六、两相互垂直截面上的应力关系

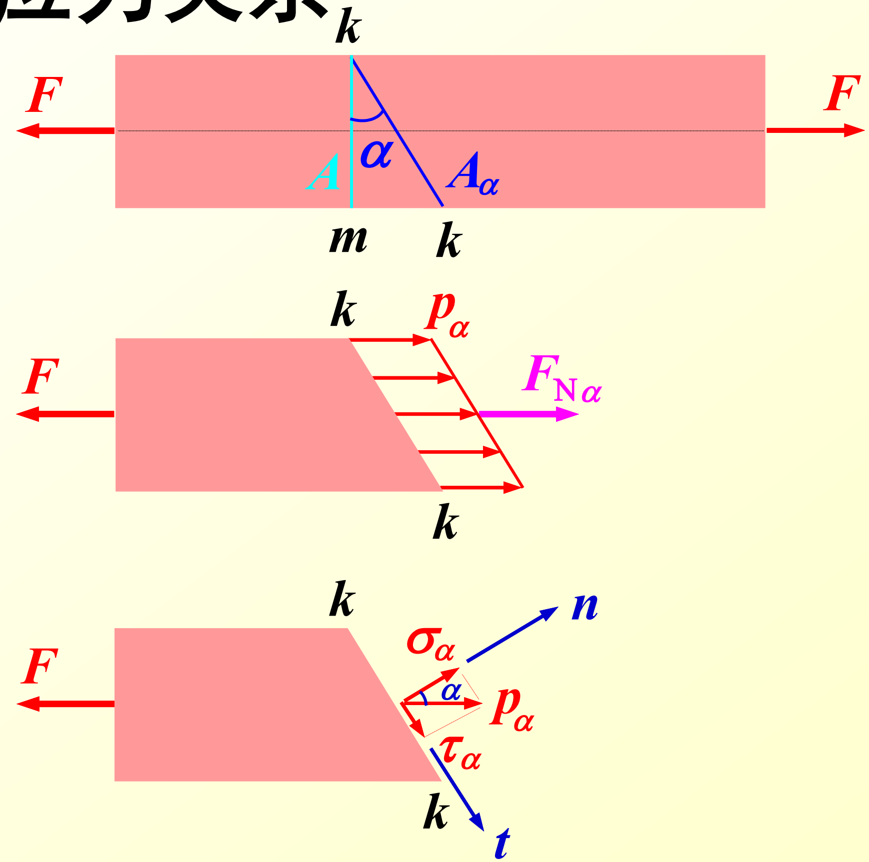
1. 正应力的关系

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\sigma_{\alpha\pm 90^\circ} = \frac{\sigma}{2}(1-\cos 2\alpha)$$

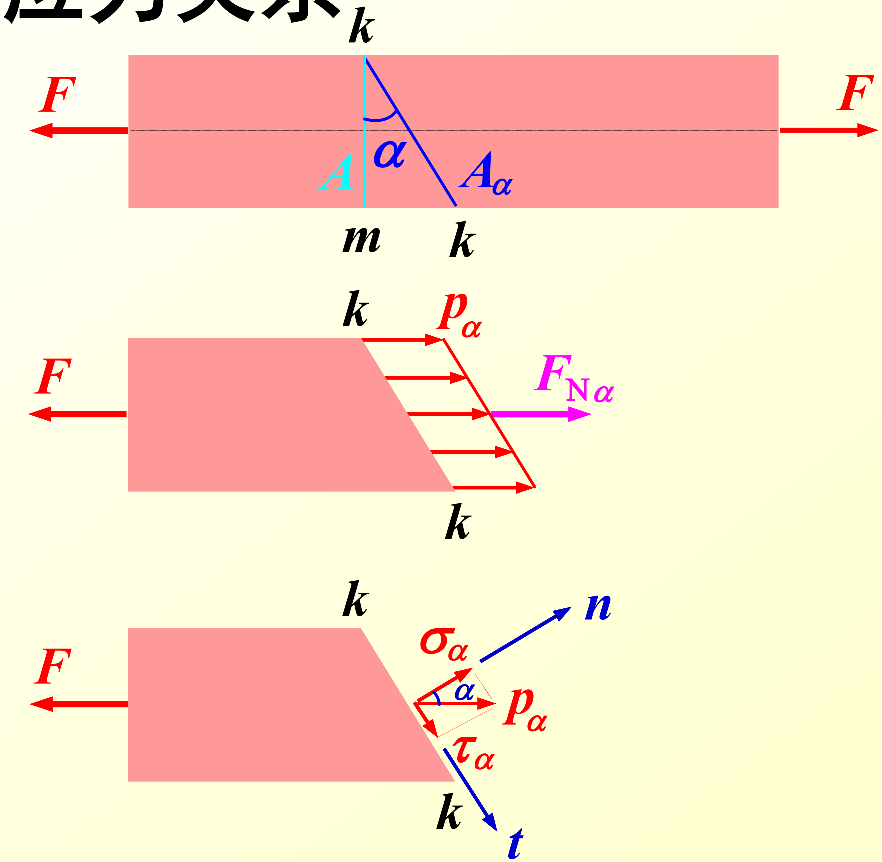
$\Rightarrow$

$$\sigma_\alpha + \sigma_{\alpha\pm 90^\circ} = \sigma = \sigma_{0^\circ} + \sigma_{\pm 90^\circ}$$



结论：任意两个相互垂直截面上的正应力之和为一定值

六、两相互垂直截面上的应力关系



2. 切应力的关系

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

$$\tau_{\alpha\pm 90^\circ} = -\frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow \qquad \tau_\alpha = -\tau_{\alpha\pm 90^\circ}$$

切应力互等定理：

在任意两个相互垂直截面上，切应力必同时存在，它们的大小相等，方向共同指向或指离两截面的交线。

讨论：几个特殊截面上的应力

1. 横截面 $\alpha = 0°$， $\sigma_{0°} = \sigma = \sigma_{max}$ ， $\tau_{0°} = 0$

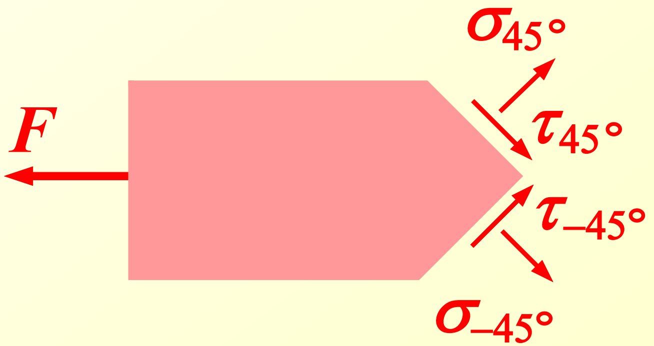
2. 纵截面 $\alpha = 90°$， $\sigma_{90°} = 0 = \sigma_{min}$ ， $\tau_{90°} = 0$

3. 斜截面 $\alpha = 45°$， $\sigma_{45°} = \dfrac{\sigma}{2}$， $\tau_{45°} = \dfrac{\sigma}{2} = \tau_{max}$

4. 斜截面 $\alpha = -45°$， $\sigma_{-45°} = \dfrac{\sigma}{2}$， $\tau_{-45°} = -\dfrac{\sigma}{2} = \tau_{min}$

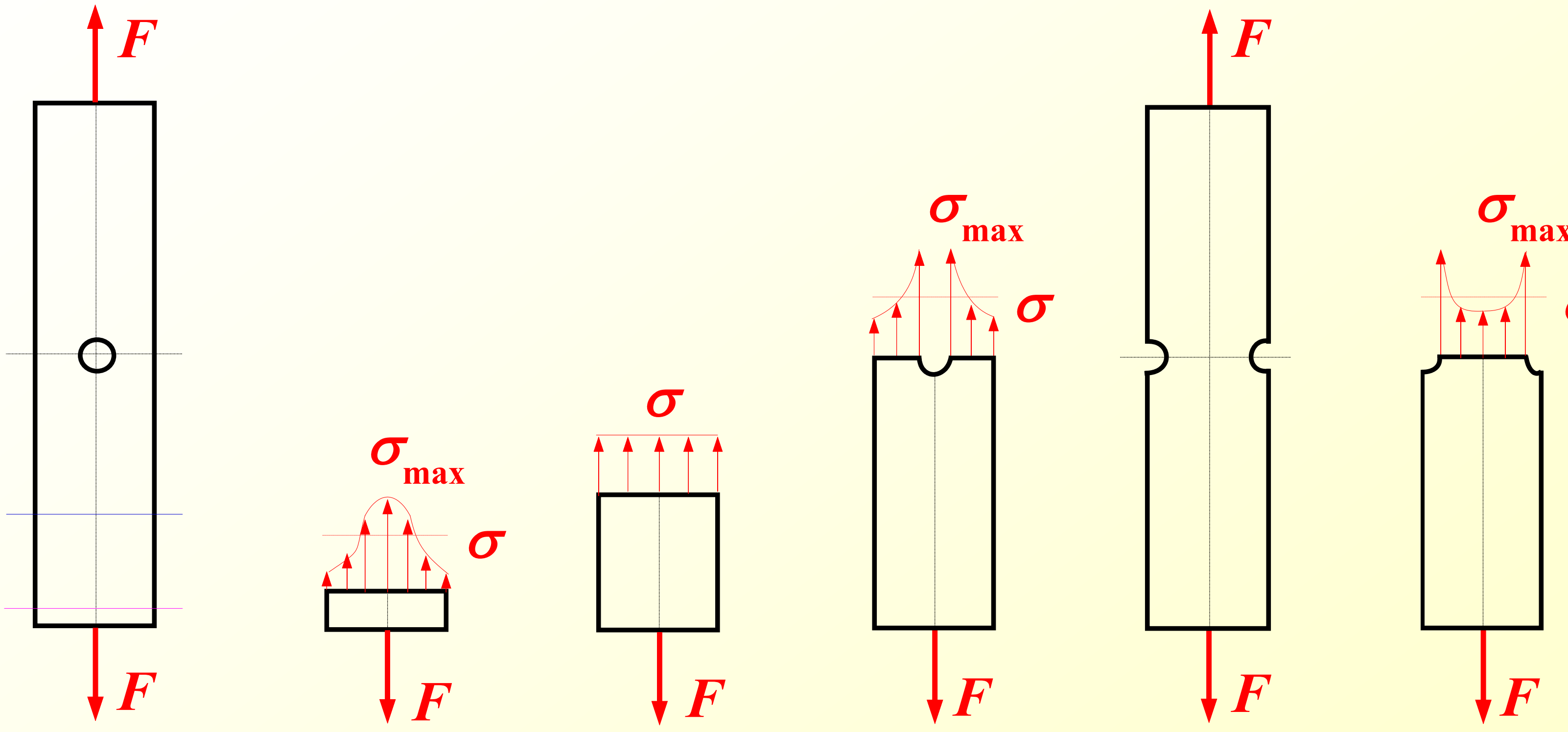
$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$



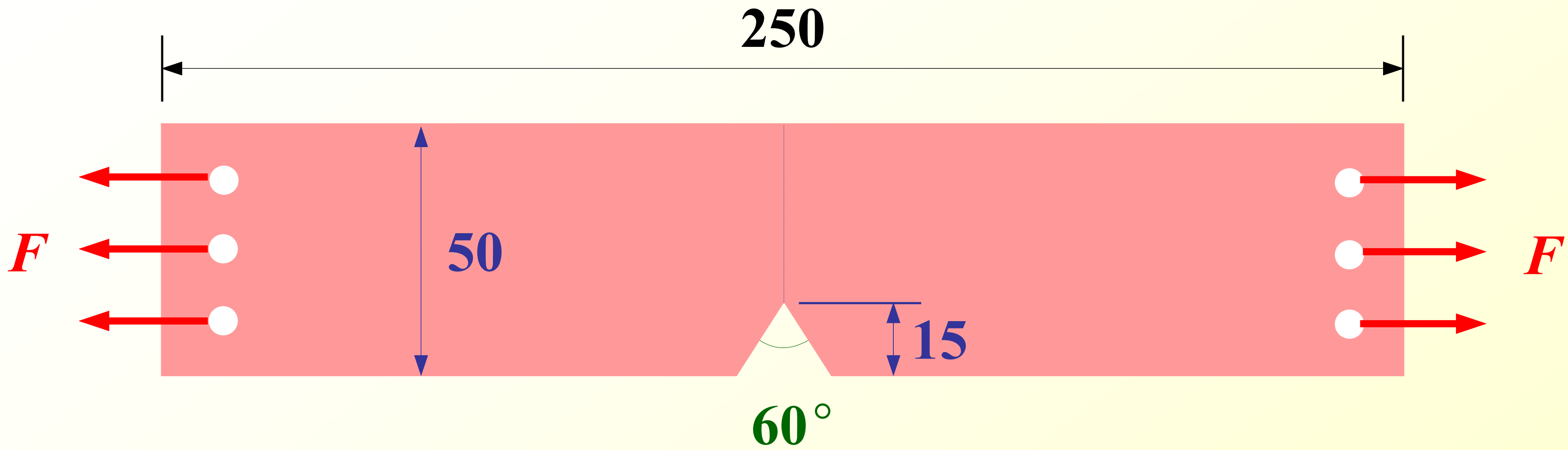
七、应力集中

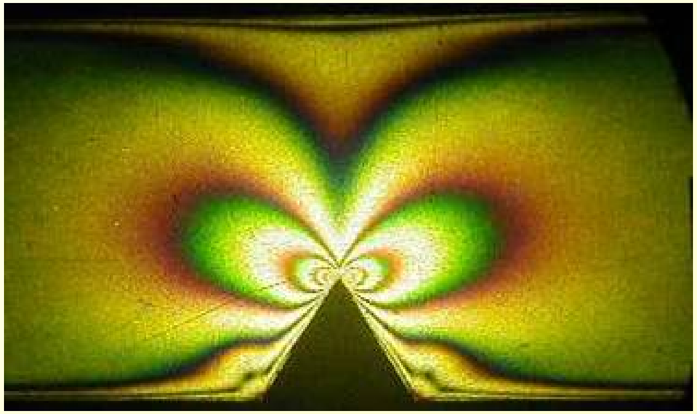
1. 应力集中的概念



应力集中——在孔、槽等截面尺寸突变或集中力作用的附近区域内，**应力局部增大**的现象。

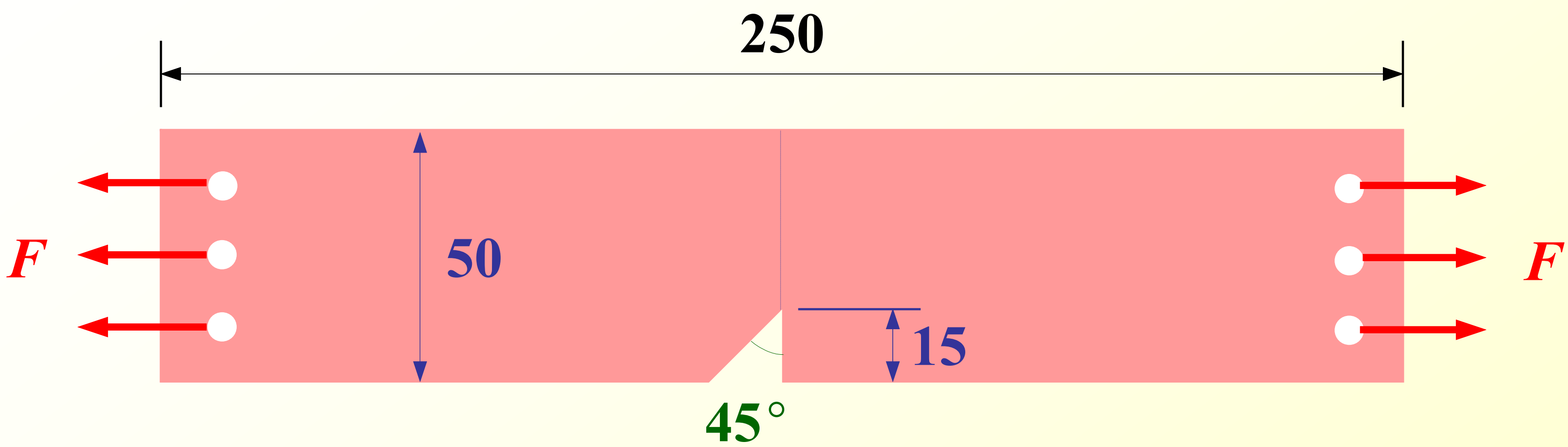
七、应力集中

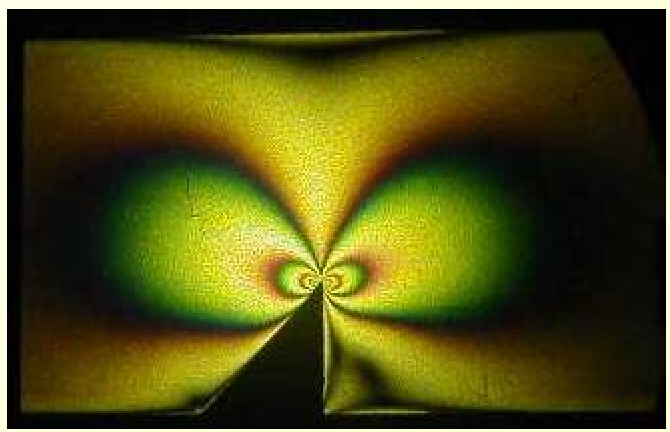




应力集中的光弹性等差线图

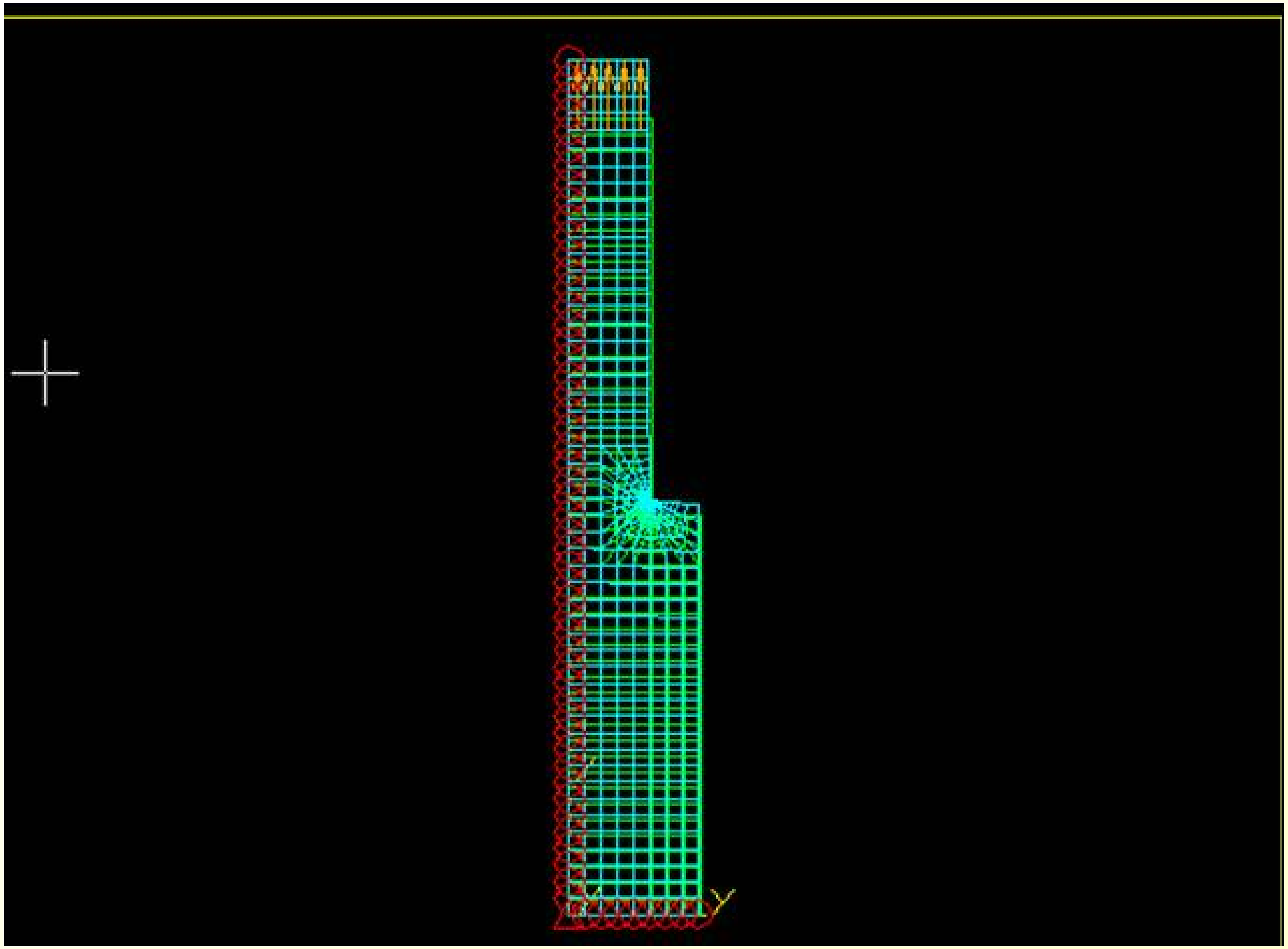
七、应力集中





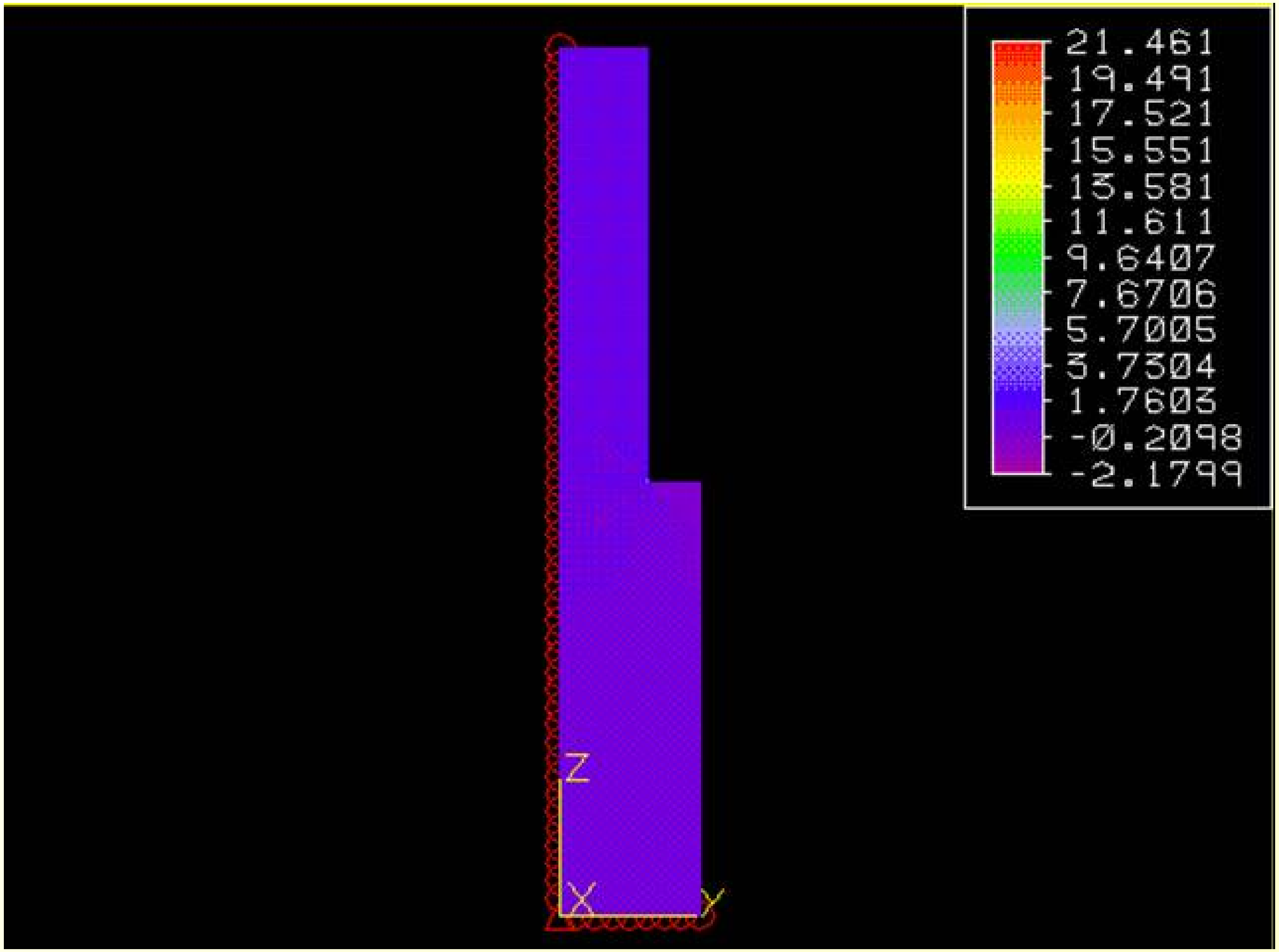
应力集中的光弹性等差线图

七、应力集中



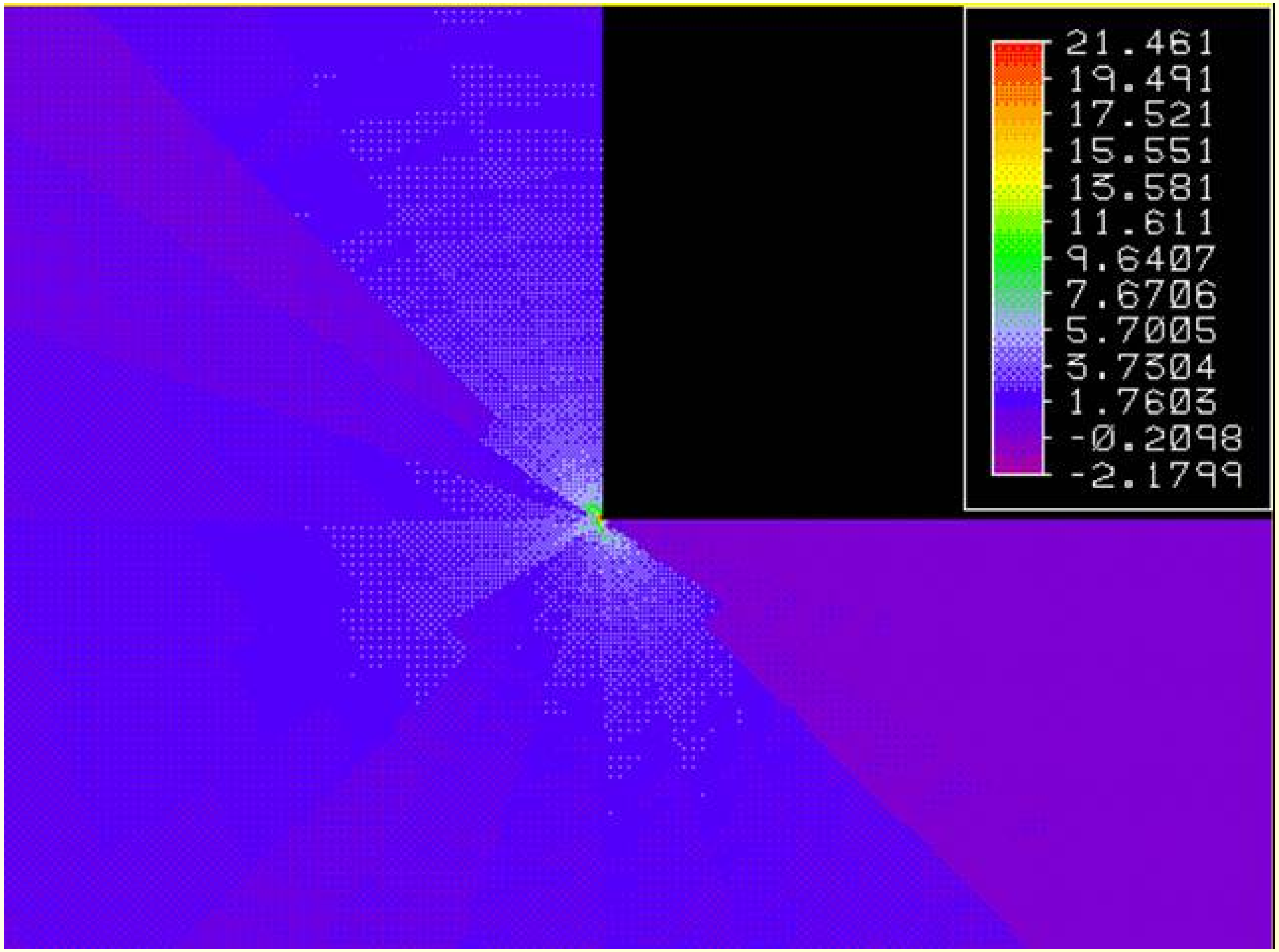
应力集中的有限元计算结果

七、应力集中



应力集中的有限元计算结果

七、应力集中

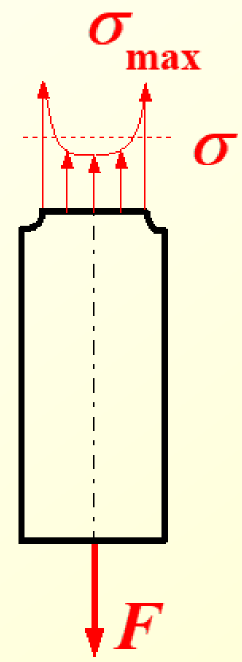


应力集中的有限元计算结果

七、应力集中

2. 应力集中系数

应力集中系数——最大的局部应力σ_{max}与其所在截面上的平均应力σ的比值



即：

$$k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$$

显然，$k>1$，反映了应力集中的程度。

七、应力集中

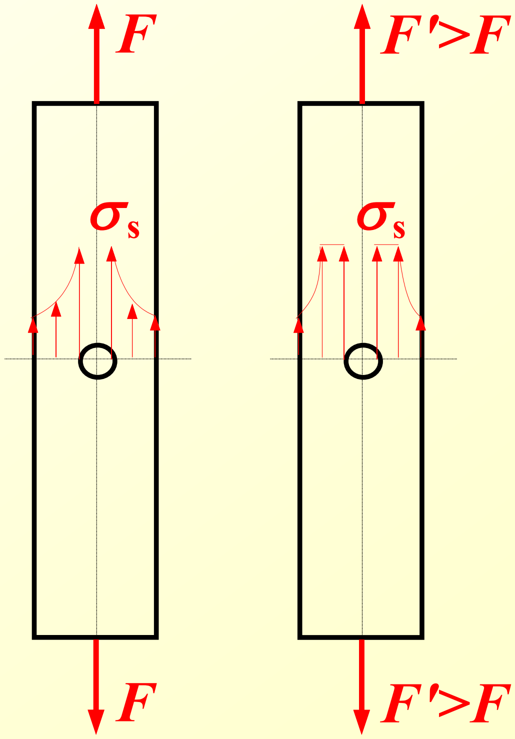
3. 减小应力集中的措施

(1) 将突变改为缓变；

(2) 使用塑性材料；

塑性材料对应力集中敏感性小

(3) 将集中力改为分布力。



§2.2　轴向拉压杆的变形与应变

一、正应变(线应变)

二、切应变(角应变)

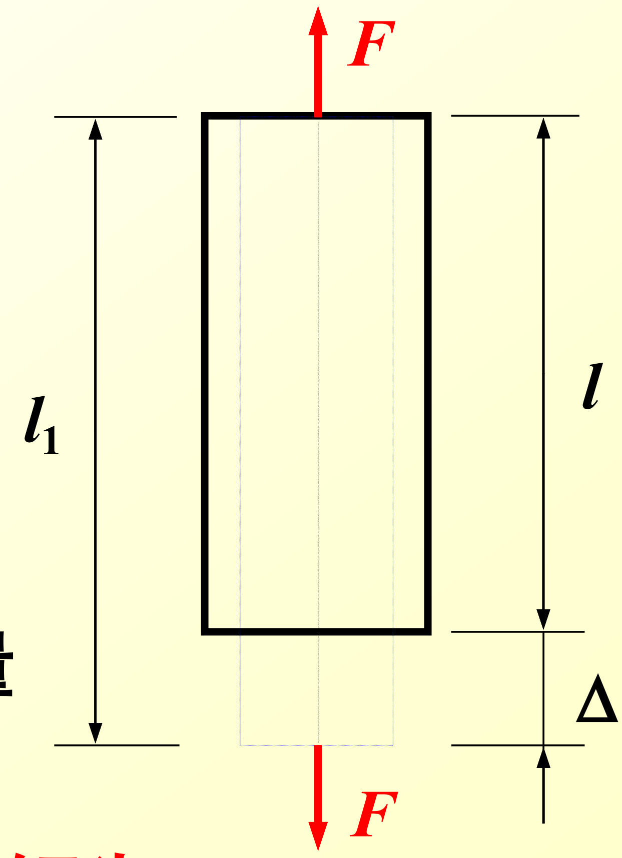
三、体积应变

一、正应变(线应变)

1. 纵向(轴向)正应变

纵向改变(伸长)：$\Delta l = l_1 - l$

纵向正应变： $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$

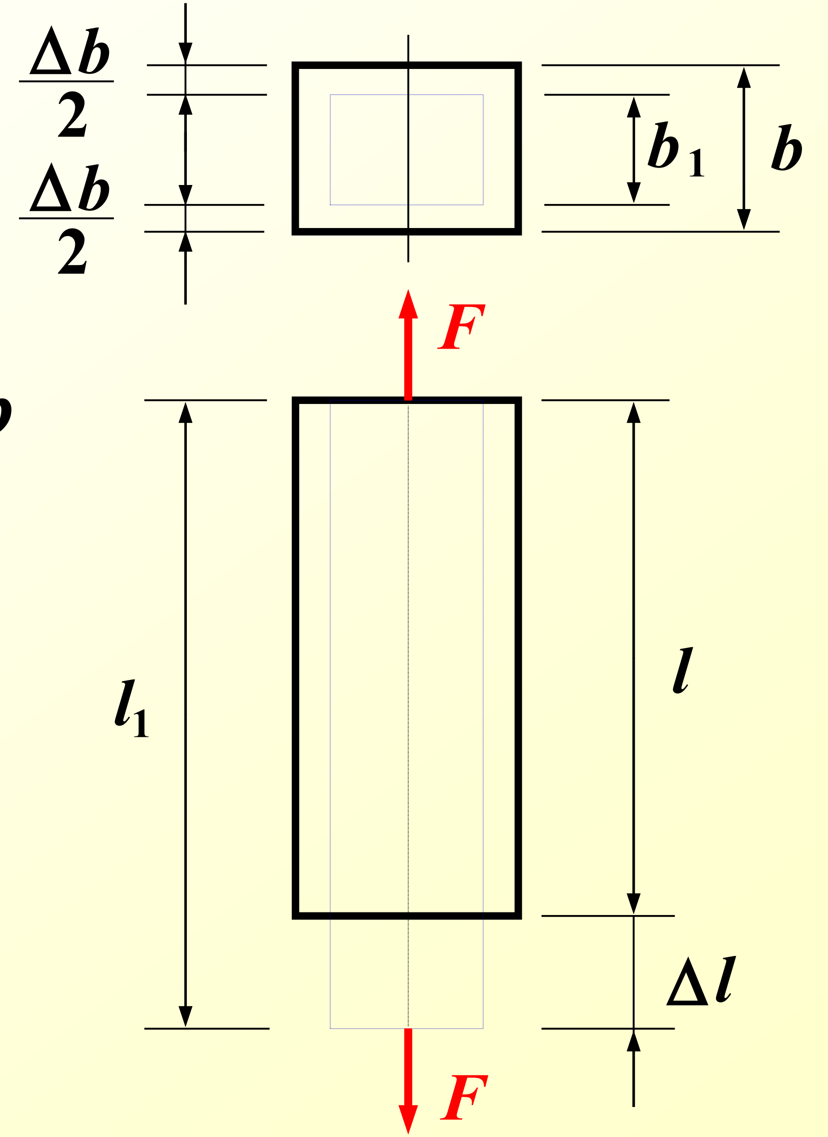


正应变——单位长度线段的改变量

正应变的符号规定：伸长为+，缩短为–。

一、正应变(线应变)

2. 横向正应变



横向改变(缩短)：$\Delta b = b_1 - b$

横向正应变： $$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}$$

一、正应变(线应变)

3. 泊松比

(Poisson，法国科学家)

实验表明：对同一种材料，

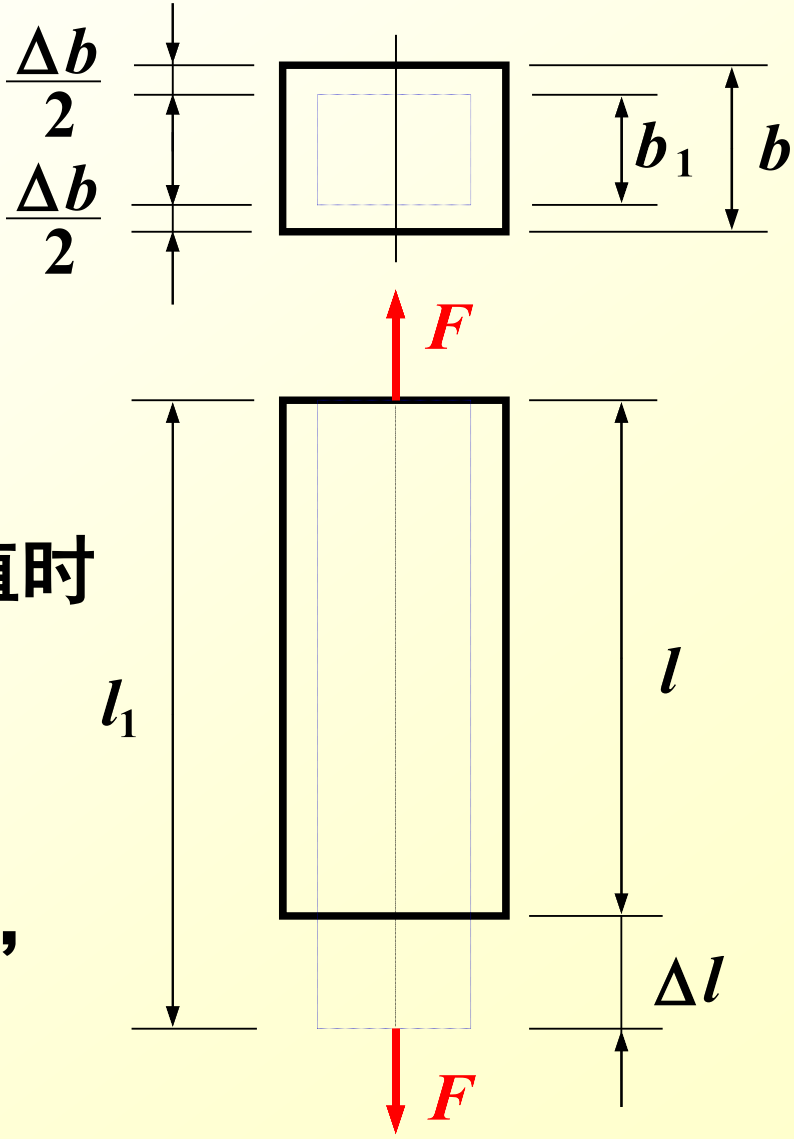
当载荷小于某一数值时

$$\nu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|$$

式中ν——泊松比，为无量纲量，

是与材料有关的常数

即 $\varepsilon' = -\nu\varepsilon$



二、切应变（角应变）

切应变——直角的改变量

用符号γ表示

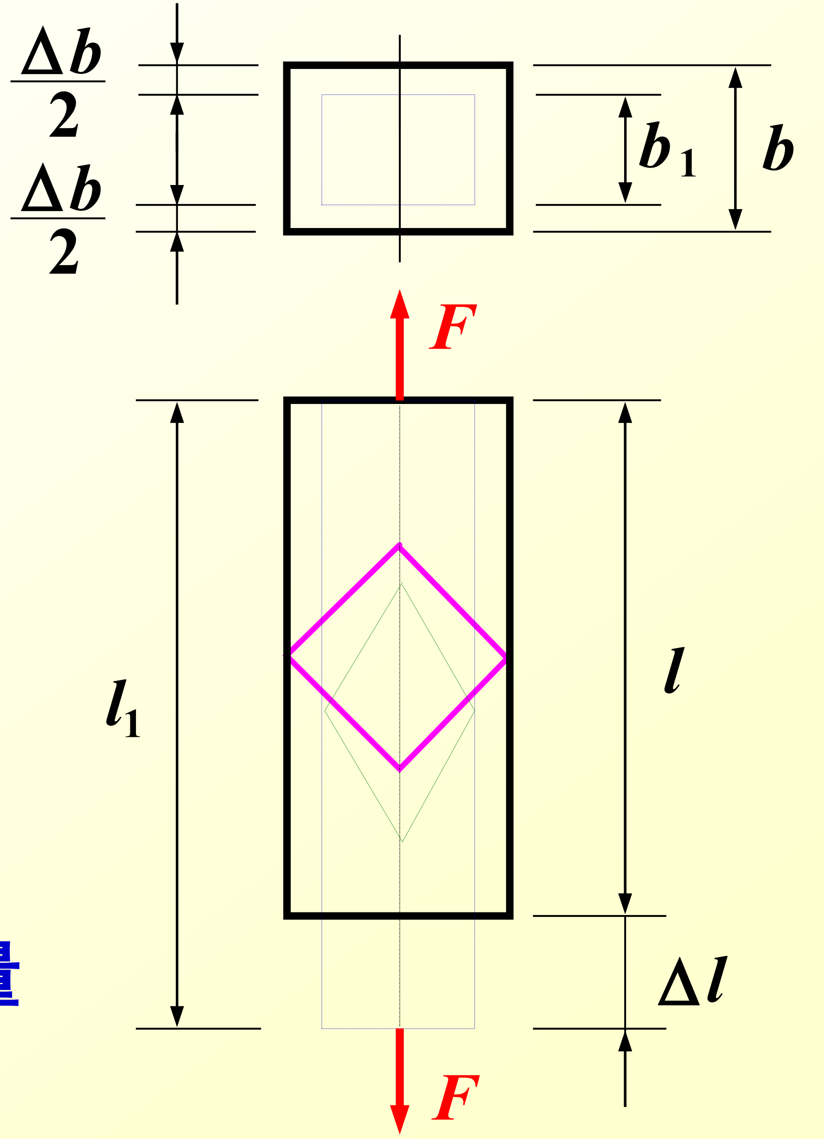
切应变的符号规定：

直角增大为+，减小为−

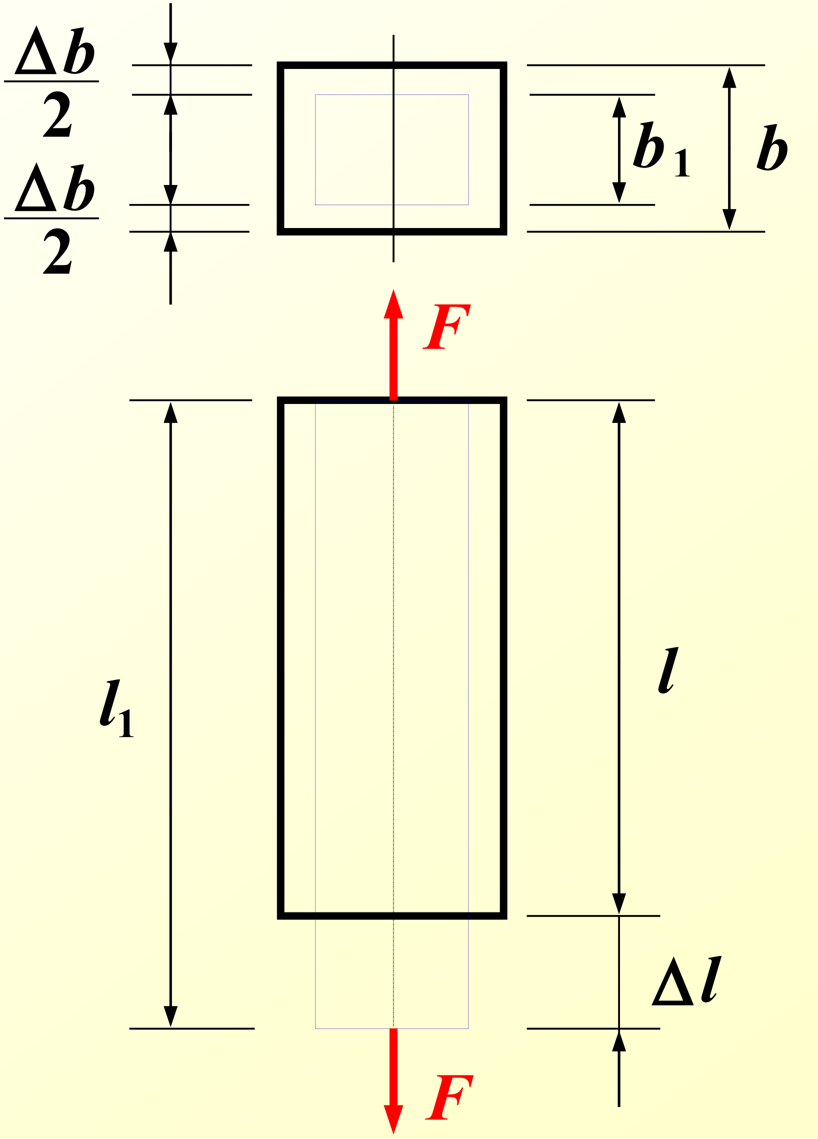
正应变ε和切应变γ是

度量一点变形程度的两个基本量

应变是无量纲的量



三、体积应变



体积改变： $\Delta V = V_1 - V$

体积应变： $\theta = \dfrac{\Delta V}{V}$

§2.3 应力与应变的关系

一、胡克定律

二、剪切胡克定律

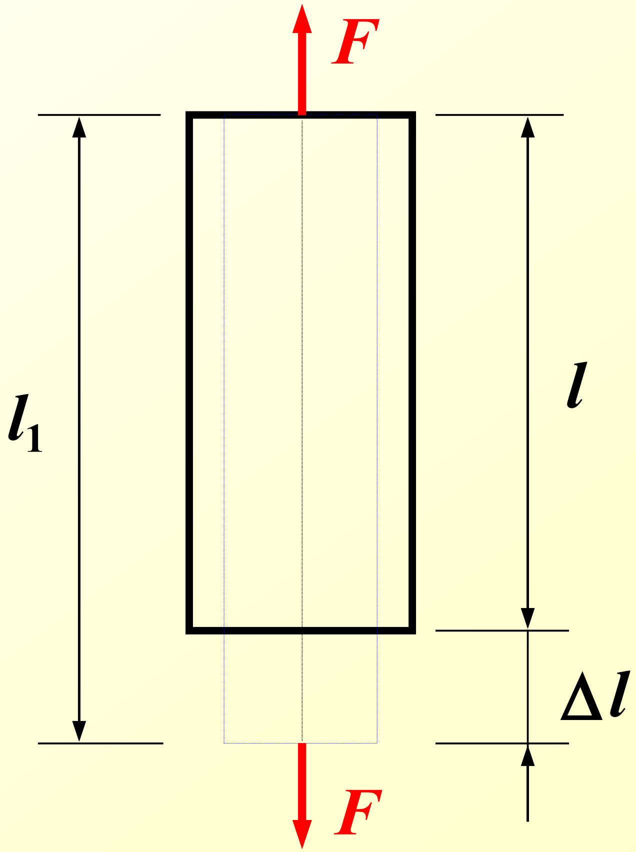
三、三个材料常数之间的关系

一、胡克定律(英国科学家 Hooke，1676年发现)

1. 第一种形式

实验表明：当载荷小于某一数值时

$$\Delta l \propto \frac{Fl}{A}$$



引入比例常数E，因$F=F_N$，有

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

式中 EA——杆的抗拉(压)刚度

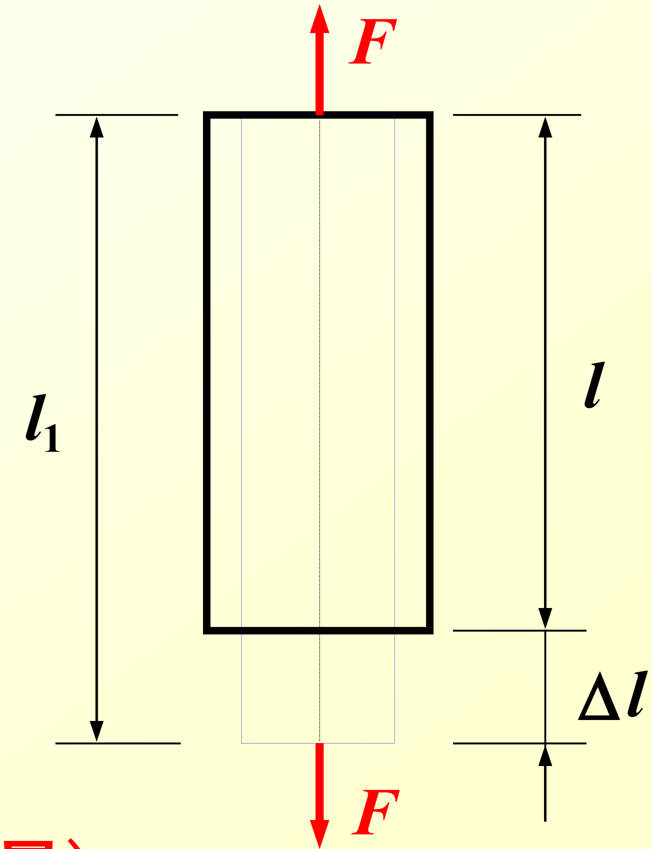
反映杆抵抗纵向弹性变形的能力

一、胡克定律(英国科学家 Hooke，1676年发现)

2. 第二种形式

将第一种形式改写成

$$\frac{F_{\mathrm{N}}}{A}=E\frac{\Delta l}{l}$$



即：

$$\sigma = E\varepsilon$$

也称为应力—应变关系

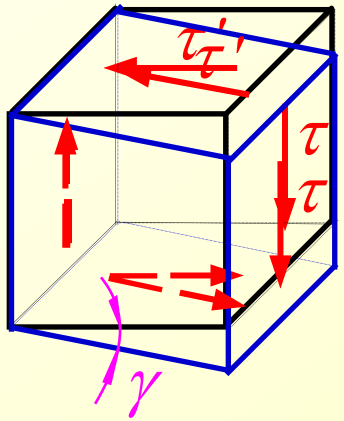
式中 E——材料的弹性模量(杨氏模量)

反映材料抵抗弹性变形的能力，单位：GPa

二、剪切胡克定律

实验表明： 当载荷小于某一数值时

$$\tau = G\gamma$$



式中 G——材料的切变模量

反映材料抵抗剪切弹性变形的能力

单位： GPa

三、三个材料常数之间的关系

在后面将要证明：

对于各向同性材料，有

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

即：三个弹性常数中只有两个是独立的

本 章 重 点

1. 横截面上的内力与应力；

2. 切应力互等定理；

3. 正应变与切应变；

4. 胡克定律与剪切胡克定律。