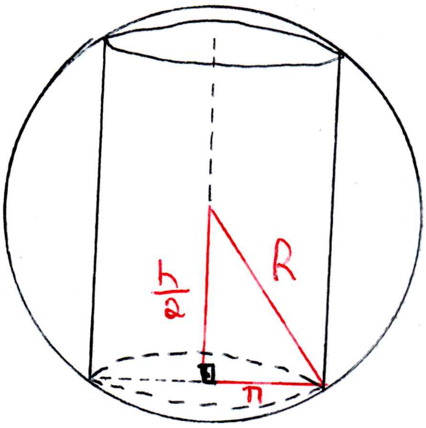
868- - Observe o esquema:



- Para a relação no triângulo retângulo ao lado:

$$R^2 = \frac{h^2}{4} + r^2 = \frac{y^2}{4} + x^2 \Rightarrow x^2 = R^2 - \frac{y^2}{4}$$

- Para o volume da esfera:

$$V(x,y) = \pi x^2 . y \Rightarrow V(y) = \pi \left(R^2 - \frac{y^2}{4}\right) . y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V(y) = R^2 . y - \frac{\pi}{4} y^3$$

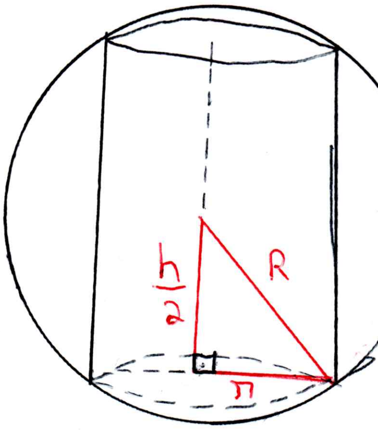
- Para o ponto extremal:

$$\frac{d}{dy}\left(V(y)\right) = 0$$

- Logo:

$$\pi R^2 - \frac{3}{4} y^2 \pi = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{4}{3} R \;\boxed{\Rightarrow y = \frac{2}{\sqrt{3}} R \quad \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2}{3}}\, R}$$

869- - Observe o esquema:



- Para a relação no triângulo retângulo ao lado:

$$R^2 = \frac{h^2}{4} + r^2 = \frac{y^2}{4} + x^2 \Rightarrow \frac{y^2}{4} = R^2 - x^2 \Rightarrow y = 2.\sqrt{R^2 - x^2}$$

- Para a área da superfície lateral do cilindro:

$$A(x,y) = 2\pi x . y$$

$$A(x) = 2\pi x \sqrt{R^2 - x^2}$$

- Para o ponto extremal:

$$\frac{d}{dx}\left(A(x)\right) = 0$$

- Logo:

$$\left[2\pi\sqrt{R^2 - x^2} + 2\pi x . \frac{1}{2} . \frac{1}{\sqrt{R^2 - x^2}} . (-2x)\right] = 0$$

$$\frac{(2\pi x^2 - 2\pi R^2 + 2\pi x^2)}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 0$$

$$\frac{2\pi(2x^2 - R^2)}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 0$$

- Portanto:

$$\frac{2\pi(2x^2 - R^2)}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 0 \Rightarrow 2x^2 - R^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{R}{\sqrt{2}}}$$

- Logo:

$$\frac{y^2}{4} = R^2 - x^2 \Rightarrow \frac{y^2}{4} = \frac{R^2}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = R\sqrt{2}}$$

Rusdrael Antony de Araújo Freire //