

作業

1. 假設隨機變數 X 在 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 呈均勻分配。若另一隨機變數 Y ，滿足 $y = k + lx$ ，試求隨機變數 Y 的期望值與變異數。
2. 假設隨機變數 X 在 $\{1, 2, 3, \dots, N\}$ 呈均勻分配，試求隨機變數 X 的期望值與變異數。
3. 假設感染某疾病是否痊癒的機率為 0.4 且服從二項分配，已知現在有 15 個人罹患此疾病，求
 - (1)至少 10 人痊癒的機率？
 - (2)正好 5 人痊癒的機率？
4. 丟二公正骰子，求出現兩點數差的絕對值之 (1)期望值。 (2)變異數。
5. 一袋中有編號 1 到 10 號的球，現隨機自袋中抽取一球，求取出球號碼的期望值與變異數。
6. 已知一袋中有 20% 的紅球，現隨機選取 10 個球，試求下列各題機率為何？
 - (1)恰取出兩個紅球。
 - (2)至少取出兩個紅球。
7. 假設工廠每日上、下午各隨機抽驗產品 25 件，若產品不良率一直保持為 0.02，令每日抽驗產品中所含不良品件數 X 為隨機變數，則 X 分配的期望值 $E(x)$ 及變異數 $V(x)$ 各為何？
8. 一袋中共有 9 個球，其中有 4 個紅球，現在從此袋中以取出不放回方式取出 3 個球，求恰取出 1 個紅球的機率？
9. 一袋中共有 14 個球，分別為 3 白球、6 紅球、5 黑球，假設 X 與 Y 分別表示取出白球與黑球的個數。現在以取出放回的方式隨機從袋中選取 6 個球，求在 $y = 3$ 的條件下， X 的機率函數為何？
10. 假設 x, y 服從三項分配，且已知機率質量函數為：

$$f(x, y) = \frac{n!}{x! y! (n - x - y)!} p_1^x p_2^y (1 - p_1 - p_2)^{n - x - y}, x, y = 1, 2, 3, \dots, n; 0 \leq x + y \leq n$$

試求：(1) Y 的邊際機率 (2)令隨機變數 $z = x + y$ ，求 Z 之機率函數？

(3)求 $f(x|z)$

11. 假設某籃球選手自由球命中率為 60%，令隨機變數 X 表示此選手投進 10 球自由球所需最小投球數，試求：
 - (1) x 的機率質量函數。
 - (2)期望值 $E(x)$ ，請問期望值代表什麼含意？
 - (3)變異數 $V(x)$ 。
 - (4)若此選手連續投 16 球，求剛好投第 16 球時投進第 10 球的機率為何？
12. 投擲一公正骰子。
 - (1)求丟第 5 次時正好出現 3 次么點的機率。
 - (2)平均每丟幾次會出現 1 次么點？
13. 連續投擲一公正骰子，直到出現么點為止，試求：
 - (1)最多需投擲 5 次之機率？
 - (2)欲使出現么點的機率最多為 0.5，則至少應投擲幾次骰子？

- (3)投擲 3 次仍未出現么點，需至少再投擲 10 次以上才出現么點之機率爲何？
14. 同時投擲 2 粒骰子，直到出現 1 或 6 點即停止，試求所需投擲次數的期望值爲何？
 15. 假設有一隻啄木鳥，平均每鑽 100 個洞，可以發現有蟲可以吃。若現在這隻啄木鳥鑽了 20 個洞，請問至少有 2 個洞可以發現蟲可以吃的機率爲何？請分別以二項分配與 Poisson 分配求解。
 16. 某次考試共有 10 題單選題，每題有 5 個選項，只有 1 個答案是正確的。若有一考生全部用猜的方式作答。假設 X 表示此考生答對的題數。
 - (1)試求隨機變數 X 的機率分配函數。
 - (2)此考生最多猜對兩題的機率？
 - (3)求 X 的期望值與變異數。
 17. 已知隨機變數 X 的機率質量函數爲： $f(x) = C_x^5(0.4)^x(0.6)^{5-x}, x = 0, 1, 2, \dots, 5$ ，試求：
 - (1) $E(2x+1)$ 。
 - (2) $V(3x+2)$ 。
 18. 根據調查顯示大約有 5% 的旅客訂了飛機票之後卻沒有到機場搭飛機，因此航空公司對於旗下只有 50 個座位的飛機共出售了 52 張票，請問搭這家航空公司的旅客每個人都有座位的機率爲何？
 19. 由一副 52 張的撲克牌中隨機抽取 5 張，取出不放回，試求
 - (1)恰含 3 張紅心的機率。
 - (2)至少 3 張紅心的機率。
 - (3)若題目改成由 100 副撲克牌，請以二項分配近似法求至少 3 張紅心的機率。
 20. 某人打靶的命中率爲 0.4，假設此人每次打靶的結果不互相影響，試求他至少要射擊幾次，才能保證至少命中一次的機率大於 0.77？
 21. 某汽車業務員的銷售成功率爲 0.3，現在他手頭有三部庫存車要賣，試求此業務員僅需與五位以下的顧客推銷，便能把這三部汽車賣掉的機率？
 22. 投擲一枚公正骰子 n 次，令隨機變數 X 表示出現么點的次數。
 - (1)求隨機變數 X 的機率質量函數。
 - (2)若 $n = 5$ ，試求 $P(x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 5)$ 。
 - (3)若 $n = 30$ ，求 $f(5)$ 。
 23. 設某公司電話交換機上打來電話數 X 爲一每小時 $\lambda = 60$ 通電話之 Poisson 變數，求以下各事件之機率：
 - (1)在一分鐘內，沒有電話進來之機率。
 - (2)在半個鐘頭內，至少有 3 通電話之機率。
 24. 假定到達醫院的病患人數符合 Poisson 過程，且平均每小時有 1 人到達，試問：
 - (1)1 小時內沒有病患到達的機率。

- (2) 1 小時內到達的病患少於 4 人的機率。
- (3) 2 小時內沒有病患到達的機率。
25. 假設 10 個小孩的家庭中，男生的機率為 0.6，試求
- (1) 此家庭恰有 2 位男孩的機率？
- (2) 此家庭至少有 2 位男孩的機率？
- (3) 此家庭之平均男孩數為何？
26. 假設隨機變數 X 的機率滿足 $f(0) = p^2, f(1) = p$ 。
- (1) 若 $f(x)$ 為一機率密度函數，求 p 值。
- (2) 請問 X 是否服從二項分配？
27. 從某工廠隨機抽取 n 件成品，令 X 表其中有瑕疵的件數， p 表此工廠產品的瑕疵率，已知 X 的平均數為 90，標準差為 9，試求 p 與 n 之值。
28. 某大學生尋找暑期工讀機會，他申請了 6 個相似但統計獨立的工作。他有 40% 機會得到每一個工作，且每一工作可賺 12000 元。試求
- (1) 此大學生預期可得到幾個工作？
- (2) 此大學生預期的收入為何？
29. 假設某製造廠所生產的產品，每個產品的缺陷數服從平均數為 0.4 的 Poisson 分配，現在從此製造廠隨機選出 5 個產品，求這 5 個產品全部缺陷數至少 6 個以上的機率為何？
30. 一家賣種子的公司向消費者保證，購買該公司種子之發芽率若小於 90% 時，則退還消費者購買種子的費用。李太太購買一盒種子，內有 10 顆種子，若每顆種子發芽率皆為 0.9，請問李太太不會獲得公司退費的機率為何？
31. 數學班有 15 位同學，其中 10 位同學習慣課前預習，另外 5 位則無此習慣。現在李老師在班上隨機抽取 5 位學生，請問當中至少有 2 位做過課前預習的機率為何？
32. 甲電子公司徵才，由 5 個應徵者選出 2 人，恰好選到 2 個最差的應徵者之一的機率為何？
33. 某研究機構對國內技術創業者做調查，主題是「創業最重要的因素」。調查結果認為「管理團隊」最重要的佔 30%，「對產業的瞭解」佔 20%，「人脈關係」佔 25%，「財務健全」佔 35%，其他 5%。某研究生根據以上結果，隨機訪問南部 6 家最近兩年內創業之技術創業者，沒有任何一位創業者認為「人脈關係」最重要的機率為何？
34. 以目前風行的公益彩券為例，在目前 42 個號碼中，你所選的 6 個號碼全部積龜的機率為多少？亦即你所選的 6 個號碼與開獎的 6 個正式號碼(不含符號別)沒有一個相同。
35. 有一射手平均每射 5 發子彈命中 3 發，試求
- (1) 此射手連射 n 發子彈，沒有任何一顆子彈命中的機率？
- (2) 該射手至少有一發子彈命中的機率大於 0.999 時，至少需射擊幾發子彈？(已知 $\log 2 = 0.3010$)
36. 某農民種植短期蔬菜，假設其能夠賺取超額利潤的機率為 $1/4$ ，則
- (1) 請問此農民到第 3 次才賺得超額利潤之機率？
- (2) 若此農民運氣很不好，連續種五次短期蔬菜，均無法賺得超額利潤，則請問此農民再種 2 次後才賺到超額利潤之機率？

- (3)此農民 2 次無法賺得超額利潤後才賺到超額利潤之機率？
37. 已知二項分配 $f(x) = C_x^n p^x q^{n-x}$, $x = 0, 1, 2, \dots, n$, 試證明
- (1)動差母函數： $M(t) = (pe^t + q)^n$ (2) $E(x) = np$ (3) $V(x) = npq$ 。