作業：

1. 假設 X 表示投擲一枚硬幣三次出現正面的次數。
   (1)請列出樣本空間 S。
   (2)請列出隨機變數 X 的值。
   (3)請列出機率函數。
   (4)若隨機變數滿足 $\{0.5 \le x \le 1.72\}$，請問代表什麼含意？
2. 已知 $f(x)=\dfrac{1}{3}, x=-1,0,1$，試求累積分配函數 $F(x)$。
3. 已知隨機變數 X 機率密度函數為
   $$f(x)=\begin{cases} x, & 0<x<10000 \\ 2-x, & 10000 \le x < 20000 \\ 0, & o.w. \end{cases}$$
   (1)繪出 $f(x)$ 的圖形。
   (2)求 $f(8000<x<12000)$。
4. 已知 $f(x)=3(1-x)^2, 0<x<1$，試求累積分配函數。
5. 已知隨機變數 X 之機率密度函數為 $f(x)=\begin{cases} k(1-x)^2, & 0<x<1 \\ 0, & o.w. \end{cases}$，試求 k 之值。
6. 假設 X 為隨機變數，其機率密度函數為：
   $$f(x)=\begin{cases} k\left[1-(x-3)^2\right], & 2 \le x \le 4 \\ 0, & o.w. \end{cases}$$
   (1)求 k 之值。　(2)求 $P(x>3)$。
7. 假設隨機變數 X 的機率密度函數為
   $$f(x)=\begin{cases} cx, & 0 \le x \le 2 \\ 0, & o.w. \end{cases}$$
   求 c 值。
8. 已知 $f(x)=\dfrac{1}{6},\quad x=1,2,3$，試求累積分配函數 $F(x)$。
9. 某袋中裝有標記 1 號球 1 個，2 號球 2 個，3 號球 3 個，.....，n 號球 n 個，且袋中的球大小、重量皆相同。現從此袋中隨機抽取一球並以此球上標記之號碼做為變量。試求此變量之機率分配函數與期望值。
10. 考慮一個有 4 個選項的複選題，若完全答對可得 5 分。為了避免答題者亂猜答案而僥倖得分，則答錯時應倒扣多少分才公平？（一定要作答）
11. 假設袋中有大小相同的紅球 3 個、白球 7 個。現自袋中任取一球，若取到紅球可得 50 元，白球可得 10 元，試問任取一球可得金額的期望值為多少？
12. 投擲三枚公正硬幣，若出現三個正面，可得 10 元，出現二個正面可得 6 元，

出現一個正面可得 2 元，爲使賭局公平，則一個正面均不出現時應賠多少元？

13. 投擲兩粒公正骰子，得點數和若爲二位數可賺 10 元，若爲一位數得陪 5 元，求投擲一次的期望值。
14. 假設 50cc 新機車第一年的失竊率爲 0.8%，今有小齊爲他的 50cc 新機車投保失竊險，保額爲 30000 元，保費爲 300 元，則保險公司對此保險的期望利潤爲多少？
15. 假設一袋中裝有 1 個 1 號球，2 個 2 號球，…，n 個 n 號球，…，25 個 25 號球，$1 \le n \le 25$。現自袋中任取一球，假設每一個球被取到的機會都相等，而取得 n 號球可得 $(100-n)$ 元。則任取一球的期望值爲多少？
16. 某次考試有一多重選擇題有 A、B、C、D、E 五個選項，需完全答對才給 5 分，僅答錯一個給 2 分，其餘得 0 分。某考生 A、B 選項已確定答對，但對 C、D、E 完全不懂，決定亂猜作答（猜對猜錯機率相同）。求這位考生此題得分之期望值。
17. 甲、乙兩人下棋，兩人棋力相當，規定先勝 4 局者可得獎金 1600 元，但每次對局均須分出勝負，不許和局。今兩人進行到甲勝 2 局，乙勝 1 局時，比賽因故停止，依公平的原則，來分此 1600 元獎金，請問甲應得多少元？
18. 已知隨機變數 X 之機率分配表如下：

x	1	2	3	4
$f(x)$	0.2	0.1	0.4	0.3

求隨機變數 X 的變異數與標準差。

19. 已知隨機變數 x 之機率密度函數如下：

$$f(x)=\begin{cases}6x(1-x), & 0<x<1\\ 0, & o.w.\end{cases}$$

試求期望值與變異數。

20. 已知隨機變數 X 之累積分配函數爲：

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 1-\dfrac{2}{3}e^{-x}, & x\ge 0\end{cases}$$

試求：(1) $P(x\le 1)$　(2) $E(x)$。

21. 已知隨機變數 X 之累積分配函數爲：

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x-\dfrac{1}{4}x^2, & 0\le x\le 2\\ 1 & 2\le x\end{cases}$$

求機率密度函數。

22. 假設隨機變數 X 的機率函數爲：

$$f(x)=\begin{cases}0.14, & x=0\\ 0.24, & x=1\\ 0.15, & x=2\\ 1, & 3\le x\le a\\ 0, & o.w.\end{cases}$$

求 a 之值。

23. 已知隨機變數 X 的機率密度函數爲：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{21}x, & 0\le x<3\\ \frac{1}{2}-\frac{x}{14}, & 3\le x\le 7\\ 0, & o.w.\end{cases}$$

試求：(1) $E(x)$ 與 $V(x)$。　(2) $P(x=1)$。　(3) $P(1\le x\le 5)$。

24. 已知隨機變數 X 的機率密度函數爲：$f(x)=\frac{2}{5}|x-1|, 0<x<3$，求中位數。

25. 已知 X 之機率分配如下所示：

x	-10	0	10	20
$f(x)$	c	$2c$	$3c$	$4c$

試求　(1) c。　(2) $P(x>0)$。　(3) $E(x)$。　(4) $E(2x+30)$。　(5) $V(x)$。

26. 已知麥當勞某分店每天銷售薯條的情形如下表所示：

x(包)	500	550	600	650	700	750
$f(x)$	0.1	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1

(1)求算麥當勞每天薯條銷售量的期望值與變異數。
(2)利用柴比雪夫定理(Chebyshev’s theorem)求算麥當勞每天銷售的薯條至少會有 75%的機率落在哪個範圍？

27. 將兩個不同顏色的球投入四個箱子中，假設隨機變數 X 表示第一個箱子球的個數，求 X 的機率分配。

28. 已知隨機變數 X 的機率密度函數爲：$f(x)=a+bx, 0\le x\le 1$, 且 $E(x)=\frac{2}{3}$。

(1)求 a、b。　(2)求 $V(x)$。　(3)求中位數 η。　(4)求 $P(0<x<0.5)$。

29. 一箱中有 5 個球編號分別爲：$-1,0,1,2,3$。令隨機變數 X 爲自箱中隨機抽取一球之號碼，試 $4x^2+3$ 的期望值。

30. 某往返台北與新竹之公車，每班車每趟之載客人數的機率分配如下表所示：

x(乘客數)	10	20	30	40	50
$f(x)$	0.05	0.2	0.4	0.2	0.15

若單程票價 100 元，假設隨機變數 Y 爲每班車每趟之票價收入，試求 $E(y)$ 與 $V(y)$。

31. 某次座談會，共有 6 位學生參加，其中包括甲與乙。6 位學生以完全隨機之方式圍著一個圓形會議桌而坐。若甲寫了個字條想要沿著圓桌，以最少人數的方式透過鄰位傳遞給乙，試求接觸到此字條的人數期望值是多少(不包含甲與乙)？

32. 設連續隨機變數 X 之機率密度函數如下：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{15}{16}x^2(x-2)^2, & 0\le x\le 2\\ 0, & o.w.\end{cases}$$

(1)求 $f(x<1)$。

(2)求期望值 $E(x)$