Nom :	Prénom :	Groupe :

Durée : 90'

Documents, calculettes, téléphones et ordinateurs interdits

1 Exécution d'une séquence d'instructions

Qu'affiche la séquence d'instructions suivante ?

```
a = 529
x = 1
z = a
y = 0
t = x
print(a,x,z,t,y)
while x <= a: x = x*4

print(a,x,z,t,y)
t = x
while x > 1:
  x = x/4
  t = t/2 - x
  if t <= z:
    z = z - t
    t = t + x*2
  y = t/2
  print(a,x,z,t,y)

print(a,x,z,t,y)
```

a	x	z	y	t

2 Calcul de π

Ecrire un algorithme qui calcule *pi* à l'ordre n selon la formule :

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \cdots + \frac{1}{n^2} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$$

3 Zéro d'une fonction

Dans cette section, on recherche le zéro d'une fonction f continue sur un intervalle $[a, b]$ telle que $f(a).f(b) < 0$ (il existe donc une racine de f dans $]a, b[$ que nous supposerons unique).

Ecrire un algorithme qui détermine le zéro de $\cos(x)$ dans $[1, 2]$ selon la méthode des cordes.

Indications : on pose $x_1 = a$, $x2 = b$ et $x = (x_2 f(x_1) - x_1 f(x_2))/(f(x_1) - f(x_2))$ le point d'intersection de la corde AB et de l'axe des abscisses. Si $f(x1).f(x) < 0$, la racine est dans $]x_1, x[$ et on pose $x_2 = x$; sinon la racine est dans $]x, x_2[$ et on pose $x_1 = x$. Puis on réitère le procédé. Lorsque x_1 et x_2 seront suffisamment proches, on décidera que la racine est x.

4 Tableau d'Ibn al-Banna

L'exercice suivant est inspiré du premier chapitre du livre "Histoire d'algorithmes"[1]. On considère ici le texte d'Ibn al-Banna concernant la multiplication à l'aide de tableaux.

> Tu construis un quadrilatère que tu subdivises verticalement et horizontalement en autant de bandes qu'il y a de positions dans les deux nombres multipliés. Tu divises diagonalement les carrés obtenus, à l'aide de diagonale allant du coin inférieur gauche au coin supérieur droit.
> Tu places le multiplicande au-dessus du quadrilatère, en faisant correspondre chacune de ses positions à une colonne[a]. Puis, tu places le multiplicateur à gauche ou à droite du quadrilatère, de telle sorte qu'il descende avec lui en faisant correspondre également chacune de ses positions à une ligne[b]. Puis, tu multiplies, l'une après l'autre, chacune des positions du multiplicande du carré par toutes les positions du multiplicateur, et tu poses le résultat partiel correspondant à chaque position dans le carré où se coupent respectivement leur colonne et leur ligne, en plaçant les unités au-dessus de la diagonale et les dizaines en dessous. Puis, tu commences à additionner, en partant du coin supérieur gauche : tu additionnes ce qui est entre les diagonales, sans effacer, en plaçant chaque nombre dans sa position, en transférant les dizaines de chaque somme partielle à la diagonale suivante et en les ajoutant à ce qui y figure.
> La somme que tu obtiendras sera le résultat.
>
> *a.* L'écriture du nombre s'effectue de droite à gauche (exemple : 352 s'écrira donc 253).
>
> *b.* L'écriture du nombre s'effectue de bas en haut (exemple : $\begin{smallmatrix}3\\5\\2\end{smallmatrix}$ s'écrira donc $\begin{smallmatrix}2\\5\\3\end{smallmatrix}$).

En utilisant la méthode du tableau d'Ibn al-Banna, calculer 75391×357 ($= 26914587$).

1. **Chabert J.-L. et al.**, *Histoire d'algorithmes : du caillou à la puce, Chapitre 1 : algorithmes des opérations arithmétiques*, Editions Belin, Paris, 1994