

作業

1. 假設產品之壽命  $X$  為一隨機變數，且已知  $X$  的累積分配函數為：  
 $F(x) = 1 - e^{-x}, x \geq 0$ 。求  $X$  動差偏態係數、峰度係數與 Person 偏態係數？
2. 若  $X$  的動差母函數為： $\frac{2}{5}e^t + \frac{1}{5}e^{2t} + \frac{2}{5}e^{3t}$ ，求  $X$  的平均數，變異數與機率質量函數。
3. 假設隨機變數  $X$  之  $k$  階原動差為： $E(x^k) = p, k = 1, 2, 3, \dots$ 。試求  $X$  之動差母函數，並求  $X$  之期望值與變異數。
4. 假設已知隨機變數  $X$  之動差母函數，求下列各題的平均數與變異數。  
(1)  $M(t) = \frac{0.25e^t}{1 - 0.75e^t}, t < -\ln 0.75$ 。  
(2)  $M(t) = (0.3 + 0.7e^t)^{10}$ 。  
(3)  $M(t) = e^{50t + 50t^2}$ 。
5. 已知隨機變數  $X$  之動差母函數為： $M(t) = \frac{1}{4}(3e^t + e^{-t})$ ，試求  $X$  之機率質量函數、期望值與變異數。
6. 已知隨機變數  $X, Y$  的動差母函數分別為： $M_X(t) = \frac{1}{4}(e^t + e^{2t} + e^{3t} + e^{4t})$ ，  
 $M_Y(t) = \frac{1}{3}(e^t + e^{2t} + e^{3t})$ ，令  $w = x + y$ 。試求  $W$  的機率質量函數與動差母函數。
7. 假設  $X$  為一隨機變數， $n$  為正整數，求證：若  $E(x^n)$  存在，則  $E(x^k), k = 1, 2, \dots, n-1$  必存在。
8. 請問是否有隨機變數其一階動差存在，但二階動差卻不存在，請你舉一個例子說明。
9. 若隨機變數  $X$  的動差母函數為： $M(t) = \frac{e^{2t}}{3 - 3e^{3t} - e^{5t}}$ ，求：  
(1) 期望值  $E(x)$ 。 (2)  $P(x = 10)$ 。
10. 若隨機變數  $X$  的動差母函數為： $M(t) = \frac{2e^{2t}}{3 - e^{3t}}, t < 0$ 。試求  $X$  的機率質量函數。
11. 已知  $f(x) = \frac{1}{4}(\frac{3}{4})^{x-1}, x = 1, 2, 3, \dots$ 。求隨機變數  $X$  的一階與二階原動差。
12. 已知隨機變數  $X$  的機率值量函數為： $f(x) = pq^{x-1}, x = 1, 2, 3, \dots$ ，且  $P + q = 1$ 。  
(1) 求  $X$  的動差母函數。 (2) 利用動差母函數求期望值。
13. 已知隨機變數  $X$  的動差母函數為： $M(t) = e^{-t}$ ，試求下列各小題：  
(1) 一階原動差 (2) 二階原動差 (3) 三階原動差 (4)  $n$  階原動差。
14. 已知隨機變數  $X$  的動差母函數前三項為  $1 - t + t^2$ ，求  $1 - X$  的動差母函數的前

三項。

15. 已知隨機變數  $X$  的動差母函數為  $M_X(t) = \frac{1}{4}(e^t + e^{2t} + e^{3t} + e^{4t})$ ;  $Y$  的動差母函數為  $M_Y(t) = \frac{1}{3}(e^t + e^{2t} + e^{3t})$ 。若有另一隨機變數  $W$ , 滿足  $w = x + y$ 。
- (1)求  $W$  的機率值量函數。 (2)求  $W$  的動差母函數。
16. 假設隨機變數  $X$  的機率密度函數為:  $f(x) = \frac{1}{x^2}, x \geq 1$ 。試證明  $X$  的動差母函數不存在。
17. 假設隨機變數  $X$  的動差母函數為:  $M_X(t) = \left(\frac{2}{2-t}\right)^2$ , 試求:
- (1) $E(x)$ 。 (2) $V(x)$ 。
18. 假設隨機變數  $X$  的動差母函數為:  $M_X(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t}, t < \lambda$ 。試求  $E(x^n)$ 。
19. 假設隨機變數  $X$  的動差母函數為:  $M_X(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$ 。試求  $E(x^n)$ 。