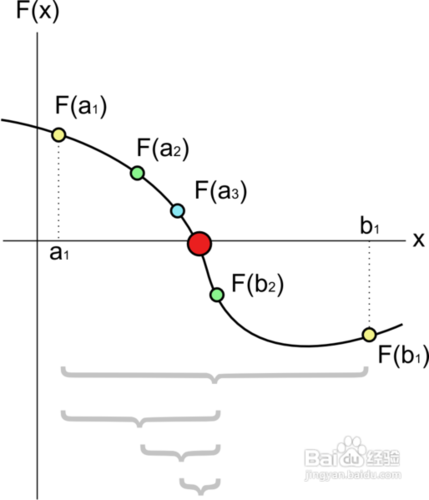
用二分法求方程的近似解的方法

二分法，又称分半法，是一种方程式根的近似值求法。对于区间[a,b]上连续不断且f(a) ·f(b)<0的函数y=f(x)，通过不断地把函数f(x)的零点所在的区间一分为二，使区间的两个端点逐步逼近零点，进而得到零点近似值的方法叫做二分法(bisection)。



工具/原料

* 介值定理

方法/步骤

如果要求已知函数 f(x) = 0 的根 (x 的解)，那么

1. 先要找出一个区间 [a, b]，使得f(a)与f(b)异号。
2. 根据介值定理，这个区间内一定包含着方程式的根。
3. 求该区间的中点m=(a+b)/2，并找出 f(m) 的值。
4. 若 f(m) 与 f(a) 正负号相同，则取 [m, b] 为新的区间, 否则取 [a, m]。
5. 重复第3步和第4步，直到得到理想的精确度为止。

END

注意事项

* 定区间，找中点，中值计算两边看。
* 同号去，异号算，零点落在异号间。
* 周而复始怎么办?？精确度上来判断。

## 牛顿迭代公式

## 牛顿[迭代法](http://baike.baidu.com/view/649495.htm)（Newton's method）又称为牛顿-拉夫逊（拉弗森）方法（Newton-Raphson method），它是[牛顿](http://baike.baidu.com/view/1511.htm)在17世纪提出的一种在[实数](http://baike.baidu.com/view/14749.htm)域和[复数](http://baike.baidu.com/view/10078.htm)域上近似求解方程的方法。多数方程不存在求根公式，因此求精确根非常困难，甚至不可能，从而寻找方程的近似根就显得特别重要。方法使用函数f(x)的[泰勒级数](http://baike.baidu.com/view/400903.htm)的前面几项来寻找方程f(x) = 0的根。[牛顿迭代法](http://baike.baidu.com/view/643093.htm)是求方程根的重要方法之一，其最大优点是在方程f(x) = 0的单根附近具有平方收敛，而且该法还可以用来求方程的重根、复根，此时线性收敛，但是可通过一些方法变成超线性收敛。另外该方法广泛用于计算机编程中。

[编辑](javascript:;)

设r是

http://d.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D59/sign=5082ab3058afa40f38c6ced4aa6459d9/eaf81a4c510fd9f9f458496b272dd42a2834a460.jpg

的根，选取

http://g.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D15/sign=802826810d2442a7aa0ef9a0d04342de/6a63f6246b600c33993dc2ca184c510fd9f9a16f.jpg

作为r的初始近似值，过点

http://b.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D71/sign=f2cbaa33a38b87d65442a91e0608b5bb/ac345982b2b7d0a24d231c9fc9ef76094a369acd.jpg

做曲线

http://h.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D59/sign=a638fa186259252da7171d0d359bf9a9/810a19d8bc3eb1354c3bafb9a41ea8d3fd1f4437.jpg

的切线L，L的方程为

http://a.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D180/sign=bb2a367e530fd9f9a4175161152cd42b/00e93901213fb80e2b3e78d534d12f2eb83894c0.jpg

，求出L与x轴交点的横坐标

http://d.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D113/sign=4759ab76e9f81a4c2232e8c8e42b6029/adaf2edda3cc7cd9c67a2ddb3b01213fb80e9158.jpg

，称x1为r的一次近似值。过点

http://g.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D71/sign=43308263f1deb48fff69a3dff11f38a8/c995d143ad4bd113cd3aaf3058afa40f4bfb0538.jpg

做曲线

http://h.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D59/sign=a638fa186259252da7171d0d359bf9a9/810a19d8bc3eb1354c3bafb9a41ea8d3fd1f4437.jpg

的切线，并求该切线与x轴交点的横坐标

http://c.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D113/sign=265ea26696eef01f49141cc4d3ff99e0/71cf3bc79f3df8dc43d19493cf11728b461028c7.jpg

，称

http://g.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D15/sign=4e7e68110bf79052eb1f433b0df3edbc/5d6034a85edf8db1a5c967660b23dd54574e74c8.jpg

为r的二次近似值。重复以上过程，得r的近似值序列，其中，

http://a.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D129/sign=763132a7087b020808c93be35bd9f25f/6a63f6246b600c339f73c4ca184c510fd9f9a1ad.jpg

称为r的

http://g.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D33/sign=670fbe609a22720e7fcee4f97acbeb58/5d6034a85edf8db1a5eb67660b23dd54574e74ee.jpg

次近似值，上式称为**牛顿**[**迭代**](http://baike.baidu.com/view/461623.htm)**公式**。

用牛顿迭代法解非线性方程，是把非线性方程

http://d.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D59/sign=5082ab3058afa40f38c6ced4aa6459d9/eaf81a4c510fd9f9f458496b272dd42a2834a460.jpg

线性化的一种近似方法。把

http://h.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D32/sign=a646f8186259252da7171b06359bf9a2/bd3eb13533fa828bd9a187e1ff1f4134970a5a35.jpg

在点

http://g.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D15/sign=802826810d2442a7aa0ef9a0d04342de/6a63f6246b600c33993dc2ca184c510fd9f9a16f.jpg

的某邻域内展开成泰勒级数

http://d.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D559/sign=b957953d49fbfbedd859367a41f1f78e/8601a18b87d6277f7dd7363a2a381f30e824fcef.jpg

，取其线性部分（即泰勒展开的前两项），并令其等于0，即

http://a.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D181/sign=a24d511560d0f703e2b291d439fb5148/37d3d539b6003af312d9db62372ac65c1038b654.jpg

，以此作为非线性方程

http://d.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D59/sign=5082ab3058afa40f38c6ced4aa6459d9/eaf81a4c510fd9f9f458496b272dd42a2834a460.jpg

的近似方程，若

http://g.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D71/sign=8134fa0f72cf3bc7ec00cfedd1006a1d/060828381f30e9245ea49a334e086e061d95f7b4.jpg

，则其解为

http://d.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D113/sign=4759ab76e9f81a4c2232e8c8e42b6029/adaf2edda3cc7cd9c67a2ddb3b01213fb80e9158.jpg

， 这样，得到牛顿迭代法的一个迭代关系式：

http://a.hiphotos.baidu.com/baike/s%3D129/sign=763132a7087b020808c93be35bd9f25f/6a63f6246b600c339f73c4ca184c510fd9f9a1ad.jpg

。

已经证明，如果是连续的，并且待求的零点是孤立的，那么在零点周围存在一个区域，只要初始值位于这个邻近区域内，那么牛顿法必定收敛。 并且，如果不为0, 那么牛顿法将具有平方收敛的性能. 粗略的说，这意味着每迭代一次，牛顿法结果的有效数字将增加一倍。[1]

军人在进攻时常采用交替掩护进攻的方式，若在[数轴](http://baike.baidu.com/view/565036.htm)上的点表示A，B两人的位置，规定在前面的数大于后面的数，则是A>B，B>A交替出现。但现在假设军中有一个胆小鬼，同时大家又都很照顾他，每次冲锋都是让他跟在后面，每当前面的人占据一个新的位置，就把位置交给他，然后其他人再往前占领新的位置。也就是A始终在B的前面，A向前迈进，B跟上，A把自己的位置交给B（即执行B = A），然后A 再前进占领新的位置，B再跟上，直到占领所有的阵地，前进结束。像这种两个数一前一后逐步向某个位置逼近的方法称为迭代法。

迭代法也称辗转法，是一种不断用变量的旧值递推新值的过程，跟迭代法相对应的是直接法（或者称为一次解法），即一次性解决问题。迭代算法是用计算机解决问题的一种基本方法。它利用计算机运算速度快、适合做重复性操作的特点，让计算机对一组指令（或一定步骤）重复执行，在每次执行这组指令（或这些步骤）时，都从变量的原值推出它的一个新值。

利用迭代算法解决问题，需要做好以下三个方面的工作：

一、确定迭代变量

在可以用迭代算法解决的问题中，至少存在一个可直接或间接地不断由旧值递推出新值的变量，这个变量就是迭代变量。

二、建立迭代关系式

所谓迭代关系式，指如何从变量的前一个值推出其下一个值的公式（或关系）。迭代关系式的建立是解决迭代问题的关键，通常可以使用递推或倒推的方法来完成。

三、对迭代过程进行控制

在什么时候结束迭代过程？这是编写迭代程序必须考虑的问题。不能让迭代过程无休止地执行下去。迭代过程的控制通常可分为两种情况：一种是所需的迭代次数是个确定的值，可以计算出来；另一种是所需的迭代次数无法确定。对于前一种情况，可以构建一个固定次数的循环来实现对迭代过程的控制；对于后一种情况，需要进一步分析得出可用来结束迭代过程的条件。