

Contrats d'assurance et rente sur deux têtes

Évaluation des contrats

Hiver 2023



UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté des
sciences et de génie
École d'actuariat

Objectifs généraux

- Comprendre l'évaluation des coûts pour des contrats d'assurance ou de rente émis à plusieurs assurés.
- Se familiariser avec le calcul des primes pour des contrats d'assurance et de rentes sur deux têtes.

Vous serez en mesure de

- Calculer la valeur du coût d'assurance d'un contrat sur deux têtes avec des durées de vie indépendantes.
- Utiliser les relations importantes entre les valeur des contrat vie conjointe et dernier survivants.
- Formuler l'équation d'une prime d'un contrat sur deux têtes.

Ressources officielles

- **AMLCR** : Chapitre 8 (8.3, 8.4, 8.5)

Ressources additionnelles

- Probabilité conjointes
<https://youtu.be/CQS4xxz-2s4>
- Évaluation de produits d'assurance sur une tête
https://www.youtube.com/watch?v=v_dZTPcbNDO

Produits communs - Assurance vie

- $A_{xy} = E[v^{T_{xy}}]$
- $A_{\overline{xy}} = E[v^{T_{\overline{xy}}}]$
- $A_{xy}^1 = E[v^{T_x} * I(T_x < T_y)]$

Produits communs - Rente

- $\bar{a}_{xy} = E[\bar{a}_{T_{xy}}]$
- $\bar{a}_{\overline{xy}} = E[\bar{a}_{T_{\overline{xy}}}]$
- $\bar{a}_{x|y} = E[(v^{T_x} \bar{a}_{\overline{T_y - T_x}}) * I(T_x < T_y)]$

Relations importantes

- $T_{\overline{xy}} = T_x + T_y - T_{xy}$
- $v^{T_{\overline{xy}}} = v^{T_x} + v^{T_y} - v^{T_{xy}}$
- $A_{\overline{xy}} = A_y + A_x - A_{xy}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_{\overline{T_x}} + \bar{a}_{\overline{T_y}} - \bar{a}_{\overline{T_{xy}}}$
- $\bar{a}_{\overline{T_{xy}}} = \bar{a}_x + \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$
- $tp_{\overline{xy}} = tp_x + tp_y - tp_{xy}$
- $\bar{a}_{x|y} = \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$
- $\bar{a}_{xy} = \frac{1 - A_{xy}}{\delta}$
- $\bar{a}_{\overline{xy}} = \frac{1 - A_{\overline{xy}}}{\delta}$

Hypothèse d'indépendance 1

- T_x et T_y sont indépendants
- On connaît ${}_t p_x$, ${}_t p_y$, ${}_t \mu_x$ et ${}_t \mu_y$
- ${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ et } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = {}_t p_x {}_t p_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = \Pr[(x) \text{ ou } (y) \text{ soient vivants au temps } t] = 1 - {}_t q_x {}_t q_y$
- ${}_t p_{\overline{xy}} = {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_x {}_t p_y$

Exemple 1

Exemple de calcul de la valeur d'une rente sur deux têtes

Voir Exemple 10.1 sur Jupyter notebook

Technique analogue aux produits sur une tête

- Décomposer le produits en produits simple à évaluer
- Voir la prime comme un produit d'assurance sur deux têtes (payable à l'assureur)
- Formulation habituelle : $P E[\text{Produit}_1] = E[\text{Produit}_{2,3,\dots}]$
- $P = \frac{E[\text{Produit}_{2,3,\dots}]}{E[\text{Produit}_1]}$
- Produit_1 sera potentiellement $a \frac{(12)}{\min(T_{xy}, n)}$
- Paiement mensuels / Prestations mensuelles (DUD)

Exemple 2

Exemple de calcul de la valeur d'une prime d'un produits sur deux têtes

Voir Exemple 10.2 sur Jupyter notebook