# Contrats d'assurance et rente sur deux têtes

## Modèle multi-états pour evaluer les produits sur deux têtes

Hiver 2023

Université Laval
Faculté des sciences et de génie
École d'actuariat

# Objectifs d'apprentissage

## Objectif général

- Comprendre l'évaluation des coûts pour des contrats d'assurance ou de rente émis à plusieurs assurés.

# Objectifs d'apprentissage

**Objectif général**

- Comprendre l'évaluation des coûts pour des contrats d'assurance ou de rente émis à plusieurs assurés.

**Vous serez en mesure de**

- Illustrer le modèle multi-états pour les vies indépendantes et dépendantes.
- Adapter les formules du modèle multi-états aux syndromes du coeur brisé et du choc commun dans l'évaluation des produits d'assurance.

# Objectifs d'apprentissage

**Objectif général**

- Comprendre l'évaluation des coûts pour des contrats d'assurance ou de rente émis à plusieurs assurés.

**Vous serez en mesure de**

- Illustrer le modèle multi-états pour les vies indépendantes et dépendantes.
- Adapter les formules du modèle multi-états aux syndromes du coeur brisé et du choc commun dans l'évaluation des produits d'assurance.

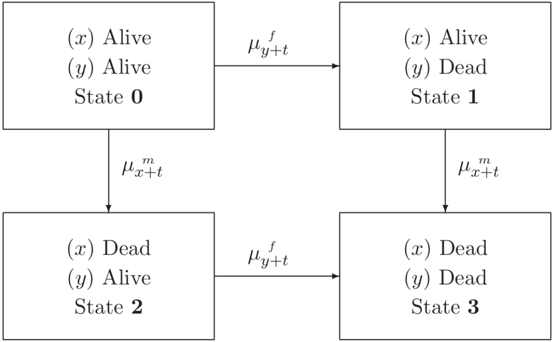
# Ressources

## Ressources officielles

- **AMLCR** : Chapitre 10 (10.5, 10.6, 10.7)

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Soit (x) est un homme et (y) est une femme**




Source : Figure 10.1 AMLCR (p.400)

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Faits saillants**

- État 0 : $(x)$ et $(y)$ sont vivants
- État 3 : $(x)$ et $(y)$ sont morts
- Transition horizontales : $0 \rightarrow 1$ et $2 \rightarrow 3 = (y)$ décède.
- Transition verticales : $0 \rightarrow 2$ et $1 \rightarrow 3 = (x)$ décède.
- États non réentrant (i.e. aucun retour à la vie)

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Ajustement à la nomenclature**

- Correspondance imparfaite avec les status vie conjointe (état 0) et dernier survivants (états 0, 1 et 2)
- Utilisation d'exposant pour désembiguiser les probabilités
- ${}_tp_{xy}^{00} =$ Pr[$(x)$ et $(y)$ vivant au temps $t|(x)$ et $(y)$ vivant au temps 0]
- ${}_tp_{xy}^{01} =$ Pr[$(x)$ vivant et $(y)$ mort au temps $t|(x)$ et $(y)$ vivant au temps 0]
- ${}_tp_{y+s}^{22} =$ Pr[$(y)$ vivant au temps $t|(y)$ vivant et $(x)$ mort au temps s], $0 < s < t$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Hypothèse d'indépendance #2**

- Les transition entre $0 \rightarrow 1$ et $2 \rightarrow 3$ dépendent uniquement de l'age de $(y)$.
- Les transition entre $0 \rightarrow 2$ et $1 \rightarrow 3$ dépendent uniquement de l'age de $(x)$.
- La force de mortalité pour $(x)$ au temps $t$ est $\mu^m_{x+t}$, si $(y)$ est vivant ou non.
- La distribution de $T_x$ est déterminé par $\{\mu^m_{x+t}\}_{t\geq 0}$.
- De façon similaire, la distribution de $T_y$ est déterminé par $\{\mu^m_{y+t}\}_{t\geq 0}$.

**Quelques définitions importantes**

$$\text{Pr}[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

(1)

(2)

(3)

**Quelques définitions importantes**

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$${}_tp_{xy}^{00} \tag{1}$$

(2)

(3)

**Quelques définitions importantes**

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$$_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds \tag{1}$$

$$\tag{2}$$

$$\tag{3}$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques définitions importantes**

$$\text{Pr}[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$${}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \, {}_tp_y \qquad (1)$$

(2)

(3)

**Quelques définitions importantes**

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$${}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y \qquad (1)$$

$${}_tp_{xy}^{02}$$

$$(2)$$

$$(3)$$

**Quelques définitions importantes**

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$${}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y \tag{1}$$

$${}_tp_{xy}^{02} = \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \qquad dr$$

(2)

(3)

**Quelques définitions importantes**

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y \tag{1}$$

$$ {}_tp_{xy}^{02} = \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \; \mu^m{}_{x+r} \qquad dr \tag{2}$$

(3)

**Quelques définitions importantes**

$$\mathsf{Pr}[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y \tag{1}$$

$$ {}_tp_{xy}^{02} = \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \; \mu^m{}_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r}^{11} \; dr$$

(2)

(3)

## Quelques définitions importantes

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$${}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^{m} + \mu_{y+s}^{f})} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y \tag{1}$$

$${}_tp_{xy}^{02} = \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \; \mu^m{}_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r}^{11} \; dr$$

$$= \int_0^t {}_rp_x \; {}_rp_y \; \mu^m{}_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r} \; dr$$

(2)

(3)

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques définitions importantes**

$$\begin{aligned}
\Pr[T_y > t] &= {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02} \\
{}_tp_{xy}^{00} &= \int_0^t e^{-(\mu^m_{x+s} + \mu^f_{y+s})} ds = {}_tp_x \, {}_tp_y \qquad (1) \\
{}_tp_{xy}^{02} &= \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \, \mu m_{x+r} \, {}_{t-r}p_{y+r}^{11} \, dr \\
&= \int_0^t {}_rp_x \, {}_rp_y \, \mu m_{x+r} \, {}_{t-r}p_{y+r} \, dr
\end{aligned}$$

(2)

(3)

**Quelques définitions importantes**

$$\mathrm{Pr}[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \ {}_tp_y \quad (1)$$

$$\begin{aligned} {}_tp_{xy}^{02} &= \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \ \mu m_{x+r} \ {}_{t-r}p_{y+r}^{11} \ dr \\ &= \int_0^t {}_rp_x \ {}_rp_y \ \mu m_{x+r} \ {}_{t-r}p_{y+r} \ dr \\ &= {}_tp_y \int_0^t {}_rp_x \ \mu_{x+r}^m \ dr \end{aligned} \quad (2)$$

(3)

**Quelques définitions importantes**

$$
\begin{aligned}
\Pr[T_y > t] &= {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02} \\
{}_tp_{xy}^{00} &= \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y && (1) \\
{}_tp_{xy}^{02} &= \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \; \mu m_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r}^{11} \; dr \\
&= \int_0^t {}_rp_x \; {}_rp_y \; \mu m_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r} \; dr \\
&= {}_tp_y \int_0^t {}_rp_x \; \mu_{x+r}^m \; dr = {}_tp_y(1 - {}_tp_x) && (2)
\end{aligned}
$$

(3)

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

## Quelques définitions importantes

$$\begin{aligned}
\Pr[T_y > t] &= {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02} \\
{}_tp_{xy}^{00} &= \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y && (1) \\
{}_tp_{xy}^{02} &= \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \; \mu^m{}_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r}^{11} \; dr \\
&= \int_0^t {}_rp_x \; {}_rp_y \; \mu^m{}_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r} \; dr \\
&= {}_tp_y \int_0^t {}_rp_x \; \mu_{x+r}^m \; dr = {}_tp_y (1 - {}_tp_x) && (2) \\
\Pr[T_y > t] &= {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02} \\
& && (3)
\end{aligned}$$

**Quelques définitions importantes**

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02}$$

$${}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+s}^m + \mu_{y+s}^f)} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
{}_tp_{xy}^{02} &= \int_0^t {}_rp_{xy}^{00} \; \mu m_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r}^{11} \; dr \\
&= \int_0^t {}_rp_x \; {}_rp_y \; \mu m_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r} \; dr \\
&= {}_tp_y \int_0^t {}_rp_x \; \mu_{x+r}^m \; dr = {}_tp_y (1 - {}_tp_x)
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\Pr[T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{02} = {}_tp_x \; {}_tp_y + {}_tp_y(1 - {}_tp_x) \tag{3}$$

## Quelques définitions importantes

$$
\begin{aligned}
\Pr[T_y > t] &= {}_tp^{00}_{xy} + {}_tp^{02}_{xy} \\
{}_tp^{00}_{xy} &= \int_0^t e^{-(\mu^m_{x+s} + \mu^f_{y+s})} ds = {}_tp_x \; {}_tp_y && (1) \\
{}_tp^{02}_{xy} &= \int_0^t {}_rp^{00}_{xy} \; \mu m_{x+r} \; {}_{t-r}p^{11}_{y+r} \; dr \\
&= \int_0^t {}_rp_x \; {}_rp_y \; \mu m_{x+r} \; {}_{t-r}p_{y+r} \; dr \\
&= {}_tp_y \int_0^t {}_rp_x \; \mu^m_{x+r} \; dr = {}_tp_y(1 - {}_tp_x) && (2) \\
\Pr[T_y > t] &= {}_tp^{00}_{xy} + {}_tp^{02}_{xy} = {}_tp_x \; {}_tp_y + {}_tp_y(1 - {}_tp_x) \\
\Pr[T_y > t] &= {}_tp_y && (3)
\end{aligned}
$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

Pour prouver que les durées de vie future de $(x)$ et $(y)$, sous l'hypothèse d'indépendance $\#2$, tous les deux à l'état 0, sont indépendants, il est suffisant de prouver que

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = \Pr[T_x > s] \Pr[T_y > t]$$

Sans perte de généralités, on peut supposer que $s \leq t$.

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

Pour prouver que les durées de vie future de $(x)$ et $(y)$, sous l'hypothèse d'indépendance #2, tous les deux à l'état 0, sont indépendants, il est suffisant de prouver que

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = \Pr[T_x > s] \Pr[T_y > t]$$

Sans perte de généralités, on peut supposer que $s \leq t$.
Cette probabilité requiert que

1. $(x)$ et $(y)$ survivent au temps $t$, ou que
2. $(x)$ et $(y)$ survivent au temps $s$ et $(x)$ meurt avant $t$.

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

Pour prouver que les durées de vie future de $(x)$ et $(y)$, sous l'hypothèse d'indépendance #2, tous les deux à l'état 0, sont indépendants, il est suffisant de prouver que

$$\text{Pr}[T_x > s \text{ et } T_y > t] = \text{Pr}[T_x > s]\,\text{Pr}[T_y > t]$$

Sans perte de généralités, on peut supposer que $s \leq t$.
Cette probabilité requiert que

1. $(x)$ et $(y)$ survivent au temps $t$, ou que
2. $(x)$ et $(y)$ survivent au temps $s$ et $(x)$ meurt avant $t$.

On a que :

$$\text{Pr}[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} +$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

Pour prouver que les durées de vie future de $(x)$ et $(y)$, sous l'hypothèse d'indépendance #2, tous les deux à l'état 0, sont indépendants, il est suffisant de prouver que

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = \Pr[T_x > s] \Pr[T_y > t]$$

Sans perte de généralités, on peut supposer que $s \leq t$.
Cette probabilité requiert que

1. $(x)$ et $(y)$ survivent au temps $t$, ou que
2. $(x)$ et $(y)$ survivent au temps $s$ et $(x)$ meurt avant $t$.

On a que :

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+S}^{02}$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] =$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Suite de la preuve**

Soit

$$\text{Pr}[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\text{Pr}[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_x\ {}_tp_y +$$

**Suite de la preuve**
Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_x\ {}_tp_y + \left({}_sp_x\ {}_sp_y\right)$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Suite de la preuve**

Soit

$$\text{Pr}[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_t p_{xy}^{00} + {}_s p_{xy}^{00} \; {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\text{Pr}[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_t p_x \; {}_t p_y + \left({}_s p_x \; {}_s p_y\right) \; {}_{t-s}p_{y+s} \left(1 - {}_{t-s}p_{x+s}\right)$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_tp_x\ {}_tp_y + \left({}_sp_x\ {}_sp_y\right)\ {}_{t-s}p_{y+s}\ \left(1 - {}_{t-s}p_{x+s}\right)\\ &= {}_tp_x\ {}_tp_y +\end{aligned}$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp^{00}_{xy} + {}_sp^{00}_{xy}\ {}_{t-s}p^{02}_{x+s:y+s}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_tp_x\ {}_tp_y + \left({}_sp_x\ {}_sp_y\right)\ {}_{t-s}p_{y+s}\ \left(1 - {}_{t-s}p_{x+s}\right) \\ &= {}_tp_x\ {}_tp_y + {}_tp_y\end{aligned}$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp^{00}_{xy} + {}_sp^{00}_{xy}\ {}_{t-s}p^{02}_{x+s:y+s}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_tp_x\ {}_tp_y + \left({}_sp_x\ {}_sp_y\right)\ {}_{t-s}p_{y+s}\ \left(1 - {}_{t-s}p_{x+s}\right)\\ &= {}_tp_x\ {}_tp_y + {}_tp_y\ \left({}_sp_x \qquad\qquad \right)\end{aligned}$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_t p_{xy}^{00} + {}_s p_{xy}^{00} \; {}_{t-s} p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_t p_x \; {}_t p_y + \left({}_s p_x \; {}_s p_y\right) {}_{t-s} p_{y+s} \left(1 - {}_{t-s} p_{x+s}\right) \\ &= {}_t p_x \; {}_t p_y + {}_t p_y \left({}_s p_x \; - {}_t p_x\right)\end{aligned}$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_tp_x\ {}_tp_y + \left({}_sp_x\ {}_sp_y\right)\ {}_{t-s}p_{y+s}\ \left(1 - {}_{t-s}p_{x+s}\right) \\ &= {}_tp_x\ {}_tp_y + {}_tp_y\ \left({}_sp_x\ - {}_tp_x\right) \\ &= {}_sp_x\ {}_tp_y\end{aligned}$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_tp_{xy}^{00} + {}_sp_{xy}^{00}\ {}_{t-s}p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_tp_x\ {}_tp_y + \left({}_sp_x\ {}_sp_y\right)\ {}_{t-s}p_{y+s}\ \left(1 - {}_{t-s}p_{x+s}\right) \\ &= {}_tp_x\ {}_tp_y + {}_tp_y\ \left({}_sp_x\ - {}_tp_x\right) \\ &= {}_sp_x\ {}_tp_y\end{aligned}$$

Avec (3), et de façon similaire pour $\Pr[T_x > s]$, on que

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_sp_x\ {}_tp_y$$

**Suite de la preuve**

Soit

$$\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] = {}_t p_{xy}^{00} + {}_s p_{xy}^{00} \; {}_{t-s} p_{x+s:y+s}^{02}$$

Avec (1) et (2) on a que,

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_t p_x \; {}_t p_y + \left({}_s p_x \; {}_s p_y\right) {}_{t-s} p_{y+s} \left(1 - {}_{t-s} p_{x+s}\right) \\ &= {}_t p_x \; {}_t p_y + {}_t p_y \left({}_s p_x - {}_t p_x\right) \\ &= {}_s p_x \; {}_t p_y\end{aligned}$$

Avec (3), et de façon similaire pour $\Pr[T_x > s]$, on que

$$\begin{aligned}\Pr[T_x > s \text{ et } T_y > t] &= {}_s p_x \; {}_t p_y \\ &= \Pr[T_x > s] \Pr[T_y > t]\end{aligned}$$

□

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} =$$

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^{\infty} -e^{\delta t} \qquad dt$$

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_t p_{xy}^{00} \qquad dt$$

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^{\infty} -e^{\delta t} {}_t p_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^{m} + \mu_{y+t}^{f}\right) dt$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_tp_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^{m} + \mu_{y+t}^{f}\right) dt$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_t p_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^{m} + \mu_{y+t}^{f}\right) dt$$

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_tp_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^m + \mu_{y+t}^f\right) dt$$

$$\bar{A}_{\overline{xy}} =$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_tp_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^m + \mu_{y+t}^f\right) dt$$

$$\bar{A}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty -e^{\delta t} \qquad dt$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t}\, {}_tp_{xy}^{00}\, (\mu_{x+t}^m + \mu_{y+t}^f)\, dt$$
$$\bar{A}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty -e^{\delta t} ({}_tp_{xy}^{01}\, \mu_{y+t}^f + {}_tp_{xy}^{02}\, \mu_{x+t}^m)\, dt$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_tp_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^m + \mu_{y+t}^f\right) dt$$

$$\bar{A}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty -e^{\delta t} \left({}_tp_{xy}^{01}\ \mu_{y+t}^f + {}_tp_{xy}^{02}\ \mu_{x+t}^m\right) dt$$

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_tp_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^m + \mu_{y+t}^f\right) dt$$

$$\bar{A}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty -e^{\delta t} \left({}_tp_{xy}^{01}\, \mu_{y+t}^f + {}_tp_{xy}^{02}\, \mu_{x+t}^m\right) dt$$

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t} {}_tp_{xy}^{00} \left(\mu_{x+t}^m + \mu_{y+t}^f\right) dt$$

$$\bar{A}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty -e^{\delta t} \left({}_tp_{xy}^{01}\, \mu_{y+t}^f + {}_tp_{xy}^{02}\, \mu_{x+t}^m\right) dt$$

$$\bar{a}_{xy} =$$

$$\bar{a}_{\overline{xy}} =$$

# Modèle multi-états pour vies indépendantes

**Quelques valeurs de produits simple sur deux têtes**

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t}\, {}_tp_{xy}^{00}\, (\mu_{x+t}^m + \mu_{y+t}^f)\; dt$$

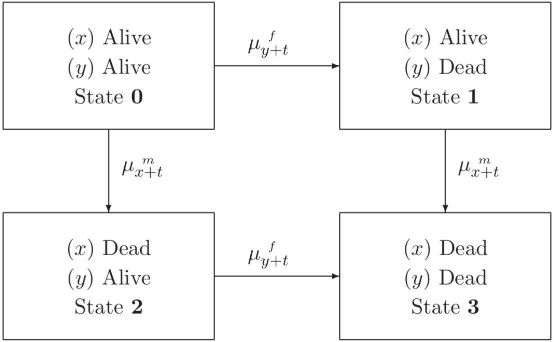
$$\bar{A}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty -e^{\delta t} ({}_tp_{xy}^{01}\; \mu_{y+t}^f + {}_tp_{xy}^{02}\; \mu_{x+t}^m)\; dt$$

$$\bar{a}_{xy} = \int_0^\infty -e^{\delta t}\;\, {}_tp_{xy}^{00}\; dt$$

$$\bar{a}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty -e^{\delta t} ({}_tp_{xy}^{00} + {}_tp_{xy}^{01} + {}_tp_{xy}^{02})\; dt$$

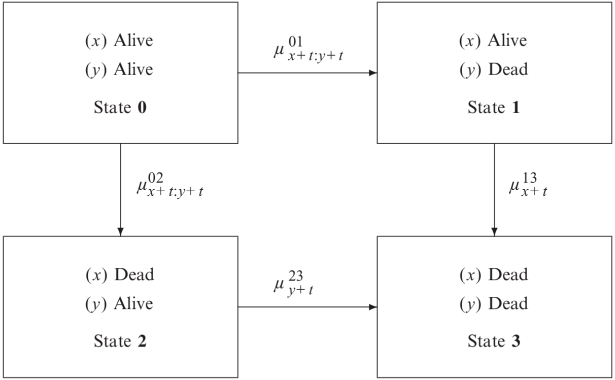
# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Syndrome du coeur brisé : Soit (x) est un homme et (y) est une femme**




Source : Figure 10.2 AMLCR (p.405)

**Syndrome du coeur brisé : Soit (x) est un homme et (y) est une femme**




Source : Figure 10.2 AMLCR (p.405)

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Hypothèse de dépendance relié à l'état**

- Les intensité de transition associées aux premiers décès (i.e. $\mu^{01}_{x+t:y+t}$ et $\mu^{02}_{x+t:y+t}$) dépendent de l'âge (donc de la survie) du partenaire qui ne décède pas.
- Les intensité de transition associées aux deuxième décès (i.e. $\mu^{13}_{x+t}$ et $\mu^{23}_{y+t}$) sont distincts et peuvent incorporer l'effet du décès de l'autre partenaire via l'état de la vie considérée.
- Le temps depuis le décès n'est pas considéré dans ce modèle.
- Ces deux paires d'intensités se comparent respectivement à $\mu_{x+t}, \mu_{y+t}$ et $\mu_{x+t}, \mu_{y+t}$ dans le modèle indépendant.

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Principal impact sur les probabilités**

$$
{}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+t} \quad + \mu_{x+t} \quad)} dt
$$

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Principal impact sur les probabilités**

$$
{}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+t} \qquad + \mu_{x+t} \qquad )} dt
$$

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Principal impact sur les probabilités**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+t:y+t} + \mu_{x+t:y+t})} dt $$

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Principal impact sur les probabilités**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+t:y+t}^{01}+\mu_{x+t:y+t}^{02})} dt $$

**Principal impact sur les probabilités**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu^{01}_{x+t:y+t} + \mu^{02}_{x+t:y+t})} dt $$

Cette probabilité est utilisée dans le calcul de ${}_tp_{xy}^{01}, {}_tp_{xy}^{02}$

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

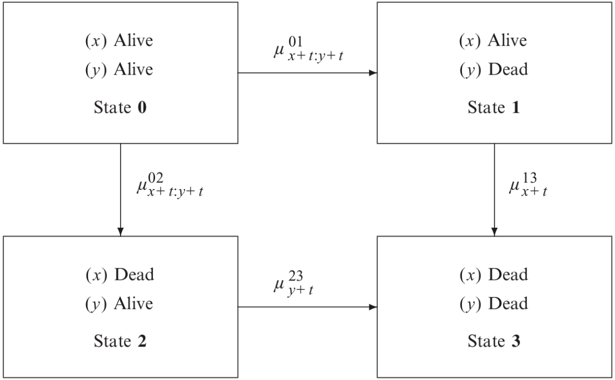
**Principal impact sur les probabilités**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu^{01}_{x+t:y+t} + \mu^{02}_{x+t:y+t})} dt $$

Ajustement des $\mu$ dans le calcul de tous les ${}_tp_{xy}^{ij}$ et les valeur des produits

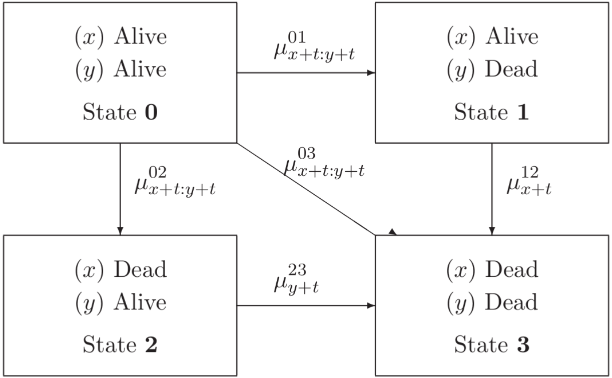
# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Choc commun : Soit (x) est un homme et (y) est une femme**




Source : Figure 10.3 AMLCR (p.411)

**Choc commun : Soit (x) est un homme et (y) est une femme**




Source : Figure 10.3 AMLCR (p.411)

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Fait Saillants**

- Une transition entre $0 \rightarrow 3$ est ajoutée avec une intensité spécifique
- Cet ajout permet de considérer que les deux assurés meurent simultanément

# Modèle multi-états pour vies dépendantes

**Principal impacts sur les probabilité**

**Principal impacts sur les probabilité**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = $$

**Principal impacts sur les probabilité**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+r:y+r}^{01} + \mu_{x+r:y+r}^{02} + \qquad\qquad )} dr $$

**Principal impacts sur les probabilité**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu^{01}_{x+r:y+r}+\mu^{02}_{x+r:y+r}+\mu^{03}_{x+r:y+r})} dr $$

**Principal impacts sur les probabilité**

$$ {}_tp_{xy}^{00} = \int_0^t e^{-(\mu_{x+r:y+r}^{01}+\mu_{x+r:y+r}^{02}+\mu_{x+r:y+r}^{03})} dr $$

Cette probabilité est utilisée dans le calcul de ${}_tp_{xy}^{01}$, ${}_tp_{xy}^{02}$ et ${}_tp_{xy}^{03}$