

Question

QR decomposition - Applications

- Solve  $\mathbf{R}^T \mathbf{R} \beta = \mathbf{R}^T \mathbf{Q}^T \mathbf{y}$  for  $\beta$ .
- If  $\mathbf{X}$  is full rank, then  $\mathbf{R}$  is invertible, so we only need to solve the triangular system  $\mathbf{R} \beta = \mathbf{Q}^T \mathbf{y}$

Multiplication  $\mathbf{Q}^T \mathbf{y}$  is done implicitly.

근데 여기서  $X$  가 Full rank 이면  $\mathbf{R}_1$  은 invertible 하지만  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$  는 square matrix가 아니어서 invertible하지 않은 것 아닌가요?

그렇다면  $X^T X \beta = X^T y$  문제를 다음과 같이 푸는 것인가요?

1. Householder transform 을 통한 QR 분해의 경우  $\mathbf{Q}_1$  을 얻을 수 없는 상태이므로 implicit 하게  $\mathbf{Q}^T \mathbf{y} = \mathbf{H}_p \cdots \mathbf{H}_1$ 을 계산합니다.
2.  $X^T X \beta = X^T y$
3.  $R^T R \beta = R^T Q^T y$
4.  $R_1^T R_1 \beta = R_1^T u$
5. Solve triangular system  $R_1 \beta = u$  where  $u$  is  $Q^T y$ 에서  $p + 1$ 번째부터  $n$ 번째 성분까지는 잘라낸 벡터.