Nom :	Prénom :	Groupe :

Durée : 90' Documents, calculettes, téléphones et ordinateurs interdits

1 Exécution d'une séquence d'instructions

Qu'affiche la séquence d'instructions suivante ?

```
a = 324
x = 1
z = a
y = 0
t = x
print(a,x,z,t,y)
while x <= a: x = x*4

print(a,x,z,t,y)
t = x
while x > 1:
  x = x/4
  t = t/2 - x
  if t <= z:
    z = z - t
    t = t + x*2
  y = t/2
  print(a,x,z,t,y)

print(a,x,z,t,y)
```

a	x	z	t	y

2 Calcul de π

Ecrire un algorithme qui calcule π à l'ordre n selon la formule :

$$\pi = 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{64}{63} \cdots = 2 \prod_{k=1}^{n} \frac{4k^2}{4k^2 - 1}$$

3 Zéro d'une fonction

Dans cette section, on recherche le zéro d'une fonction f continue sur un intervalle $[a, b]$ telle que $f(a).f(b) < 0$ (il existe donc une racine de f dans $]a, b[$ que nous supposerons unique).

Ecrire un algorithme qui détermine le zéro de $\sin(x)$ dans $[3, 4]$ selon la méthode des tangentes.

Indications : soit x_n une approximation de la racine c recherchée : $f(c) = f(x_n) + (c - x_n)f'(x_n)$; comme $f(c) = 0$, on a : $c = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$. Posons $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$: on peut considérer que x_{n+1} est une meilleure approximation de c que x_n. On recommence le procédé avec x_{n+1} et ainsi de suite jusqu'à ce que $|x_{n+1} - x_n|$ soit inférieur à un certain seuil s.

4 Tableau d'Ibn al-Banna

L'exercice suivant est inspiré du premier chapitre du livre "Histoire d'algorithmes"[1]. On considère ici le texte d'Ibn al-Banna concernant la multiplication à l'aide de tableaux.

> Tu construis un quadrilatère que tu subdivises verticalement et horizontalement en autant de bandes qu'il y a de positions dans les deux nombres multipliés. Tu divises diagonalement les carrés obtenus, à l'aide de diagonale allant du coin inférieur gauche au coin supérieur droit.
> Tu places le multiplicande au-dessus du quadrilatère, en faisant correspondre chacune de ses positions à une colonne [a]. Puis, tu places le multiplicateur à gauche ou à droite du quadrilatère, de telle sorte qu'il descende avec lui en faisant correspondre également chacune de ses positions à une ligne [b]. Puis, tu multiplies, l'une après l'autre, chacune des positions du multiplicande du carré par toutes les positions du multiplicateur, et tu poses le résultat partiel correspondant à chaque position dans le carré où se coupent respectivement leur colonne et leur ligne, en plaçant les unités au-dessus de la diagonale et les dizaines en dessous. Puis, tu commences à additionner, en partant du coin supérieur gauche : tu additionnes ce qui est entre les diagonales, sans effacer, en plaçant chaque nombre dans sa position, en transférant les dizaines de chaque somme partielle à la diagonale suivante et en les ajoutant à ce qui y figure.
> La somme que tu obtiendras sera le résultat.
>
> *a.* L'écriture du nombre s'effectue de droite à gauche (exemple : 352 s'écrira donc 253).
>
> *b.* L'écriture du nombre s'effectue de bas en haut (exemple : $\begin{smallmatrix}3\\5\\2\end{smallmatrix}$ s'écrira donc $\begin{smallmatrix}2\\5\\3\end{smallmatrix}$).

En utilisant la méthode du tableau d'Ibn al-Banna, calculer 13987×259 $(= 3622633)$.

1. **Chabert J.-L. et al.**, *Histoire d'algorithmes : du caillou à la puce, Chapitre 1 : algorithmes des opérations arithmétiques*, Editions Belin, Paris, 1994