

- 假設台北捷運系統每隔 10 分鐘會有一班車到站載運旅客，假設某人並不知道這個訊息，現在此人欲搭乘捷運，求

 - (1)此人等待時間小於 2 分鐘的機率。
 - (2)此人等待時間介於 3 到 7 分鐘的機率。
 - (3)此人平均需等待幾分鐘可搭上捷運。
- 已知隨機變數 X 服從均勻分配，其機率密度函數為 $f(x) = \frac{1}{20}$, $0 \leq x \leq 20$ 。試求 $E(x), V(x)$ 與動差母函數。
- 已知隨機變數 X 服從均勻分配，其機率密度函數為 $f(x) = \frac{1}{20}$, $120 \leq x \leq 140$ 試求 $V(x)$ 。
- 已知隨機變數 X 為一連續型均勻分配且 $0 \leq x \leq 5$ ，求：

 - (1) $P(x = 3)$ 。
 - (2) $P(2 \leq x \leq 3.5)$
 - (3) $P(x \leq 1.5)$ 。
 - (4) $P(x \geq 2.4)$
- 已知隨機變數 x 為一連續型均勻分配且介於 10—20 之間，求

 - (1) $P(x \leq 15)$ 。
 - (2) $E(x), V(x)$
- 某生產機器製造一件物品所需時間 X 服從均勻分配，已知生產一件時間介於 150 分鐘與 250 分鐘之間。(1)試求 $f(x)$ 。(2)試求此機器生產一件物品時間在 200 分鐘到 220 分鐘內之機率為何？(3)試求此機器生產一件物品時間恰好等於 180 分鐘的機率為何？
- 假定某班火車抵達車站的時間在 8 點至 8 點 20 分之間，且在此時段中任何時刻到站的可能性均相同。試求

 - (1)某乘客在 8 點 10 分抵達車站，可搭上火車的機率？
 - (2)某乘客在 8 點 10 分抵達車站，火車已開走的機率？
 - (3)求期望值與變異數，並解釋期望值意義。
- 假設隨機變數 x 為介於 $[0, 2]$ 之均勻分配，求下列各小題。

 - (1)求 x 之累積分配函數 $F(x)$ 。
 - (2)求 $P(\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2})$
 - (3)求 x 之中位數。
- 小明與小英在週末約好雙方在下午 6 點半到 7 點間在真善美電影院門口見面，假設兩人到達的時間服從均勻分配，試求先到達的人等待至少 10 分鐘的機率？
- 假設 z 為標準常態分配，利用常態機率分配表，試求下列之機率值。

 - (1) $P(0 \leq z \leq 1)$ 。
 - (2) $P(z \geq 1)$ 。
 - (3) $P(-2 \leq z \leq 0)$ 。
 - (4) $P(z \leq -2)$ 。
 - (5) $P(-2.1 \leq z \leq 1.2)$ 。
 - (6) $P(z \geq -1.5)$ 。
 - (7) $P(z \leq 2.2)$ 。

11. 假設 z 為標準常態分配，利用常態機率分配表，試求下列之 a 值。
 - (1) $P(0 \leq z \leq a) = 0.475$ 。
 - (2) $P(z \geq a) = 0.1314$ 。
 - (3) $P(z \leq a) = 0.67$ 。
 - (4) $P(z \leq a) = 0.2119$ 。
 - (5) $P(z \geq a) = 0.6915$ 。
 - (6) $P(-a \leq z \leq a) = 0.903$ 。
 - (7) $P(-a \leq z \leq a) = 0.2052$ 。
12. 某公司有數萬名員工，所有的員工體重成常態分配，平均體重 60 公斤，標準差 5 公斤，試回答下列各題。
 - (1) 若該公司電梯設計超過 750 公斤就會鈴響，試問 12 位員工搭乘時，遇到響鈴的機率是多少？
 - (2) 若員工甲的體重為 70 公斤，他與 11 位同事一起搭乘電梯，試問電梯鈴響的機率為何？
 - (3) 若要使 12 人的搭乘電梯使鈴聲響的機率小於 0.01，請問電梯應設計超過多少公斤以上才響鈴。
13. 某研究所招收研究所學生，分成筆試與面試兩個階段。第一階段筆試共考兩科，滿分 200 分，然後以筆試分數高低決定是否可進入第二個階段。假設此次考試學生得分服從常態分配，且該研究所預定從筆試分數中選出最好的 24 人面試，若此次報考學生人數有 150 人，平均成績為 120 分、標準差分 15 分。試求：
 - (1) 要取得面試資格至少要考幾分以上（取整數）？
 - (2) 某位考生考試分數為 150 分，請你估計他的分數至少名列第幾？
14. 某品牌家電用品的使用壽命服從平均數 4.5 年，標準差 1 年的常態分配，若保證期為 2 年，試問退貨比例為多少？
15. 假設某每日收到的電子郵件數近於常態分配，若已知每日平均 80 封，且超過 120 封的機率為 0.1。試問標準差為何？
16. 假設平均有 30% 的學生戴眼鏡，求在一個 20 人的班級中，試分別以下列兩種方法，求至少有 10 個學生戴眼鏡的機率為何？
 - (1) 使用真實分配計算。
 - (2) 使用常態分配近似模擬。
17. 已知某工廠所生產的燈泡平均壽命為 200 小時，變異數是 300 平方小時。
 - (1) ①若燈泡壽命均勻分配在 (a, b) ，求 a, b 。
 - ②若某人買了一個此工廠所生產的燈泡，請問此燈泡壽命不到 180 小時的機率為何？
 - (2) 若燈泡壽命服從常態分配，則此人買到的燈泡壽命不到 180 小時的機率為何？
 - (3) 若不知道燈泡壽命服從何種分配，則此人買到的燈泡壽命不到 180 小時的機率為何？
18. 假設某地區的人年齡服從常態分配，已知年紀小於 18 歲者佔 20%，年紀介於 18 歲至 60 歲之間者佔 70%，年紀大於 60 歲者佔 10%，試求該地區的人平均年齡。
19. 假設某次研究所考試共有 4000 人參加，成績服從常態分配，若第 2 及第 3 四分位數 $Q_2 = 63.25, Q_3 = 72.31$ ，試求
 - (1) 這 4000 人的平均數分數
 - (2) 標準差
 - (3) 第 1 四分位數
 - (4) 大約有多少學生成績高於 80 分？

20. 已知隨機變數 X 之動差母函數為： $M(t) = e^{\frac{6t + 25t^2}{2}}$ ， $t \in R$ 。
- (1) 請問隨機變數 X 服從何種分配？平均數與變異數為何？
- (2) 求 $P(x \geq 6)$ 。
21. 已知隨機變數 X 之機率密度函數為： $f(x) = \frac{1}{\sqrt{0.5\pi}} e^{-2x^2 + 8x - 8}$ ， $-\infty < x < \infty$ ，試求：
- (1) $f(-5 \leq x \leq -2)$ 。
- (2) $f(|x+3| \leq 1)$ 。
22. 已知隨機變數 X 、 Y 服從常態分配，滿足： $X \sim N(4, 9)$ ， $Y \sim N(10, 16)$ 。試求 $P(x + y \leq 20)$ 。
23. 某汽車公司每天早晨 8:30 準時由 A 市經甲道路到 B 市；再由 B 市經乙道路到達 C 市。由 A 市到 B 市所需時間為 X ，由 B 市到 C 市所需時間為 Y ，且 $X \sim N(5, 0.25)$ ， $Y \sim N(1.5, 0.12)$ ，中途午餐休息 1 小時。求下午 5 點到達 C 市的機率。
24. 投擲一枚公正骰子 30 次，令隨機變數 x 表示出現 1 點的次數，試以 Poisson 分配與常態分配近似，求 1 點出現 5 次的機率。
25. 已知隨機變數 X 的動差母函數為： $M(t) = (\frac{1}{4} + \frac{3}{4}e^t)^{48}$ ，求 $P(31 \leq x \leq 40)$ 。
26. 假設進入銀行的客戶服從 Poisson 分配，平均每小時有 49 人，試求一小時內進入此銀行的客戶人數在 45 人到 60 人之間的機率為何，請以常態分配求解。
27. 假設隨機變數 X 服從指數分配，且機率密度函數為：
- $$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- (1) 求 X 的累積分配函數。
- (2) 利用(1)試證： $P(X > x + x_0 | X > x_0) = P(X > x)$ ， x_0 為任意正數。
28. 假設某燈泡的壽命呈指數分配，且機率密度函數為： $f(x) = \frac{1}{50} e^{-\frac{x}{50}}$
- (1) 求此燈泡的平均壽命。
- (2) 求此燈泡的壽命超過 100 的機率為何？
29. 試利用標準常態分配表求下列各小題之機率：
- (1) $P(z > 1.2)$ 。
- (2) $P(z < 2)$ 。
- (3) $P(z > -1)$ 。
- (4) $P(z < -0.5)$ 。
- (5) $P(-1 < z < 2)$ 。
30. 已知某工程已完工的進度為 95%。假設每天的施工進度成常態分配。晴天時，平均進度為 1%，施工進度的變異係數為 10%；雨天時，平均進度為 0.5%，施工進度的變異係數為 40%。
- (1) 若明天是晴天和雨天的機會均等，試問明天的施工進度超過 1% 的機率？
- (2) 若未來一週有 5 個晴天和 2 個雨天，試問完工日期在一週內的機率？
31. 台北有 80% 的上班族坐捷運通勤上班。求隨機抽取之 100 位個上班族，求恰有 85 個使用自己的交通工具之機率？（以常態分配近似）
32. 假設隨機變數 X 服從指數分配，且滿足 $P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ， $x > 0$ 。試證明：

$$E(x) = \frac{1}{\lambda}。$$

33. 高鐵每 20 分鐘發車一次，某人隨機到高鐵站等待。試求

(1)若等待時間為 X ，試求 X 的機率函數。

(2)等待 10 分鐘上的機率。

34. 已知 $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ 。試證明： $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$ 。

35. 若 A 地每小時平均 4 輛車到達，求第 3 輛車在半小時後到達之機率？