

# Contrats d'assurance et rente sur deux têtes

## Évaluation des contrats

Hiver 2023



UNIVERSITÉ  
**LAVAL**

Faculté des  
sciences et de génie  
École d'actuariat

## Objectifs généraux

- Comprendre l'évaluation des coûts pour des contrats d'assurance ou de rente émis à plusieurs assurés.
- Se familiariser avec le calcul des primes pour des contrats d'assurance et de rentes sur deux têtes.

## Objectifs généraux

- Comprendre l'évaluation des coûts pour des contrats d'assurance ou de rente émis à plusieurs assurés.
- Se familiariser avec le calcul des primes pour des contrats d'assurance et de rentes sur deux têtes.

## Vous serez en mesure de

- Calculer la valeur du coût d'assurance d'un contrat sur deux têtes avec des durées de vie indépendantes.
- Utiliser les relations importantes entre les valeur des contrat vie conjointe et dernier survivants.
- Formuler l'équation d'une prime d'un contrat sur deux têtes.

## Objectifs généraux

- Comprendre l'évaluation des coûts pour des contrats d'assurance ou de rente émis à plusieurs assurés.
- Se familiariser avec le calcul des primes pour des contrats d'assurance et de rentes sur deux têtes.

## Vous serez en mesure de

- Calculer la valeur du coût d'assurance d'un contrat sur deux têtes avec des durées de vie indépendantes.
- Utiliser les relations importantes entre les valeur des contrat vie conjointe et dernier survivants.
- Formuler l'équation d'une prime d'un contrat sur deux têtes.

## Ressources officielles

- **AMLCR** : Chapitre 8 (8.3, 8.4, 8.5)

## Ressources officielles

- **AMLCR** : Chapitre 8 (8.3, 8.4, 8.5)

## Ressources additionnelles

- Probabilité conjointes  
<https://youtu.be/CQS4xxz-2s4>
- Évaluation de produits d'assurance sur une tête  
[https://www.youtube.com/watch?v=v\\_dZTPcbNDO](https://www.youtube.com/watch?v=v_dZTPcbNDO)

## Produits communs - Assurance vie

## Produits communs - Assurance vie

- $A_{xy} = E[v^{T_{xy}}]$
- $A_{\overline{xy}} = E[v^{T_{\overline{xy}}}]$



## Produits communs - Assurance vie

- $A_{xy} = E[v^{T_{xy}}]$
- $A_{\overline{xy}} = E[v^{T_{\overline{xy}}}]$
- $A_{xy}^1 = E[v^{T_x} * I(T_x < T_y)]$

## Produits communs - Assurance vie

- $A_{xy} = E[v^{T_{xy}}]$
- $A_{\overline{xy}} = E[v^{T_{\overline{xy}}}]$
- $A_{xy}^1 = E[v^{T_x} * I(T_x < T_y)]$

## Produits communs - Rente

## Produits communs - Assurance vie

- $A_{xy} = E[v^{T_{xy}}]$
- $A_{\overline{xy}} = E[v^{T_{\overline{xy}}}]$
- $A_{xy}^1 = E[v^{T_x} * I(T_x < T_y)]$

## Produits communs - Rente

- $\bar{a}_{xy} = E[\bar{a}_{T_{xy}}]$
- $\bar{a}_{\overline{xy}} = E[\bar{a}_{T_{\overline{xy}}}]$

## Produits communs - Assurance vie

- $A_{xy} = E[v^{T_{xy}}]$
- $A_{\overline{xy}} = E[v^{T_{\overline{xy}}}]$
- $A_{xy}^1 = E[v^{T_x} * I(T_x < T_y)]$

## Produits communs - Rente

- $\bar{a}_{xy} = E[\bar{a}_{T_{xy}}]$
- $\bar{a}_{\overline{xy}} = E[\bar{a}_{T_{\overline{xy}}}]$
- $\bar{a}_{x|y} = E[(v^{T_x} \bar{a}_{\overline{T_y - T_x}}) * I(T_x < T_y)]$

## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$

## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$

## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$
- $A_{\overline{xy}} = A_y + A_y - A_{xy}$

## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$
- $A_{\overline{xy}} = A_y + A_x - A_{xy}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_{\overline{T_x}} + \bar{a}_{\overline{T_y}} - \bar{a}_{\overline{T_{xy}}}$



## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$
- $A_{\overline{xy}} = A_y + A_x - A_{xy}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_{\overline{T_x}} + \bar{a}_{\overline{T_y}} - \bar{a}_{\overline{T_{xy}}}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_x + \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$

## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$
- $A_{\overline{xy}} = A_y + A_x - A_{xy}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_{\overline{T_x}} + \bar{a}_{\overline{T_y}} - \bar{a}_{\overline{T_{xy}}}$
- $\bar{a}_{T_{\overline{xy}}} = \bar{a}_x + \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$
- $tp_{\overline{xy}} = tp_x + tp_y - tp_{xy}$

## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$
- $A_{\overline{xy}} = A_y + A_x - A_{xy}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_{\overline{T_x}} + \bar{a}_{\overline{T_y}} - \bar{a}_{\overline{T_{xy}}}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_x + \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$
- $tp_{\overline{xy}} = tp_x + tp_y - tp_{xy}$
- $\bar{a}_{x|y} = \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$

## Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$
- $A_{\overline{xy}} = A_y + A_x - A_{xy}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_{T_x} + \bar{a}_{T_y} - \bar{a}_{T_{xy}}$
- $\bar{a}_{T_{\overline{xy}}} = \bar{a}_x + \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$
- $tp_{\overline{xy}} = tp_x + tp_y - tp_{xy}$
- $\bar{a}_{x|y} = \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$
- $\bar{a}_{xy} = \frac{1 - A_{xy}}{\delta}$
- $\bar{a}_{\overline{xy}} = \frac{1 - A_{\overline{xy}}}{\delta}$

# Hypothèse d'indépendance

---

## Hypothèse d'indépendance 1

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants

# Hypothèse d'indépendance

## Hypothèse d'indépendance 1

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$

# Hypothèse d'indépendance

## Hypothèse d'indépendance 1

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$
- ${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = {}_t p_x {}_t p_y$

## Hypothèse d'indépendance 1

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$
- ${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = {}_t p_x {}_t p_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = \Pr[(x) \text{ ou } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = 1 - {}_t q_x {}_t q_y$



## Hypothèse d'indépendance 1

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$
- ${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = {}_t p_x {}_t p_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = \Pr[(x) \text{ ou } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = 1 - {}_t q_x {}_t q_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_x {}_t p_y$

# Exemple 1

---

## Exemple de calcul de probabilité vie conjointe et dernier survivant

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants

# Exemple 1

## Exemple de calcul de probabilité vie conjointe et dernier survivant

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$

# Exemple 1

## Exemple de calcul de probabilité vie conjointe et dernier survivant

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$
- ${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = {}_t p_x {}_t p_y$

# Exemple 1

## Exemple de calcul de probabilité vie conjointe et dernier survivant

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$
- ${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = {}_t p_x {}_t p_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = \Pr[(x) \text{ ou } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = 1 - {}_t q_x {}_t q_y$

# Exemple 1

## Exemple de calcul de probabilité vie conjointe et dernier survivant

- $T_x$  et  $T_y$  sont indépendants
- On connaît  ${}_t p_x$ ,  ${}_t p_y$ ,  ${}_t \mu_x$  et  ${}_t \mu_y$
- ${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = {}_t p_x {}_t p_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = \Pr[(x) \text{ ou } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = 1 - {}_t q_x {}_t q_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_x {}_t p_y$