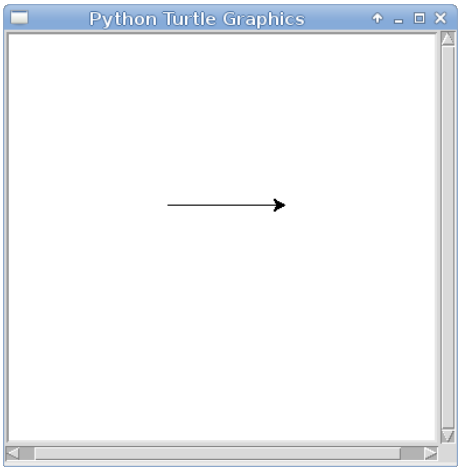
1 Boucle simple

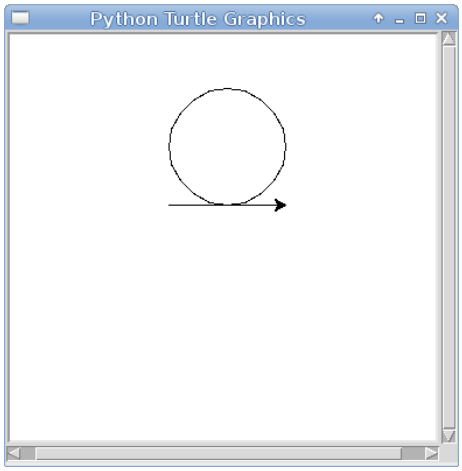
```python
def integration(f,a,b,n) :
    """
    s = integration(f,a,b,n)
    intégrale de la fonction f
    sur [a,b] par la méthode des
    n rectangles

    >>> integration(cos,0.,pi,10000)
    4.307866381890461e-16
    >>> integration(cos,-pi/2,pi/2,10000)
    2.000000008224676
    >>> integration(sin,0.,pi,10000)
    2.000000008224676
    >>> integration(exp,0.,1.,10000)
    1.7182818277430947
    >>> integration(log,1.,2.,100)
    0.38629644443195715
    >>> integration(lambda x: 3,1.,2.,10)
    3.0
    >>> integration(lambda x: 3,2.,1.,10)
    -3.0
    >>> integration(lambda x: x,-1.,1.,10)
    8.881784197001253e-17
    >>> integration(lambda x: x*x,-1.,1.,100)
    0.6666000000000001
    >>> integration(lambda x: x**3,0.,1.,100)
    0.24998750000000006
    """
    assert type(a) is float
    assert type(b) is float
    assert type(n) is int and n > 0

    s = 0
    d = (b-a)/n
    for i in range(n) :
        s = s + f(a + d/2 + i*d)
    s = s*d

    return s
```

2 Appels récursifs

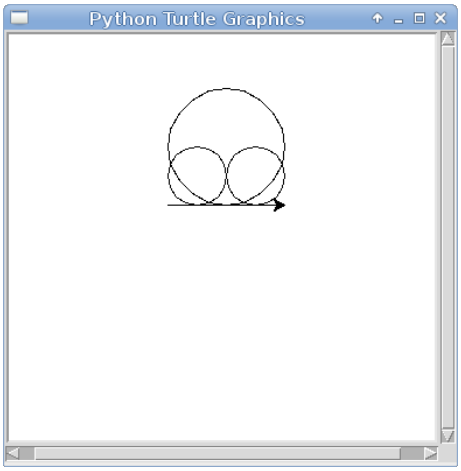
1. `>>> f(1,0,100)`



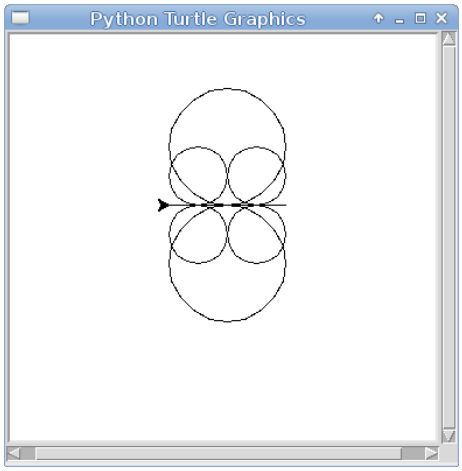
2. `>>> f(1,1,100)`



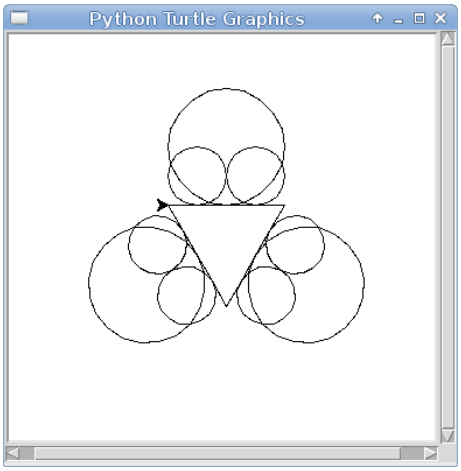
3. `>>> f(1,2,100)`



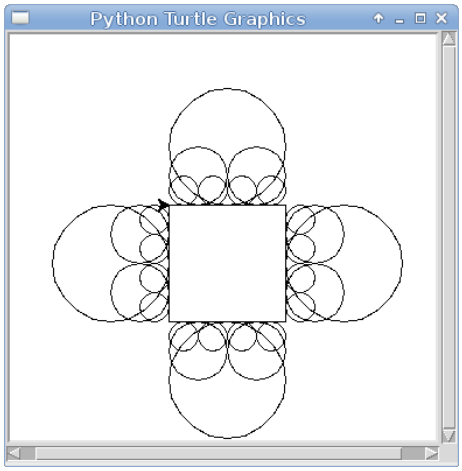
4. `>>> f(2,2,100)`



5. `>>> f(3,2,100)`



6. `>>> f(4,3,100)`



3 Liste de listes

```python
def listeCarree(t) :
        """
        ok = listeCarree(t)
        True si t est une liste de n listes de n éléments
        chacune, False sinon.

        >>> listeCarree([])
        True
        >>> listeCarree([[1]])
        True
        >>> listeCarree([[1],[2]])
        False
        >>> listeCarree([[1,7],[2,-3]])
        True
        >>> listeCarree([[2,1,8],[6,0,3]])
        False
        >>> listeCarree([[2,1,8],[6,0,3],[7,5,4]])
        True
        >>> listeCarree([[2,1,8],[6,0,3],[7]])
        False
        """
    if type(t) is not list :
        return False
    n = len(t)
    for e in t :
        if not (type(e) is list) :
            return False
        if len(e) != n :
            return False

    return True
```

```python
def appartient(e,t) :
        """
        ok = appartient(e,t)
        True si e appartient à la liste carrée t,
        False sinon

        >>> t = [[2,1,8],[6,0,3],[7,5,4]]
        >>> appartient(5,t)
        True
        >>> appartient(9,t)
        False
        """
    assert listeCarree(t)

    for elem in t :
        if e in elem :return True

    return False
```

```python
def Taquin(t) :
        """
        ok = Taquin(t)
        True si la liste carrée t est un jeu de Taquin,
        False sinon.

        >>> Taquin([[0,1,2]])
        False
        >>> Taquin([[3,1],[0,2]])
        True
        >>> Taquin([[2,1,8],[6,0,3],[7,5,4]])
        True
        >>> Taquin([[2,1,8],[6,0,3],[7,5,0]])
        False
        """
    if not listeCarree(t) :
        return False
    n = len(t)
    for i in range(n*n) :
        if not appartient(i,t) :
            return False

    return True
```

```python
def carreauVide(jeu) :
    """
    (i,j) = carreauVide(jeu)
    position du carreau vide dans la
    configuration jeu d'un jeu de Taquin

    >>> carreauVide([[3,1],[0,2]])
    (1, 0)
    >>> carreauVide([[2,1,8],[6,0,3],[7,5,4]])
    (1, 1)
    """
    assert Taquin(jeu)

    n = len(jeu)
    ok = False
    i = 0
    while i < n and not ok :
       if 0 in jeu[i] :
           j = 0
           while j < n and not ok :
               if jeu[i][j] == 0 : ok = True
               else : j = j + 1
       else : i = i + 1
    return (i,j)
```

```python
def jouerTaquin(jeu) :
    """
    suivants = jouerTaquin(jeu)
    liste des configurations de Taquin
    immédiatement accessibles à partir
    de la configuration initiale jeu

    >>> jeu  = [[3,1],[0,2]]
    >>> jouerTaquin(jeu)
```

```
    [[[0, 1], [3, 2]], [[3, 1], [2, 0]]]
    >>> jeu  = [[2,1,8],[6,0,3],[7,5,4]]
    >>> jouerTaquin(jeu)
    [[[2, 0, 8], [6, 1, 3], [7, 5, 4]], [[2, 1, 8], [6, 5, 3], [7, 0, 4]], [[2, 1, 8], [0, 6, 3
    """
    assert Taquin(jeu)

    n = len(jeu)
    (i0,j0) = carreauVide(jeu)
    suivants = []

    (i1,j1) = (max(0,i0-1),j0)
    jeu1 = permuterVide(jeu,(i0,j0),(i1,j1))
    if jeu1 != jeu :
        suivants.append(jeu1)

    (i1,j1) = (min(i0+1,n-1),j0)
    jeu1 = permuterVide(jeu,(i0,j0),(i1,j1))
    if jeu1 != jeu :
        suivants.append(jeu1)

    (i1,j1) = (i0,max(0,j0-1))
    jeu1 = permuterVide(jeu,(i0,j0),(i1,j1))
    if jeu1 != jeu :
        suivants.append(jeu1)

    (i1,j1) = (i0,min(j0+1,n-1))
    jeu1 = permuterVide(jeu,(i0,j0),(i1,j1))
    if jeu1 != jeu :
        suivants.append(jeu1)

    return suivants
```

```
def permuterVide(jeu,pos1,pos2) :
    """
    jeu1 = permuterVide(jeu,pos1,pos2)
    nouvelle configuration de Taquin obtenue
    en déplaçant le carreau vide
    de la position pos1 à la position pos2
    dans la configuration initiale jeu

    >>> permuterVide([[3,1],[0,2]],(1,0),(0,0))
    [[0, 1], [3, 2]]
    >>> permuterVide([[3,1],[0,2]],(1,0),(1,1))
    [[3, 1], [2, 0]]
    """
    assert Taquin(jeu)
    assert type(pos1) is tuple and len(pos1) == 2
    assert type(pos2) is tuple and len(pos2) == 2

    n = len(jeu)
    jeu1 = []
    for i in range(n) :
        jeu1.append([])
        for j in range(n) :
            jeu1[i].append(jeu[i][j])
    jeu1[pos1[0]][pos1[1]], jeu1[pos2[0]][pos2[1]] = jeu1[pos2[0]][pos2[1]], jeu1[pos1[0]][pos1
    return jeu1
```