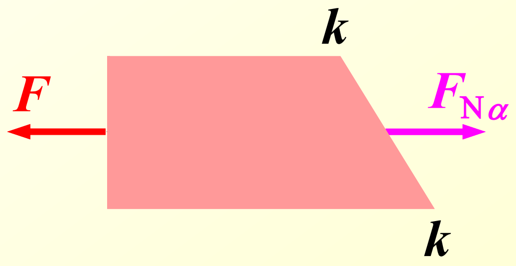
例如

五、斜截面上的应力

1. 斜截面上的内力



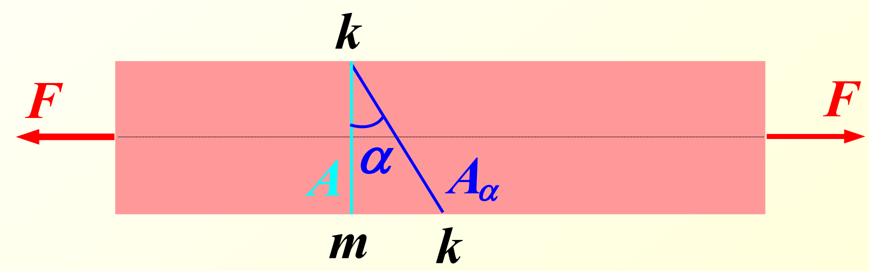
横截面km上： $F_{\mathrm{N}} = F$



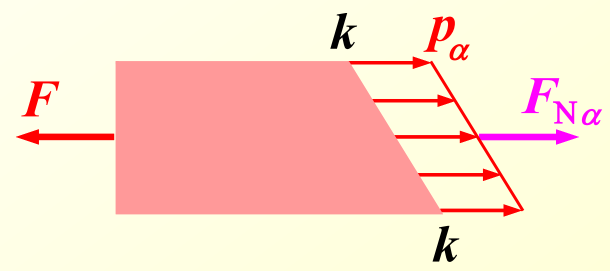
斜截面kk上： $F_{\mathrm{N}\alpha} = F$

即： $F_{\mathrm{N}\alpha} = F_{\mathrm{N}}$

五、斜截面上的应力



2. 斜截面上的应力



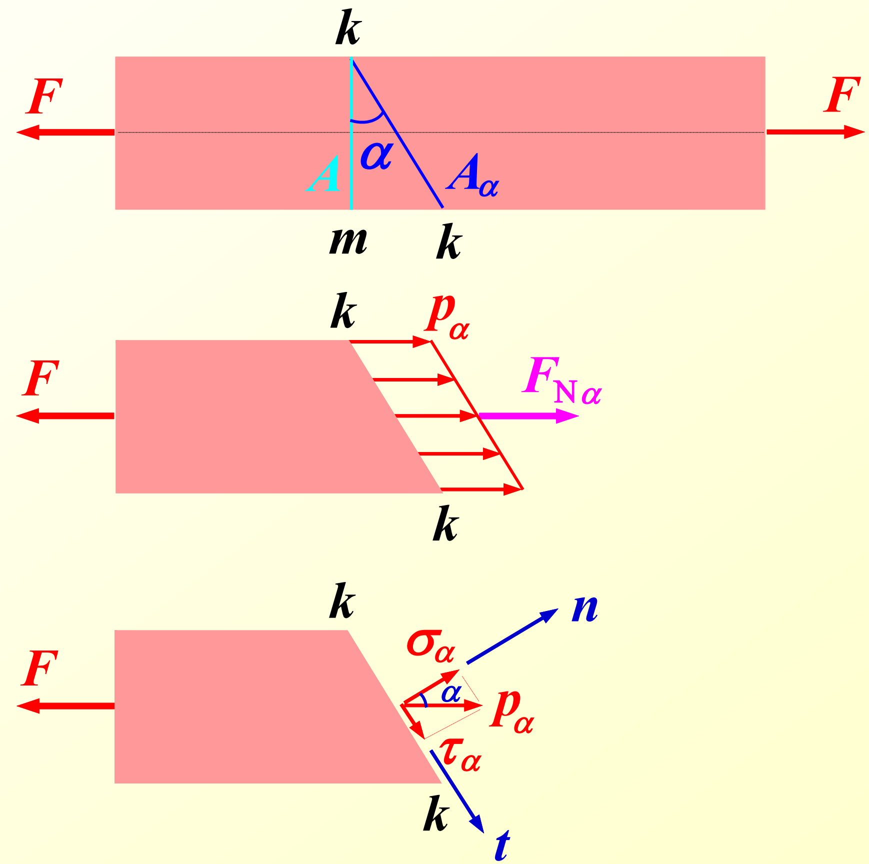
横截面km上： $\sigma = \dfrac{F_N}{A}$

斜截面kk上： $A_\alpha = \dfrac{A}{\cos\alpha}$

全应力 $p_\alpha = \dfrac{F_{N\alpha}}{A_\alpha} = \dfrac{F_N}{A}\cos\alpha = \sigma\cos\alpha$

五、斜截面上的应力

2. 斜截面上的应力



将全应力正交分解：

正应力：$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos\alpha$

$\sigma_\alpha = \dfrac{\sigma}{2}(1+\cos 2\alpha)$

切应力：$\tau_\alpha = p_\alpha \sin\alpha$

$\tau_\alpha = \dfrac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$

结论：σ_α 和 τ_α 都是 α 的函数

$p_\alpha = \sigma\cos\alpha$

切应力——垂直于截面法线方向的应力

切应力符号规定：绕研究体顺时针转为+，逆时针转为–。