1. 某校辦理研究所甄試，採用 A 或 B 兩種方案。A 案的結果可能錄取到較不理想的學生，B 案則可能發生優秀的學生被遺漏掉。若從假設檢定的觀念，欲檢定 A 案較佳或 B 案較佳，請問如何建立假設？並說明爲什麼？
2. 某公司宣稱其燈泡平均壽命至少爲 500 小時，標準差爲 40 小時，消費者基金會檢查 30 個燈泡，得其平均壽命爲 480 小時：
   (1)試寫出其檢定假設？
   (2)以 $\alpha = 0.05$ 檢定公司宣稱是否屬實？
3. 假設隨機變數 X 服從常態分配， $X \sim N(\mu, 500^2)$ 。現自此母體隨機選取 400 個樣本，得平均數爲 5050，請分別使用信賴區間法、臨界值法、標準檢定法與 P 值法檢定母體平均數是否等於 5000，$(\alpha = 0.05)$ 。
4. 假設某一母體的 IQ 分數服從常態分配 $N(\mu, 100)$ ，爲了檢定 $H_0: \mu \le 110, H_1: \mu > 110$ ，我們從這個母體抽出樣本數 $n = 16$ 的隨機樣本，得到樣本平均數爲 113.5，我們會接受或否定虛無假設($\alpha = 0.05$)，又此檢定的 $P-value$ 等於多少？
5. 某知名教授教學認真，學生反應該老師上課每節課經常超過學校規定的 50 分鐘。爲了驗證是否真的如此，隨機紀錄六次該教授授每節課時間，其資料爲：54　55　50　49　53　51(分鐘)
   試以 $\alpha = 0.05$ 檢定，此教授每節上課是否超過 50 分鐘。假設該教授上課時間呈常態分配。
6. 隨機抽取某大學 36 位學生第一次期中考統計學成績，得平均成績爲 67 分，標準差 12 分，學校宣稱全校統計學平均分數爲
   (1)65 分。　(2)至少 63 分以上。　(3)至多不超過 75 分。
   試寫出上列三種情況的虛無假設與對立假設，並在顯著水準 0.05 的條件下檢定其結果。
7. 假設 X 爲某產品的重量，且假設 X 服從常態分配，標準差未知。現隨機抽取此產品 9 個，得重量爲：183,179,170,156,187,167,174,156,158。
   (1)若該產品宣稱產品的平均重量超過 165，請寫出虛無與對立假設。
   (2)以顯著水準 0.05 檢定上題之假設。
8. 已知某廠牌輪胎使用的標準差爲 100 公里，現知 16 個輪胎測試的結果爲平均使用距離爲 29200 公里，在 $\alpha = 0.05$ 的條件下，是否可認定此廠牌輪胎的耐用距離不足 30000 公里。
9. 在母體爲常態分配 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假設下，請回答下列有關型 I 錯誤(type I error)與型 II 錯誤(type　Ⅱerror)的問題：

   單邊檢定(one-sidedtest)： $\begin{cases} H_0: \mu \le 25 \\ H_1: \mu > 25 \end{cases}$

   樣本數 n=8l，標準差σ=18，當顯著水準(level of significance) α 爲 0.1 時，決策規則(decision rule)是：如果 $\bar{x} \le 27.56$ ，接受 $H_0(\mu \le 25)$ ；如果

$\bar{x} > 27.56$，拒絕H_0。試問：

(1)若 μ=24，根據上述決策規則，犯型 I 誤差之機率爲何？

(2)若 μ=25，根據上述決策規則，犯型 I 誤差之機率爲何？

(3)若 μ=29，根據上述決策規則，犯型 II 誤差之機率爲何？

10. 假設某一常態母體，其平均數未知，變異數爲 25。現自該母體隨機抽取 10 個樣本，若欲檢定$H_0: \mu = 65, H_1: \mu = 70$。

(1)若其決策法則爲當$\bar{x} > 67.5$時拒絕虛無假設，試求此時的α與β。

(2)若其決策法則爲當$\bar{x} > 68$時拒絕虛無假設，試求此時的α與β。

11. 某公司生產家庭用電腦，平均每小時生產 100 台，標準差 20 台。該公司爲了增加生產量，聘請了某位專家擔任經理。在新任經理管理下，隨機選取 100 個工作小時觀察，發現平均產量增加爲每小時 104 台，試用單尾檢定回答下列問題：

(1)在$\alpha = 0.05$的顯著水準下，說明此一新任經理管理能力。

(2)若新任經理上任後，實際上每小時產量爲 105.29 台，結論卻認爲新經理管理能力不足，請問犯型 II 錯誤的機率爲何？

(3)承上題，爲了減少β勢必增加α，若β減少至 6%時，則α增加爲多少？

(4)承(2)若希望α與β同時降低，則需增加樣本數，若希望$\alpha = \beta = 0.05$，則樣本數應增加至多少才夠？

12. 假設我們從一個標準差爲 24 的常態母體中選取 16 個樣本，我們發現樣本平均數爲 111。

(1)試檢定$H_0: \mu = 100, H_1: \mu > 100$。請列出拒絕域，並解釋你所得到的結果。$(\alpha = 0.05)$

(2)試檢定$H_0: \mu = 100, H_1: \mu \neq 100$。請列出拒絕域，並解釋你所得到的結果。

(3)請比較上兩題的結果異同，如果檢定結果不相同（亦即一個拒絕H_0，一個不拒絕H_0），請解釋爲何會有此現象。

13. 假設從已知變異數爲 25，但平均數未知的常態母體中取出n個樣本，在顯著水準 0.05 下欲檢定假設$H_0: \mu = 30, H_1: \mu < 30$。

(1)寫出決策法則（任一種檢檢定法皆可）

(2)若樣本數$n = 16$，求$\mu = 26.7$時的檢定力。

(3)若希望$\mu = 26.7$時的檢定力達到 0.95，問至少需取幾個樣本？

14. 根據一假說，在全國大選中，男性投票數高於女性。爲了驗證此假說，於是隨機抽取 300 個投票者，發現有 165 人是男性，根據此數據，能否說男性投票數高於女性？$(\alpha = 0.05)$

15. 某公司宣稱消費者對其生產的兩種香水 A 與 B 有相同的喜好程度，經調查 169 個消費者後，發現有 102 人喜歡 A 香水，試問此公司的宣稱可靠嗎？

16. (1)某人宣稱 3 分球命中率不低於 3 成，試問他 100 球至少投中幾球才能得到驗證？以$\alpha = 0.05$檢定之。

(2)又此人宣稱 3 分球命中率不低於 3 成，其朋友認爲他是吹牛，他投 100

球至多中幾球，其朋友才能說此人是吹牛？

17. 某位籃球選手罰球線進球率爲 p， $H_0: p \geq 0.8, H_1: p < 0.8$ 之檢定拒絕域爲：「當他在第 3 次投擲後才首次投進時，我們便拒絕虛無假設。

(1)這個檢定的顯著水準爲何？

(2)如果他在第 5 次投籃才首次進球，則檢定的 $P-value$ 爲何？

(3)如果這位選手的進球率爲 0.5，則此檢定的型 II 錯誤機率爲何？

18. 隨機抽取 10 瓶某工廠某生產線之罐裝汽水，其重量分別爲（公克）：

350　355　353　354　348　360　345　358　355　356

假設罐裝汽水的重量呈常態分配，該工廠規定，若變異數超過 25 就必須停止此生產線的生產，試以 $\alpha = 0.05$ 檢定該生產線是否應該停止生產。

19. 某生產過程專門生產手錶的軸心，若生產的軸心斷面直徑之標準差超過 0.0002 公分，即視此生產過程不穩定。現由此生產過程產出的軸心，隨機抽取 30 個，並測量其斷面直徑，得樣本標準差爲 0.00028 公分。假設此生產過程產出的軸心斷面直徑呈常態分配，試問由樣本資料是否顯著地顯示此生產過程不穩定，以 $\alpha = 0.05$ 檢定之。

20. 假設某工廠有兩個生產線，假設服從常態分配，現隨機從這兩個生產線選取若干產品得資料如下：

生產線 A：　$n_A = 10$　$\bar{x}_A = 14.5$　$s_A = 0.8$

生產線 B：　$n_B = 16$　$\bar{x}_B = 11.3$　$s_B = 0.7$

(1)試分別求兩個生產線母體變異數的 95%信賴區間。

(2)試分別求兩個生產線母體平均數的 95%信賴區間。

21. 假設螺絲的變異數不能超過 0.03 公分，否則就無法與螺帽配合。某工廠宣稱其生產的螺絲符合規定，但根據傳言顯示此公司的信譽不佳，於是消基會隨機抽取 12 個此公司所生產的螺絲加以檢驗，發現樣本變異數爲 0.042，若顯著水準 0.05，請問檢定結果爲何？

22. 某補習班宣傳，只要參加他們一個月的魔鬼課程訓聯營，至少 90%以上同學可以考上公立大學。

(1)現隨機抽取 80 位學生，發現其中只有 64 位學生考上國立大學，請問該補習班是否廣告不實？(α=0.01)。

(2)當事實上只有 75%的學生考上國立大學，我們有 95%的機會可以推論廣告不實。若顯著水準 α 仍定爲 0.01，那麼至少需抽樣多少位學生方可宣稱補習班廣告不實。

23. 某工廠宣稱他們生產的產品不良率最多只有 5%，但消費者團體卻不以爲然，因此從產品中抽出 100 個樣本，結果有 10 個樣本爲不良品，請問該工廠是否宣稱不實？$(\alpha = 0.01)$

24. 假設隨機變數 X 服從 η 分配（註：η 分配爲題目自創之分配），且其機率密度函數爲： $f(x) = 1 - |x-1|, \quad 0 < x < 2$

(1)試求計算第 32 百分位數。

(2)令某一檢定統計量符合 η 分配，以此檢定統計量進行右尾檢定，若顯著水準取 0.08 時，求拒絕域的臨界值。

(3)若改以 0.01 之顯著水準進行雙尾檢定，試求拒絕域爲何？

25. 某雜誌報導已婚男性中第一次離婚年齡平均小於 40 歲。現有一位學者想驗證這個報導的正確性，他隨機抽取 20 位剛離婚的男人，發現平均年齡爲 38.6 歲，標準差 4 歲。請問他是否有足夠的證據來支持這家雜誌社的報導？假設母體呈常態分配，顯著水準α=0.025。

26. 某種品牌的口香糖宣稱有 75%的牙醫推薦他們的病人使用此口香糖，消基會對此宣稱感到懷疑並決定做一檢定，其假設如下：

$$H_0 : p = 0.75, \quad H_1 : p < 0.75$$

其中 p 爲牙醫中推薦此口香糖的比例。現隨機抽取 390 位牙醫發現其中有 273 位牙醫推薦此口香糖，若顯著水準$\alpha = 0.05$，請問該廠商宣稱是否屬實。

附註：以 SPSS 進行單母體平均數雙尾檢定報表

檢定五點李克特量表，家庭幸福平均得分是否等於 $3\,(\alpha = 0.05)$ 。

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 3 \\ H_1 : \mu \neq 3 \end{cases}$$

報表解讀：

報表 1：

單一樣本統計量

	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
家庭幸福	188	3.2011	.40820	.02977

說明：

全部 188 筆資料，平均得分 3.2011，樣本標準差爲 0.40820，平均數的標準誤

$$\sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{0.40820}{\sqrt{188}} = 0.02977$$

報表 2：

單一樣本檢定

	檢定值 = 3					
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	差異的 95% 信賴區間	
					下界	上界
家庭幸福	6.754	187	.000	.20106	.1423	.2598

說明：

$t^* = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{s^2}{n}}} = \dfrac{3.2011 - 3}{0.02977} = 6.754$ ， $P - value = 0.000$ ，平均差異

$= \bar{x} - \mu_0 = 3.2011 - 3 = 0.20106$ ，差異的 95% 信賴區間

$= \bar{x} \pm t_{0.025,186}\sqrt{\dfrac{s^2}{n}} = [0.1423, 0.2598]$

檢定結果拒絕虛無假設。