

Contrats d'assurance et rente sur deux têtes

Définitions de vie conjointe et dernier survivant

Hiver 2023



UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté des
sciences et de génie
École d'actuariat

Objectif général

- Connaître la définition des statuts de vie conjointe et de dernier survivant

Vous serez en mesure de

- Définir les statuts vie conjointe et dernier survivant.
- Donner un exemple de produit d'assurance sur deux têtes.
- Exprimer les probabilités et produits associés aux statuts vie conjointe et dernier survivant en notation actuarielle.

Ressources officielles

- **AMLCR** : Chapitre 8 (8.1, 8.2, 8.3)

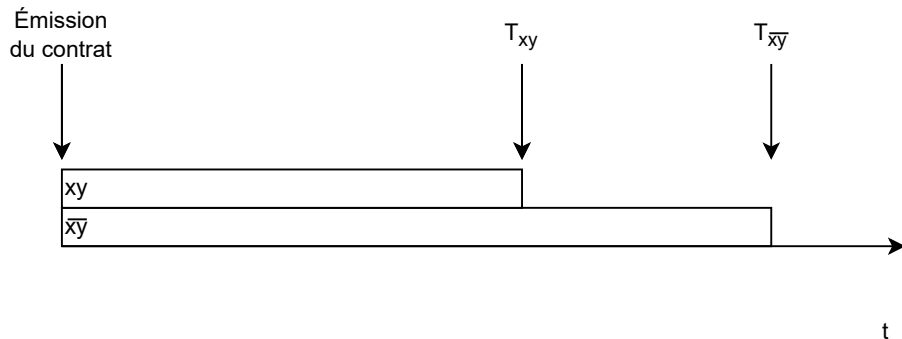
Ressources additionnelles

- Nomenclatures des symboles actuariels
https://en.wikipedia.org/wiki/Actuarial_notation

Contrat sur deux vies : (x) et (y)

- (x) et (y) sont vivants
 - ▶ Vie conjointe (*Joint life*)
 - ▶ T_{xy} temps d'attente jusqu'au décès d'un assuré
- (x) ou (y) sont vivant
 - ▶ Dernier survivant (*Last survivor*)
 - ▶ $T_{\overline{xy}}$ temps d'attente jusqu'au deuxième décès

Visuellement



Relations importantes

- $T_{xy} + T_{\overline{xy}} = \min(T_x, T_y) + \max(T_x, T_y) = T_x + T_y$
- $v^{T_{xy}} + v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}|} + \bar{a}_{\overline{T_{\overline{xy}}}|} = \bar{a}_{\overline{T_x}|} + \bar{a}_{\overline{T_y}|}$

Probabilité du status vie conjointe

- ${}_tp_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ sont les deux vivant and } t \text{ années}] = \Pr[T_{xy} > t]$
- ${}_tq_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ ne sont pas les deux vivant dans } t \text{ années}] = \Pr[T_{xy} \leq t]$
- ${}_u|{}_tq_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ sont les deux vivant dans } u \text{ années, mais pas dans } u + t \text{ années}] = \Pr[u \leq T_{xy} \leq u + t]$
- ${}_tp_{xy}^1 = \Pr[(x) \text{ meurt en premier, avant } t \text{ années}] = \Pr[T_x < t \text{ et } T_x < T_y]$
- ${}_tp_{xy}^2 = \Pr[(x) \text{ meurt en deuxième, avant } t \text{ années}] = \Pr[T_y < T_x \leq t]$

Probabilité du status dernier survivat

- ${}_t p_{\overline{xy}} = \Pr[\text{au moins un de } (x) \text{ ou } (y) \text{ est vivant dans } t \text{ années}] = \Pr[T_{\overline{xy}} > t]$
- ${}_t q_{\overline{xy}} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ sont décédés dans } t \text{ années}] = \Pr[T_{\overline{xy}} \leq t]$
- ${}_u|{}_t q_{\overline{xy}} = \Pr[\text{au moins un de } (x) \text{ et } (y) \text{ sont vivant dans } u \text{ années, mais les deux sont décédés dans } u + t \text{ années}] = \Pr[u \leq T_{\overline{xy}} \leq u + t]$

Désambiguation de la notation

- (x) et (y) sont habituellement notés en nombre dans les symbols de probabilité, certaines ambiguïté peuvent survenir
- On sépare les âges par :
- e.g. x a 40 ans, et y a 42 ans.
 $\Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ sont les deux vivant and } t \text{ années}] = {}_t p_{40:42}$
- On ajoute un exposant pour signifier que des deux risques proviennent de modèles de survie distincts (e.g. homme et femme)
- e.g. x est un homme 40 ans, et y une femme de 40 ans.
 $\Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ sont les deux vivant and } t \text{ années}] = {}_t p_{40:40}^{h f}$

Relations importantes

- $T_{xy} + T_{\overline{xy}} = \min(T_x, T_y) + \max(T_x, T_y) = T_x + T_y$
- $v^{T_{xy}} + v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}|} + \bar{a}_{\overline{T_{\overline{xy}}}|} = \bar{a}_{\overline{T_x}|} + \bar{a}_{\overline{T_y}|}$
- $tp_{xy} + tp_{\overline{xy}} = tp_x + tp_y$

Qu'est-ce qu'on peut protéger

- L'utilisation des statuts vie conjointe et dernier survivant permet d'éliminer l'incertitude reliée à l'ordre des décès.
- 2 moments d'occurrences de décès ($t = T_{xy}, t = T_{\overline{xy}}$)
- 2 périodes de survie des statuts xy et \overline{xy} ($t \leq T_{xy}, t \leq T_{\overline{xy}}$)

Produits communs - Assurance Vie

- Assurance premier décès : A_{xy}
- Assurance dernier décès : $A_{\overline{xy}}$
- Assurance contingente (e.g. payable si $T_x \leq T_y$) : A_{xy}^1

Produits communs - Rente

- Payable pendant la survie de xy : \bar{a}_{xy}
- Payable pendant la survie de \overline{xy} : $\bar{a}_{\overline{xy}}$
- Rente de réversion, payable à partir du décès de (x) jusqu'au décès de (y) : $\bar{a}_{x|y}$

Qui à besoin de ses produits ?

- Assurance premier décès : Partenaires d'affaires pour racheter des parts
- Assurance dernier décès : Lègue à la famille
- Payable pendant la survie de xy : Supporter un train de vie plus luxueux à deux
- Payable pendant la survie de \overline{xy} : Assurer les besoins de base d'un couple

Combiner plusieurs produits simples ensemble

- Une rente qui décroît au moment du premier décès

$$a_{xy} + a_{\overline{xy}}$$

- Une assurance vie payable au premier décès et une rente de réversion par la suite

$$A_{xy} + a_{x|y}$$

- Une rente jusqu'au second décès et une assurance vie sur payer les frais funéraires de chacun des décès

$$a_{\overline{xy}} + A_{xy} + A_{\overline{xy}}$$