

作業：

- 試判斷下列隨機試驗為有限或無限樣本空間？
 - 投擲一粒骰子，直到出現點數 1 點為止。
 - 從一副撲克牌中挑選一張牌，直到出現 A 為止。
 - 投擲一枚硬幣十次，觀察正面出現次數。
 - 觀察硬碟的壽命。
 - 連續射箭十次，觀察命中靶心的次數。
- 已知樣本空間 $S=\{a,b,c,d,e,f,g\}$ ，集合 $A=\{a,c,d,e\}$ ，集合 $B=\{a,d,e,f,g\}$ ，求下列各小題：
 - $A \cap B$
 - $A \cup B$
 - A^c, B^c
 - $A - B, B - A$
- 求 1 到 500 的自然數中
 - 2 或 3 或 5 的倍數有多少個？
 - 不為 2 且不為 5 的倍數有多少個？
 - 為 2 的倍數但不為 3 的倍數有多少個？
 - 2 且 3 的倍數但不為 5 的倍數有多少個？
- 投擲一枚公正硬幣三次，試求至少出現一個正面的機率？

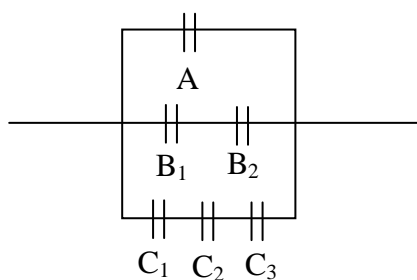
解：

樣本空間個數： $n(S) = 2^3 = 8$

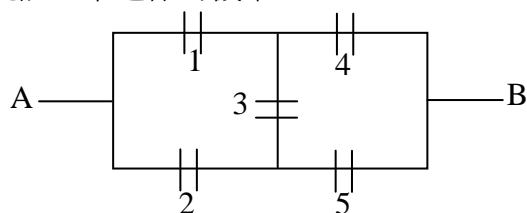
1 - 全部都是反面： $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

- 我國自用小汽車的牌照號碼，前兩位為大寫英文字母，最後四位為數字，例如 AB—0950。若最後一位數字不用 4，且後四位數字沒有 0000 這個號碼，那麼我國可用的自用小汽車牌照號碼有多少個？
- 從一個 10 人的俱樂部，選出一位主任，一位幹事和一位會計，且均由不同人出任，如果 10 人中甲君和乙君不能同時被選上，那麼總共有多少種選法？
- 從一副撲克牌中隨機抽取一張撲克牌，求下列三事件中至少發生一事件的機率。
事件 A：取出的撲克牌顏色為紅色
事件 B：取出的撲克牌不具人像圖
事件 C：取出的撲克牌點數可被三整除（A 表示 1 點，J、Q、K 分別表示 11、12、13 點）
- 求下列各題之機率：
 - 任選 10 人，生日恰巧在 10 個不同月份出生的機率？
 - 任選 5 人，生日恰巧都在特定的 2 個月份的機率？
- 某火災警報系統有兩組警報器 A 及 B，經實驗發現，若有火災發生，警報器 A 有 90% 的機會可偵測出，警報器 B 有 95% 的機會可偵測出，兩組警報器同時偵測出有 88% 的機會。根據這些資訊，計算：
 - 火災發生時，至少有一警報器可偵測出的機會。
 - 火災發生時，警報器 B 偵測出但警報器 A 未偵測出的機會。
- 某大專院校畢業生舉行兵役抽籤，已知 10 枝籤中有 1 枝陸戰隊
 - 若此人排在第一個抽籤位置，他抽中陸戰隊的機率為何？
 - 若此人排在第二個抽籤位置，他抽中陸戰隊的機率為何？
 - 若此人排在最後一個抽籤位置，他抽中陸戰隊的機率為何？
 - 此大專生希望抽中陸戰隊的機率最小，請問他應該排在第幾位抽籤？

11. 一袋子中有 3 白球 2 紅球，甲、乙二人輪流由袋中取出一球，取出後放回，遊戲規則是：誰先抽到紅色球誰就獲勝。(1)問先抽、後抽機率是否相同？(2)若此遊戲改成取出後不放回，請問先抽、後抽機率是否相同？
12. 假設有數線長為 15 單位，座標從 2 到 15， x 為此數線上任意點，求
(1) $4 < x < 10$ 的機率 (2) $x = 4$ 的機率 (3) $2 < x \leq 15$ 的機率。
13. 假設有一個圓形箭靶，半徑 100cm，紅心半徑 10cm。某人隨意朝此靶射擊，已知此人打中此靶的條件下，求他命中紅心的機率？
14. 甲乙兩人約定上午 7 點到 8 點間在某餐廳碰面，雙方約定好先到的人只需要等 15 分鐘，若另一方尚未到即可離去，試求甲乙兩人能夠碰面的機率是多少？
15. 假設數線上有兩點 A 、 B ，座標分別為 $A(0)$ 、 $B(10)$ ，在 \overline{AB} 上任取兩點 P 、 Q ，試求 \overline{AP} 的長度大於 \overline{AQ} 長度 2 倍的機率。
16. 全班有 50 位學生，第一次段考，國文有 45 位及格，英文有 35 位及格，數學有 30 位及格；國文、英文兩科不及格有 3 位，國文、數學兩科不及格有 2 位，英文、數學兩科不及格有 8 位，國文、英文、數學三科都不及格者有 1 位，請問國文、英文、數學三科都及格者有幾位？
17. 假設班上同學一共有 30 人，求至少有兩人是同月同日出生的機率是多少？
18. 設 x ， y 為二正數，試求 $P(xy > 21 | x + y = 10)$
19. 已知 $P(B) = 0.3$ ， $P(A|B) = 0.4$ ， $P(B|A) = 0.5$ ，求 $P(A)$ 等於多少？
20. 已知 $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ， $P(A \cap B^c) = \frac{1}{12}$ ， $P(A^c \cap B) = \frac{1}{2}$ ，試求：
(1) $P(A \cup B)$ (2) $P(A^c \cup B^c)$ (3) $P(A^c \cap B^c)$ (4) A 、 B 是否為互斥事件？
(5) A 、 B 是否為獨立事件？
21. 某一機器設備設計一電路系統如下圖，若每一個開關獨立運作的故障機率均為 0.03，試問此電路系統能正常運作的機率為何？



22. 已知一電路系統如下圖，若每一個開關獨立運作的可靠度為 P ，求整個系統能正常運作的機率。



23. 某大學調查其學生居住地的分佈情形，結果如下表所示：

	居住地		
	北部	中部	南部
男性	600	450	300
女性	550	400	400

- (1)請根據上述表格製作聯合機率分配表。
 (2)從此大學隨機選取一人，請問居住在北部的機率為何？
 24. 已知某年各季降雨機率如表所示，請計算下列各小題的機率。

季節	春	夏	秋	冬
降雨機率	0.4	0.3	0.2	0.3

- (1)請問該年度整年的降雨機率？
 (2)若某天下雨，請問當天所屬的季節是秋季的機率？
 (3)若某天為晴天，請問當天所屬的季節是秋季的機率？
 25. 一實驗鼠有長毛、短毛兩種，其中公鼠有四分之三是短毛，四分之一為長毛；母鼠長短毛的比例和公鼠相同。已知兩隻長毛實驗鼠的下一代必為長毛，但是兩隻短毛實驗鼠的後代有九分之七為短毛，若父母為一隻長毛一隻短毛，則五分之三的後代為短毛。現在任意取出一公一母配對，這兩隻實驗鼠生下一隻長毛鼠，其父母為一長毛一短毛的機率為何？
 26. 國內旅客搭乘飛機時需經過一個電子儀器檢查，如果有金屬物品在身上，儀器會發出聲音的機率是 0.97，但有時即使身上無金屬物品，儀器也有可能發出聲音，機率是 0.05，若已知一般旅客身上帶有金屬物品的機率是 0.3。
 (1)試問一班飛機有 150 位乘客，大約有幾人在經過儀器檢查時會發出聲音？
 (2)若某旅客經過儀器檢查時發出聲音，請問此旅客身上有金屬物品的機率是多少？
 27. 若 A 、 B 為樣本空間中的兩事件，試證明： $P(A \cap B) \geq 1 - P(A^c) - P(B^c)$
 28. 擲一公正硬幣三次，試求出現恰一個正面的機率？
 29. 假設任意取得之統一發票，其號碼之個位數字為 0,1,2,...,9 中任一數字，且這些數出現之機率均相等。今自三個不同場所，各取得一張統一發票，則三張發票號碼個位數字中
 (1)至少有一個為 0 之機率為何？
 (2)至少有一個為 0，且至少有一個為 9 之機率為何？
 30. 某家汽車出租公司，擁有 10 部進口車與 15 部國產車，但一次最多只能提供 6 部車出租。假設某人欲向此汽車出租公司租車，他以隨機選取的方式選任 6 部汽車。
 (1) 求此人選出的 6 部汽車中，恰 3 部進口車 3 部國產車的機率？
 (2) 求此人選出的 6 部汽車中，至少 3 部國產車的機率？
 31. 樂透彩券有 1-42 號共 42 個號碼，購買時每張彩券可選 6 個號碼(不重複)；開獎時由機器開出 6 個一般號碼與 1 個特別號碼(不重複)，若購買彩券所選之 6 個號碼與 6 個一般號碼相同(不論順序，其餘獎項亦然)，則中了頭獎，若所選 6 個號碼與 5 個一般號碼相同，剩下 1 個與特別號碼相同，則中了二獎；若所選 6 個號碼與 3 個一般號碼相同，則中了普獎。
 請問：
 (1)每張彩券中頭獎的機率為多少？
 (2)中二獎的機率為多少？
 (3)中普獎的機率為多少？
 (4)某一號碼(如 39 號)，被機器連續選中 3 期(包含一般號碼 6 個，與特別

- 號碼 1 個，共 7 個機會)的機率為多少？
32. 假設 A 、 B 為任意兩事件，若滿足 $P(A)+P(B)=1$ ，則我們說 A 、 B 兩事件必然為互斥事件，您認為這句話是否正確？為何？
 33. 已知： $P(A \cap B)=0.2, P(A)=0.6, P(B)=0.5$ ，求 $P(A^c \cup B^c)$ 。
 34. 假設 A 、 B 為兩獨立事件，且 $P(A \cap B)=0.1, P(A \cap B^c)=0.2$ ，求 $P((A \cup B)^c)$ 。
 35. 假設某張音樂 CD 共有 12 首歌，但你只喜歡其中二首歌。現以隨機播放的方式播放此張音樂 CD，求剛好播放到第三首歌的時候恰把兩首你喜歡的二首歌曲播完的機率？
 36. 假設 A 、 B 、 C 為三事件，且 $C \subset B \subset A, P(B) > 0$ ，試證明 $P(C|B) \geq P(C|A)$
 37. 從一副撲克牌中隨機抽取一張撲克牌，求下列三事件中至少發生一事件的機率。
事件 A ：取出的撲克牌為紅心
事件 B ：取出的撲克牌不具人像圖
事件 C ：取出的撲克牌點數可被三整除 (A 表示 1 點， J 、 Q 、 K 分別表示 11、12、13 點)
 38. 假設 A 事件表示博碩大學圖書館某本統計學被借出的事件， B 表示另一本同類型的書被借出的事件。若已知 $P(A \cup B)=0.7, P(A \cap B)=0.2$ ，且 A 、 B 為獨立事件， $P(A) > P(B)$ ，試求 $P(A), P(B)$ 。
 39. 試求下列各小題之機率。
(1) $P(B) = P(A|B) = P(C|A \cap B) = \frac{1}{2}$ ，試求 $P(A \cap B \cap C)$ 。
(2) 假設 $P(A) = P(B) = P(B|A) = \frac{1}{2}$ ，試問 A 、 B 是否獨立？
(3) 假設已知 A 、 B 為獨立事件，且 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B^c) = \frac{1}{4}$ ，試求 $P(A \cup B)$ 。
 40. 已知 A 、 B 、 C 三個事件的機率分別為： $P(A)=0.5, P(B)=0.4, P(C)=0.3$ ，且 A 與 C 為互斥事件、 A 與 B 為獨立事件， $P(B \cap C)=0.05$ 。假設 A^c, B^c, C^c 分別表示 A 、 B 、 C 的餘事件，求下列各小題的機率。
(1) $P(A^c \cup C)$ (2) $P(C^c \cup B)$ (3) $P(B^c | A)$ (4) $P(C^c | B)$
 41. 已知 $P(A|B) = \frac{1}{4}, P(A) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{1}{2}$ ，求 $P(B)$ 。
 42. 已知 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ，求 $P(A^c | B^c)$ 。
 43. 假設事件 A 與事件 B 獨立，事件 A 與事件 C 互斥，事件 B 與事件 C 獨立。若 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(C) = \frac{1}{5}$ ，求 $P(A \cup B \cup C)$ 。
 44. 已知 $P(A)=0.4, P(B)=0.6$ ，求下列各題：
(1) 若 A 、 B 為獨立事件，求 $P(A \cap B^c)$ 及 $P(A^c \cup B^c)$ 。
(2) 若 A 、 B 為互斥事件，求 $P(A \cap B^c)$ 及 $P(A^c \cup B^c)$ 。
 45. 假設 A 、 B 為獨立事件，已知 $P(A)=0.4, P(B)=0.5$ ，求這兩事件中恰好只有一事件發生的機率？

46. 一位人事經理針對公司的 400 名員工做一份研究調查，他根據員工是否抽煙及去年一年請假是否超過十天整理資料如下表所示：

請假天數	抽煙(B_1)	不抽煙(B_2)
10 天以內(A_1)	34	260
10 天以上(A_2)	78	28

假設從 400 名員工中隨機選取一人，求下列各小題之機率。

- (1) 此人沒有抽煙的機率？
 - (2) 此人請假超過十天以上的機率？
 - (3) 不抽煙與請假十天以內是否為互斥事件？
 - (4) 沒有抽煙與請假次數超過十天以上是否為獨立事件？
47. 下表為針對 A、B、C、D 四家醫院裡面護士的性別之調查表。

	A	B	C	D	總和
男(M)	0	3	15	2	20
女(W)	65	42	25	18	150
總和	65	45	40	20	170

試求下列各小題之機率。

- (1) $P(C)$ (2) $P(W)$ (3) $P(W \cap C)$ (4) $P(W \cup C)$ (5) $P(W|C)$
48. 某汽車銷售員針對不同性別的買主與喜好的汽車款式進行調查。並將調查結果整成聯合機率分配表，如下表所示：(假設性別與汽車款式為獨立事件)

款式	性 別		總和
	女(B_1)	男(B_2)	
四輪傳動(A_1)	0.12		
前輪傳動(A_2)			
總和	0.40		1.00

試求已知有一位顧客購買一輛四輪傳動汽車，試求他是男生的機率？

49. 假設某旅行社擁有 200 位員工，其中有 90 位是女性，110 位是男性。已知這家旅行社的員工中，其中有 100 位擁有導遊執照。假設性別與是否擁有執照為獨立事件，試求：
- (1) 隨機抽取一位員工，他是男性且擁有導遊執照的機率為何？
 - (2) 假設此家旅行社最近有 20 人又通過了導遊執照的考試，現隨機抽取一位員工，已知他是女性的條件下且擁有導遊執照的機率為何？
50. 博碩公司有 A、B、C 三個工廠生產汽車，已知 A 廠占總生產線的 $\frac{1}{6}$ ，其中有 20% 有問題，B 廠占總生產線的 $\frac{2}{6}$ ，其中有 10% 有問題，C 廠占總生產線的 $\frac{3}{6}$ ，其中有 5% 有問題。現在您從經銷商購得一汽車，假設 A、B、C 分別表示該車是由各該廠生產，D 表示所購得汽車為一問題車，試求下列機率。
- (1) $P(A|C^c)$ (2) $P(D|C^c)$ (3) $P(D)$ (4) $P(A|D)$ 。
51. 某保險公司將客戶區分成兩個類別，一類為高意外風險，另一類為低意外風險。根據保險公司的調查，高意外風險客戶在一年內發生意外的機率為 0.4，低意外風險客戶則為 0.2。

- (1) 假設此保險公司客戶中有 30% 的客戶屬於高意外風險，試求此保險公司一年內客戶發生意外的機率是多少？
- (2) 假設該公司某客戶在某年內發生意外，請問此客戶屬於高意外風險群的機率為何？
- (3) 若該公司另一客戶已知第二年發生意外，請問他第一年也發生意外的機率為多少？
52. 某一公司之甲、乙二股東要競選一董事席次，已知甲股東會當選之機率為 0.6，乙股東會當選之機率為 0.4，假如甲被選上，此一公司會發展一新產品之機率為 0.8，如乙被選上，此一公司會發展一新產品之機率為 0.3，那麼此公司會發展新產品的機率為多少？
53. 假設有甲、乙兩個袋子，甲袋內有 7 個白球 3 個紅球，乙袋內有 2 個白球 8 個紅球。某人從甲乙兩袋中任選一袋，假設他選中甲袋的機率為 $\frac{2}{3}$ ，選中乙袋的機率為 $\frac{1}{3}$ ，接著再從選出的袋子中隨機選取一球，已知此球的顏色是紅球，求此球分別來自甲、乙兩袋的機率為何？
54. 博碩公司的員工一年中有兩次機會可以調薪，考慮下列兩個事件：
 事件 A：小李在 1 月份會調薪
 事件 B：小李在 7 月份會調薪
 假設小李在 1 月份及 7 月份調薪的機率皆為 0.4，1 月份及 7 月份同時調薪的機率為 0.1，試求下列各小題：
- (1) 小李一年至少調薪一次的機率？
- (2) 小李在一年中僅調薪一次的機率？
- (3) 小李在本年度沒有調薪的機率？
- (4) 已知小李在本年度 1 月時已經調薪一次了，試問今年 7 月份會調薪的機率？
- (5) 已知小李在本年度 1 月時沒有調薪，試問今年 7 月份也沒有調薪的機率？
55. 假定某人欲購買一部中古車，而市場上的中古車中大約有 30% 其性能有瑕疵。今聘請一位專家協助其選車，該專家依其過去的記錄顯示，對於有瑕疵的車子，百分之九十無法逃過其眼光；另一方面對於性能原本是好的車子，其判斷正確的機率高達 80%，只有 20% 的機會會判斷錯誤。請問在下列的情況中，某人買到一部有瑕疵的車子之機率？
- (1) 聘請專家以前。
- (2) 如果專家宣稱該部車子有瑕疵。
- (3) 如果專家宣稱該部車子性能沒有問題。
56. 某工廠使用 A_1 、 A_2 、 A_3 三部機器製造某產品，已知 A_1 機器生產全部產品之 20%， A_2 生產全部產品之 30%， A_3 生產全部產品之 50%。依過去經驗知， A_1 、 A_2 、 A_3 三部機器所生產的產品不良率分別為 5%、4%、2%，試求：
- (1) 由全部產品中任意抽出一個，其為不良品的機率？
- (2) 已知其為不良品後，計算此產品來自 A_1 機器的機率？
57. 假設在飛鴿傳書寄信過程中，每 10 封信會有 1 封遺失，再假設曹操收到任何信件都會回信。在關羽寄信給曹操，但卻沒有收到曹操回信的狀況下，曹操有收到關羽的信之機率為何？
58. 已知博碩大學大一、大二、大三、大四的比率為 0.2、0.2、0.3、0.3，而此校女生大一到大四有男友的比率分別為 0.1、0.3、0.6、0.9，一位就讀

此校大一的男生迪達在舞會認識了一位女生優娜，請問：

(1)優娜沒有男友的機率？

(2)已知優娜沒有男友且她是大一的機率？

(3)若已知優娜來自大三或大四，她沒有男友的機率？

59. 有兩個袋子，第一個袋子裡面裝有兩枚五元銅板，第二個袋子裡面裝有一枚五元銅板及一枚一元銅板。假設兩個袋子被選取的機率相同，現隨機選取一個袋子再從袋中取出一枚銅板，已知取出的銅板為五元銅板，試求此銅板來自第二個袋子的機率？
60. 某廠牌的電扇使用兩個馬達驅動扇葉，此廠牌電扇的馬達 90% 來自甲供應商，10% 來自乙供應商。已知甲供應商所生產的馬達不良率為 5%，乙公司的不良率為 3%。現隨機抽取一台電扇，已知兩個馬達皆是壞的，試求這兩個馬達來自甲公司的機率為何？
61. 某公司刊登廣告招募員工，商管學院的畢業學生所寄來應徵的履歷表中有 50% 主修財管，已知若主修財管的學生將有 20% 的機會獲得面試，非財管的學生僅 10% 的機會獲得面試。只要獲得面試，將有 10% 的機會被錄取，現隨機抽取一位被錄取的畢業生，請問他不是主修財管的機率？
62. 考選擇題時，有一題目某生可能知道答案，亦可能用猜題的。假設該生知道答案的機率為 p ，猜題的機率為 $1-p$ 。假設猜對答案的機率為 $\frac{1}{m}$ (m 選一之單選題)。

已知該生答對該題，求他知道答案的機率為何？

63. 政府為因應國家財政困難，預定發行 A、B、C 三種公債，各種債券發行佔總債券發行數目的比例如下：A 公債 70%，B 公債 20%，C 公債 10%。而各種債券視其性質不同，在各區的發行情形亦不同。其發行數目如下表所示：

	院轄市	省轄市	一般鄉市鄉鎮
A 公債	50%	40%	10%
B 公債	60%	20%	20%
C 公債	90%	5%	5%

假設某一張政府公債在院轄市發行，此一公債為 A 公債的機率為何？

64. 有 999 個正常硬幣（有人頭和梅花兩面），另外有 1 個硬幣是「兩面都是人頭」。現在這 1000 個硬幣放在一個袋子，隨機抽出一個硬幣，然後連續投 10 次，結果 10 次都是人頭。請問：這個硬幣剛好是「兩面都是人頭」的機率是多少？
65. 甲、乙、丙三射手同射一靶，每人一發。假設甲、乙、丙的射擊命中率各為 α, β, γ ，其中 $\alpha < \beta < \gamma$ 。今三人對同一靶各射擊一發，此靶不被射中的機率為 $\frac{4}{15}$ ，此靶恰

被射中一發的機率為 $\frac{7}{15}$ ，恰被射中二發的機率為 $\frac{7}{30}$ ，假設個人命中靶面的事件為獨立事件，試求 α, β, γ 的值。

66. 某出租汽車管理員清點公司內部全部的汽車資料，針對公司的汽車車齡與製造地點(國產或進口)進行整理，如下表所示：

製造地	車齡（年）				總和
	0-2	3-5	6-10	10 以上	
進口車	40	35	20	5	100
國產車	35	45	15	5	100
總和	75	80	35	10	200

試求下列各小題。

(1)車齡超過五年的機率為何？

(2)隨機選取一輛汽車，求此輛汽車車齡小於三年或是進口車的機率？

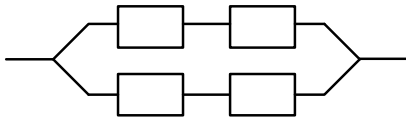
(3)隨機選取一輛汽車，已知此輛汽車是進口車，求它的車齡超過兩年的機率？

(4)隨機選取一輛汽車，已知此輛汽車車齡超過兩年，求它不是進口車的機率？

67. 觀察下列系統，每個元件彼此獨立

(1)假設每個元件的可靠度為 0.9，求整個系統的可靠度。

(2)若希望整個系統的可靠度達到 0.99，試求每個元件的可靠度必須至少多少以上？（假設每個元件可靠度相同）



68. 某人到學校有甲、乙兩條路線可供選擇，早上定時從家裡出發，走甲路線有 $\frac{1}{10}$ 的

機率會遲到，走乙路線則有 $\frac{1}{5}$ 的機率會遲到。無論走哪一條路線，只要不遲到，

下次就走同一條路線，否則就換另一條路線。假設他第一天走甲路線，則第三天也走甲路線的機率為何？