

	Noм:	Prénom:	GROUPE:
۱			

Durée: 90'

DOCUMENTS, CALCULETTES, TÉLÉPHONES ET ORDINATEURS INTERDITS

## 1 Exécution d'une séquence d'instructions

Qu'affiche la séquence d'instructions suivante?

```
a = 324
x = 1
z = a
y = 0
t = x
print(a,x,z,t,y)
while x \le a: x = x*4
print(a,x,z,t,y)
t = x
while x > 1:
 x = x/4
  t = t/2 - x
 if t <= z:
    z = z - t
    t = t + x*2
  y = t/2
 print(a,x,z,t,y)
print(a,x,z,t,y)
```

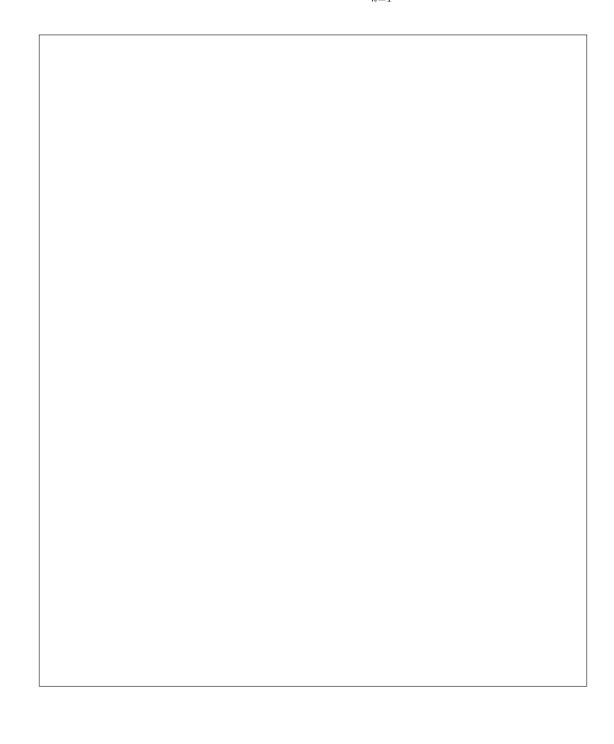
a	X	Z	t	v
а	Λ		U	У



## 2 Calcul de $\pi$

Ecrire un algorithme qui calcule  $\pi$  à l'ordre n selon la formule :

$$\pi = 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{64}{63} \cdot \dots = 2 \prod_{k=1}^{n} \frac{4k^2}{4k^2 - 1}$$





## 3 Zéro d'une fonction

Dans cette section, on recherche le zéro d'une fonction f continue sur un intervalle [a,b] telle que f(a).f(b) < 0 (il existe donc une racine de f dans ]a,b[ que nous supposerons unique).

Ecrire un algorithme qui détermine le zéro de  $\sin(x)$  dans [3,4] selon la méthode des tangentes.

Indications : soit  $x_n$  une approximation de la racine c recherchée :  $f(c) = f(x_n) + (c - x_n)f'(x_n)$ ; comme f(c) = 0, on a :  $c = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ . Posons  $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$  : on peut considérer que  $x_{n+1}$  est une meilleure approximation de c que  $x_n$ . On recommence le procédé avec  $x_{n+1}$  et ainsi de suite jusqu'à ce que  $|x_{n+1} - x_n|$  soit inférieur à un certain seuil s.



## 4 Tableau d'Ibn al-Banna

L'exercice suivant est inspiré du premier chapitre du livre "Histoire d'algorithmes" <sup>1</sup>. On considère ici le texte d'Ibn al-Banna concernant la multiplication à l'aide de tableaux.

Tu construis un quadrilatère que tu subdivises verticalement et horizontalement en autant de bandes qu'il y a de positions dans les deux nombres multipliés. Tu divises diagonalement les carrés obtenus, à l'aide de diagonale allant du coin inférieur gauche au coin supérieur droit.

Tu places le multiplicande au-dessus du quadrilatère, en faisant correspondre chacune de ses positions à une colonne <sup>a</sup>. Puis, tu places le multiplicateur à gauche ou à droite du quadrilatère, de telle sorte qu'il descende avec lui en faisant correspondre également chacune de ses positions à une ligne <sup>b</sup>. Puis, tu multiplies, l'une après l'autre, chacune des positions du multiplicande du carré par toutes les positions du multiplicateur, et tu poses le résultat partiel correspondant à chaque position dans le carré où se coupent respectivement leur colonne et leur ligne, en plaçant les unités au-dessus de la diagonale et les dizaines en dessous. Puis, tu commences à additionner, en partant du coin supérieur gauche : tu additionnes ce qui est entre les diagonales, sans effacer, en plaçant chaque nombre dans sa position, en transférant les dizaines de chaque somme partielle à la diagonale suivante et en les ajoutant à ce qui y figure.

La somme que tu obtiendras sera le résultat.

```
a. L'écriture du nombre s'effectue de droite à gauche (exemple : 352 s'écrira donc 253).
```

En utilisant la méthode du tableau d'Ibn al-Banna, calculer 13987  $\times$  259 (= 3622633).

b. L'écriture du nombre s'effectue de bas en haut (exemple :  $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$  s'écrira donc  $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ ).

<sup>1.</sup> Chabert J.-L. et al., Histoire d'algorithmes : du caillou à la puce, Chapitre 1 : algorithmes des opérations arithmétiques, Editions Belin, Paris, 1994