

1.

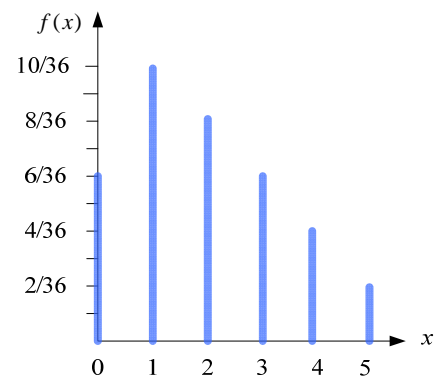
- (1)  $X=0,1,2,3$
- (2)  $Y=0,1,2,3,4,5$
- (3)  $Z=0,1,2,3,\dots$
- (4)  $T \geq 0$

2.

機率分配函數

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{36}, & x = 2, 3 \\ \frac{10}{36}, & x = 1 \\ \frac{8}{36}, & x = 2 \\ \frac{4}{36}, & x = 4 \\ \frac{2}{36}, & x = 5 \end{cases}$$

機率分配線條圖



機率分配列舉表

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	6/36	10/36	8/36	6/36	4/36	2/36

3.

$f(x)$  為一離散型的機率分配函數

4.

(1)  $c = \frac{1}{2}$

(2)  $c = \sqrt{2}$

／

／

／

5. 略

6.

$$c = \frac{1}{10}$$

7.

$$(1) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

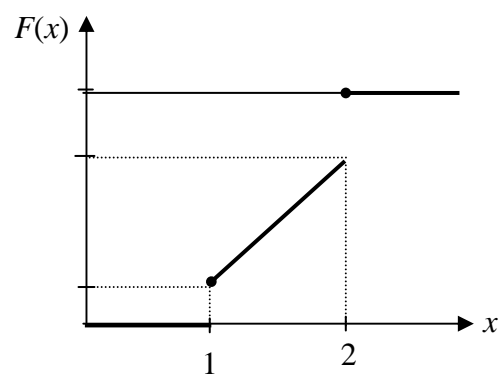
$$(2) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1/15, & 1 \leq x < 2 \\ 3/15, & 2 \leq x < 3 \\ 6/15, & 3 \leq x < 4 \\ 10/15, & 4 \leq x < 5 \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$$

8.

$$(1) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 0.5x - 0.3, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & 2 \leq x \end{cases}$$

(2) 中位數：1.6

平均數：1.55



9.

$$(1) f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

$$(2) \left(\frac{1}{2}\right)^{11} - \left(\frac{1}{2}\right)^{21}$$

10.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 1 - \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$$

11.

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & o.w. \end{cases}$$

$$(2) \frac{5}{8}$$

$$(3) \sqrt{5}$$

12.

$$(1) 1$$

$$(2) 0$$

$$(3) \frac{1}{6}$$

$$(4) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

13.

$$(1) 480 \text{ 元}$$

$$(2) 5 \text{ 個}$$

14.

$$E(x) = 2$$

15.

$$E(x) = 5$$

16.

$$E(y) = 76000 \text{ 元}$$

$$\sigma_y = 400 \text{ 元}$$

17.

$$E(x) = 3.75 \text{ 人}$$

$$V(x) = 0.6875$$

18.

$$E(x) = \frac{2}{3}$$

$$V(x) = \frac{8}{9}$$

19.

$$2$$

20. 略

21.

$$(1)6$$

$$(2) F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ 3x^2 - 2x^3 & , 0 < x < 1 \\ 1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

$$(3) \frac{27}{32}$$

$$(4)0.5$$

22.

$$(1)6$$

$$(2)0.5$$

$$(3) \frac{1}{20}$$

$$(4)0.5$$

(5) 0.5

(6)  $\frac{11\sqrt{5}}{25}$

23.

動差法：2

Pearson 法： $3 - 3\ln 2$

24.

平均等候時間：18 秒

變異數：396

25.

21 分鐘。

26.

(1)  $k = \frac{1}{42}$

(2) X 的邊際機率

$x$	1	3
$f_X(x)$	9/42	33/42

Y 的邊際機率

$y$	-1	1	2
$f_Y(y)$	12/42	12/42	18/42

(3)  $\frac{10}{9}$

27.

(1) 30

(2)  $f_X(x) = \frac{x+1}{5}, x=1, 2$

$$(3) \frac{11}{15}$$

$$(4) \frac{7}{30}$$

28.

$$(1) \frac{1}{3}$$

$$(2) E(x|y) = \frac{y}{2}, \quad 0 < y < 1$$

$$(3) V(x|y) = \frac{y^2}{12}, \quad 0 < y < 1$$

(4) X、Y 不獨立。

29.

$$\frac{13}{162}$$

30.

$$\frac{65}{72}$$

31.

$$0.577$$

32.

$$1$$

33.

$$(1) 2$$

(2) 0.25

(3)  $x + \frac{1}{2}$

(4)  $\frac{1}{12}$

34.

(1)

$y \backslash x$	1	2	3
2	1/6	1/6	0
3	1/6	1/6	2/6

(2) 0.25

(3)  $\frac{1}{6}$

35.

0

36.

(1)  $f_x(x) = \frac{4x}{5} + \frac{3}{5}, \quad 0 < x < 1$

(2)  $E(x) = \frac{17}{30}$

$E[(x - \mu)^2] = \frac{71}{900}$

(3)  $0.1453 \leq x \leq 0.988$

(4) 0.888

37. 略

38.

(1) 期末考成績較佳

(2) 至少有 38 人

39.

0.75

40. 略

41.  
4.5

42.  
(1)0  
(2) $X$ 、 $Y$  不獨立

43.  
 $\frac{2}{5}\sigma^2$

44.  
1

45. 假設隨機變數  $X$ 、 $Y$  之聯合機率密度函數為：  
 $f(x, y) = x + ay + b, \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1$   
且  $E(y) = \frac{5}{12}$ ，試求 (1) $a, b$ 。 (2) $Cov(x, y)$ 。 (3) $Corr(x, y)$ 。

解：

(1) $a = -1, b = 1$

(2) $\frac{1}{144}$

(3)0.044

46.  
 $\frac{35}{12}$

47.  
 $Cov(y, w) = \sigma^2$   
 $Corr(y, w) = \frac{1}{n}$

48.  
(1)50  
(2)372



(3)  $\frac{5}{12}$

49.

(1)

$x$	0	1	2	3
$f_x(x)$	0.3	0.5	0.125	0.075

(2) 1.475

(3)

$$f(x=0|y=0) = \frac{4}{7}$$

$$f(x=1|y=0) = \frac{2}{7}$$

$$f(x=2|y=0) = 0$$

$$f(x=3|y=0) = \frac{1}{7}$$

(4)

$$E(x|y=0) = \frac{5}{7}$$

$$E(x|y=1) = \frac{4}{7}$$

$$E(x|y=2) = 1.25$$

$$E(x|y=3) = \frac{11}{7}$$

(5) 0.1

50.

(1)

$y \backslash x$	1	2	3	4
0	0	3/16	0	1/16
1	4/16	2/16	2/16	0
2	3/16	0	1/16	0

(2)  $E(x) = \frac{15}{8}$

$$V(x) = \frac{55}{64}$$

(3)  $E(y) = 1$

$$V(y) = \frac{1}{2}$$

(4) -0.25

51.

$$k = \frac{1}{9}$$

52. 假設  $X, Y$  的聯合機率密度函數為：

$$f(x, y) = \begin{cases} 3(1-y), & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & o.w. \end{cases}$$

(1) 求  $P(x \leq \frac{3}{4}, y \geq \frac{1}{2})$  。 (2) 求  $f_X(x)$  與  $f_Y(y)$  。 (3) 求  $E(x|y)$  。

解：

$$(1) \frac{5}{128}$$

$$(2) f_X(x) = 3x - \frac{3}{2}x^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$f_Y(y) = 3 - 6y + 3y^2, \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$(3) -2(y-1)\ln 2$$