

MTH6412B
Implémentation d'algorithmes de recherche
opérationnelle
Tournées minimales

Dominique Orban
`dominique.orban@polymtl.ca`

Mathématiques et Génie Industriel
École Polytechnique de Montréal

Automne 2016

Tournées

Le problème de la tournée, ou du *cycle Hamiltonien* est un problème classique de graphes posé par Hamilton en 1859.

Étant donné un graphe non orienté, trouver un cycle qui passe par chaque sommet une et une seule fois.

Condition nécessaire d'existence : le graphe doit être biconnexe.
Cette condition n'est pas suffisante.

Il n'existe pas d'algorithme connu efficace pour résoudre ce problème.

Notre problème est plus compliqué : trouver une tournée *minimale*.

Restons optimistes.

Tournées minimales approchées

Trouver une tournée minimale est difficile sans utiliser d'heuristiques sophistiquées. Cependant, on peut parfois trouver de bonnes tournées minimales *approchées* en utilisant les outils développés dans les laboratoires précédents.

On examine un seul algorithme :

1. l'algorithme de Rosenkrantz, Stearns et Lewis.

On suppose notre graphe *complet*.

Algorithme de Rosenkrantz, Stearns et Lewis

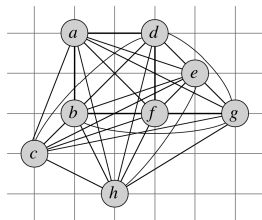
Condition : $c(u,w) \leq c(u,v) + c(v,w)$.

1. Choisir un nœud qui jouera le rôle de racine ;
2. calculer un arbre de recouvrement minimal en utilisant cette racine ;
3. ordonner les sommets du graphe suivant un parcours en préordre de l'arbre de recouvrement minimal (i.e., dans l'ordre de visite) ;
4. cet ordre détermine une tournée dans le graphe de départ.

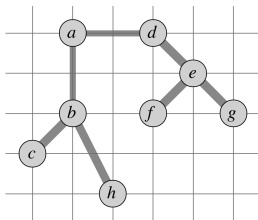
Théorème

L'algorithme de Rosenkrantz, Stearns et Lewis fournit une tournée dont le poids est inférieur à 2 fois le poids d'une tournée optimale.

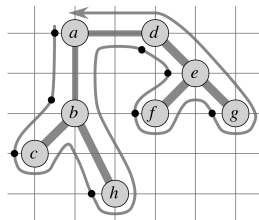
Illustration



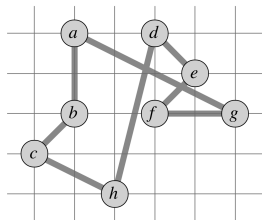
(a)



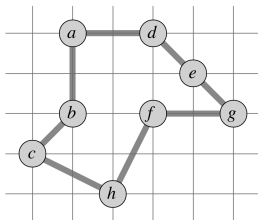
(b)



(c)



(d)



(e)

Quatrième partie de ce laboratoire

1. Implémenter l'algorithme de Rosenkrantz, Stearns et Lewis ;
2. l'algorithme contient plusieurs paramètres :
 - 2.1 Kruskal vs. Prim ;
 - 2.2 le choix du sommet privilégié (la racine) ;
3. en jouant sur ces paramètres, identifier les meilleurs tournées possibles sur les problèmes du TSP symétrique (vous pouvez utiliser différents paramètres sur différents problèmes) ;
4. illustrer graphiquement les tournées identifiées et exprimer l'erreur relative avec une tournée optimale¹ pour chacun des deux algorithmes ;
5. je dois pouvoir reproduire vos résultats en passant une instance du TSP en argument à un programme principal.

1. comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/STSP.html