

OPERADORES PARA COMPOSIÇÃO PARALELA: COMPOSIÇÃO GENERALIZADA E ENTRELAÇAMENTO

Alexandre Mota & Augusto Sampaio

Operadores de Composição Paralela

- CSP oferece várias alternativas variando as condições para interação:

- ▣ Composição paralela síncrona

$P \parallel Q$

- ▣ Composição paralela alfabetizada

$P [X \mid Y] Q$

- ▣ Composição paralela generalizada

$P [\mid X \mid] Q$

- ▣ Entrelaçamento

$P \parallel\!\!\parallel Q$

Entrelaçamento (*Interleaving*)

- Operador para construir processos:

$P \parallel Q$

dado processos P e Q

- P e Q são executados em paralelo, de forma independente, sem sincronizar eventos
- Útil para especificar a composição paralela de *clientes* em um sistema cliente-servidor

Entrelaçamento

- $P \parallel Q$
 - ▣ oferece os eventos iniciais tanto de P quanto de Q , e espera até que haja uma comunicação
 - ▣ depois da comunicação de um evento a de P (Q) comporta-se como $P' \parallel Q$ ($P \parallel Q'$), onde $P' (Q')$ comporta-se como $P (Q)$ após a comunicação de a
 - ▣ a escolha da execução do mesmo evento de P e Q é não-determinística

Exemplo

```
ATM1 = incard?c -> pin.fpin(c) ->  
      req?n -> dispense!n ->  
      outcard.c -> ATM1
```

```
CUST1(card) =  
  incard.card -> pin?p:S(card) ->  
  req.50 ->  
  dispense?x:{y | y <- WA, y >=50} ->  
  outcard.card -> CUST1(card)
```

Exemplo

CUSTOMERS =

CUST1(1) ||| CUST1(2) |||

CUST1(3) ||| ...

- A composição paralela de ATM1 com CUSTOMERS usa um outro operador que permite sincronização, como ilustrado posteriormente

Processos Paralelos e Sequenciais

Step law

$$\begin{aligned}
 P &= c?x:A \rightarrow P' \\
 Q &= c?x:B \rightarrow Q' \\
 P \parallel \parallel Q \\
 = & c?x:A \cup B \rightarrow \\
 & \text{if } (x \in A \cap B) \text{ then} \\
 & \quad (P' \parallel \parallel Q) \mid \sim \mid (P \parallel \parallel Q') \\
 & \text{else if } (x \in A) \text{ then} \\
 & \quad (P' \parallel \parallel Q) \\
 & \text{else } (P \parallel \parallel Q')
 \end{aligned}$$

Traces

- $\text{traces}(P \parallel Q) = \bigcup \{ s \parallel t \mid s \in \text{traces}(P) \wedge t \in \text{traces}(Q) \}$
- $s \parallel t$ denota os entrelaçamentos dos traces s e t
 - ▣ $\langle \rangle \parallel s = \{s\}$
 - ▣ $s \parallel \langle \rangle = \{s\}$
 - ▣ $\langle a \rangle^s \parallel \langle b \rangle^t = \{ \langle a \rangle^u \mid u \in s \parallel \langle b \rangle^t \} \cup \{ \langle b \rangle^u \mid u \in \langle a \rangle^s \parallel t \}$

Leis algébricas

- $P \parallel \parallel Q = Q \parallel \parallel P$
- $P \parallel \parallel (Q \parallel \parallel R) = (P \parallel \parallel Q) \parallel \parallel R$
- $P \parallel \parallel (Q \mid \sim \mid R)$
= $(P \parallel \parallel Q) \mid \sim \mid (P \parallel \parallel R)$
- $P \parallel \parallel \text{SKIP} = P$
 - ▣ Note particularmente que
 $\text{STOP} \parallel \parallel \text{SKIP} = \text{STOP}$

Exercícios

- Verifique intuitivamente se
 - ▣ $\text{STOP} \parallel \text{STOP} = \text{STOP}$
 - ▣ $a \rightarrow \text{STOP} \parallel \text{STOP} = a \rightarrow \text{STOP}$
 - ▣ $P \parallel \text{STOP} = P$
- Usando a Step law prove que
$$(a \rightarrow \text{STOP} \parallel b \rightarrow \text{STOP}) = (a \rightarrow b \rightarrow \text{STOP}) [] (b \rightarrow a \rightarrow \text{STOP})$$
- Verifique intuitivamente se
$$P \parallel (Q [] R) = (P \parallel Q) [] (P \parallel R)$$

Resposta dos Exercícios

- Verifique intuitivamente se
 - ▣ $\text{STOP} \parallel \text{STOP} = \text{STOP}$ - **sim**
 - ▣ $a \rightarrow \text{STOP} \parallel \text{STOP} = a \rightarrow \text{STOP}$ - **sim**
 - ▣ $P \parallel \text{STOP} = P$ - **não**
- Usando a Step law prove que
 $(a \rightarrow \text{STOP} \parallel b \rightarrow \text{STOP})$
 $=$
 $(a \rightarrow b \rightarrow \text{STOP}) [] (b \rightarrow a \rightarrow \text{STOP})$ - **prova simples!**
- Verifique intuitivamente se
 $P \parallel (Q [] R) = (P \parallel Q) [] (P \parallel R)$
 - **Não, o lado direito pode gerar não determinismo interno, devido às ocorrências duplas de P. Na verdade, o lado esquerdo é um refinamento do direito**

Composição Paralela Generalizada

- Operador para construir processos:

$$P \parallel [X] Q$$

dado processos P e Q e um conjunto de eventos X

- P e Q são executados em paralelo mas só sincronizando os eventos em X :
 - ▣ os outros eventos são realizados de forma independente (como no caso de *Interleaving*)

Exemplo

```
ATM1 = incard?c -> pin.fpin(c) ->  
      req?n -> dispense!n ->  
      outcard.c -> ATM1
```

```
CUST1(card) =  
  incard.card -> pin?p:S(card) ->  
  req.50 ->  
  dispense?x:{y | y <- WA, y >=50} ->  
  outcard.card -> CUST1(card)
```

Exemplo

```
CUSTOMERS =
```

```
  CUST1(1) ||| CUST1(2) |||
```

```
  CUST1(3) ||| ...
```

```
ATM1andCUSTOMERS =
```

```
  ATM1 [|Events|] CUSTOMERS
```

Composição Paralela Generalizada

- $P \parallel_X Q$
 - sendo A e B respectivamente os eventos iniciais de P e Q , oferece inicialmente o seguinte conjunto de eventos:
 - $C = (A \setminus X) \cup (B \setminus X) \cup (A \cap B \cap X)$

Processos Paralelos e Sequenciais

```
P = c?x:A -> P'
Q = c?x:B -> Q'

= P [ |x| ] Q
= c?x:C ->
  if (x ∈ X) then P' [ |x| ] Q'
  else if (x ∈ A ∩ B) then
    (P' [ |x| ] Q)
    | ~ | (P [ |x| ] Q')
  else if (x ∈ A) then
    (P' [ |x| ] Q)
  else (P [ |x| ] Q')
```


Traces

- $\text{traces}(P \parallel [X] Q) =$
$$\bigcup \{ s \parallel [X] t \mid$$
$$s \in \text{traces}(P) \wedge$$
$$t \in \text{traces}(Q)$$
$$\}$$
- $s \parallel [X] t$ denota as possíveis combinações dos traces s e t

Leis algébricas

$$\square P \mid X \mid Q = Q \mid X \mid P$$

$$\begin{aligned} \square P \mid X \mid (Q \mid \sim \mid R) \\ = \\ (P \mid X \mid Q) \mid \sim \mid (P \mid X \mid R) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square P \mid X \mid (Q \mid X \mid R) \\ = \\ (P \mid X \mid Q) \mid X \mid R \end{aligned}$$

■ Esta lei vale apenas se o conjunto de sincronização for o mesmo!

Exercícios

□ Quais os processos equivalentes a:

- $\text{STOP} [|X|] \text{STOP} = ?$
- $\text{SKIP} [|X|] \text{SKIP} = ?$
- $a \rightarrow \text{STOP} [| \{a\} |] \text{STOP} = ?$
- $a \rightarrow \text{STOP} [| \{b\} |] \text{STOP} = ?$
- $(?x : A \rightarrow P) [|X|] \text{STOP} = ?$
- $a \rightarrow \text{STOP} [| \{a\} |] \text{SKIP} = ?$
- $(?x : A \rightarrow P) [|X|] \text{SKIP} = ?$
- $(a \rightarrow \text{STOP} [| \{a, b\} |] \ b \rightarrow \text{STOP}) = ?$
- $(a \rightarrow \text{STOP} [| \{b\} |] \ b \rightarrow \text{STOP}) = ?$

□ Verifique intuitivamente se

$$\begin{aligned} & P [|X|] (Q [] R) \\ = & (P [|X|] Q) [] (P [|X|] R) \end{aligned}$$

Resposta dos exercícios

□ Quais os processos equivalentes a:

□ $\text{STOP} [|X|] \text{STOP} = \text{STOP}$

□ $\text{SKIP} [|X|] \text{SKIP} = \text{SKIP}$

□ $a \rightarrow \text{STOP} [| \{a\} |] \text{STOP} = \text{STOP}$

□ $a \rightarrow \text{STOP} [| \{b\} |] \text{STOP} = a \rightarrow \text{STOP}$

□ $(?x : A \rightarrow P) [|X|] \text{STOP} = ?x : A \setminus X \rightarrow (P [|X|] \text{STOP})$

□ $a \rightarrow \text{STOP} [| \{a\} |] \text{SKIP} = \text{STOP}$

□ $(?x : A \rightarrow P) [|X|] \text{SKIP} = ?x : A \setminus X \rightarrow (P [|X|] \text{SKIP})$ (ver Lei 6.15)

□ $(a \rightarrow \text{STOP} [| \{a,b\} |] b \rightarrow \text{STOP}) = \text{STOP}$

□ $(a \rightarrow \text{STOP} [| \{b\} |] b \rightarrow \text{STOP}) = a \rightarrow \text{STOP}$

□ Verifique intuitivamente se

$$P [|X|] (Q [] R)$$

=

$$(P [|X|] Q) [] (P [|X|] R) -$$

- Falso. Ver considerações no exercício anterior.

Restringindo Processos

- Em especificações, os operadores de composição paralela podem ser usados para restringir o comportamento dos processos :
 - ▣ $P \ [\ X \] \ \text{STOP}$ comporta-se como P exceto pela proibição da realização dos eventos em X
 - ▣ $P \ [\ X \] \ Q$, onde Q só realiza os eventos em X , restringe o comportamento de P

Relação entre operadores para composição paralela

- Todos os outros operadores podem ser definidos em termos de composição paralela generalizada

- ▣ Entrelaçamento

- $P \parallel\parallel Q = P [|\{\}\!|] Q$

- ▣ Composição paralela síncrona

- $P \parallel Q = P [|\text{Events}\!|] Q$

Relação entre operadores para composição paralela

□ Composição paralela alfabetizada

▣ $P \ [X \parallel Y] \ Q$

- Sincronizam em $X \cap Y$
- P se comporta independentemente em $X \setminus Y$ e Q em $Y \setminus X$
- P é bloqueado em $\text{Events} \setminus X$ e Q em $\text{Events} \setminus Y$
- $P \ [X \parallel Y] \ Q =$
$$\begin{aligned} & (P \ [\mid \text{Events} \setminus X \mid] \ \text{STOP}) \\ & [\mid X \cap Y \mid] \\ & (Q \ [\mid \text{Events} \setminus Y \mid] \ \text{STOP}) \end{aligned}$$

Exercício

- Especifique uma aplicação simples envolvendo um processo buffer e um controlador. O buffer deve ser implementado de forma distribuída, com um processo implementando cada célula do buffer e eventos para obter o valor corrente da célula (*get*) e escrever no valor da célula (*set*). O controlador deve receber requisições de input e output do ambiente, para ler e escrever no buffer, seguindo a política de uma fila circular. Output só pode ocorrer se o buffer não estiver vazio. Input só pode ocorrer se o buffer não estiver cheio.
- **Dica:** o controlador deve guardar a quantidade atual de elementos no buffer, o id da célula inicial, o id da célula final e uma *cache* com o elemento mais antigo incluído no buffer.

Resposta do exercício

MAX = 5

NUMBERS = {0..MAX}

channel get,set : NUMBERS.NUMBERS

Celula(i,v) = get.i!v -> Celula(i,v)

[] set.i?v2 -> Celula(i,v2)

Max_Buffer = 3

Buffer = ||| i : {0..Max_Buffer} @ Celula(i,0)

assert Buffer :[deterministic [FD]]

assert Buffer :[deadlock free [F]]

assert Buffer :[livelock free [FD]]

Resposta do exercício

```
channel input,output : NUMBERS
incModulo(x,max) = if (x == max) then 1 else x + 1
Controlador(inf,sup,quant,cache) =
  (quant < Max_Buffer & input?x -> set.inf.x ->
    if (quant == 0) then
      Controlador(inf, incModulo(sup,Max_Buffer), quant+1, x)
    else
      Controlador(inf,incModulo(sup,Max_Buffer), quant+1, cache))
  []
  (quant > 0 & output!cache ->
    if (quant == 1) then
      Controlador(incModulo(inf, Max_Buffer), sup, quant-1, cache)
    else
      get!incModulo(inf,Max)?newCache ->
      Controlador(incModulo(inf, Max_Buffer), sup, quant-1, Newcache))
```

Resposta do exercício

System_Buffer =

(Buffer [|{ |get,set| }|] Controlador(0,0,0,0)) \ { |get,set| }

assert System_Buffer :[deterministic [FD]]

assert System_Buffer :[deadlock free [F]]

assert System_Buffer :[livelock free [FD]]

Exercícios

- Do livro texto
 - ▣ Essenciais: 2.3.4, 2.5.1, 2.5.2
 - ▣ Opcionais: 2.3.1, 2.5.3