

一个简单的汇报

陆嵩

中国科学院数学与系统科学研究院
计算数学与科学与工程计算研究所
科学与工程计算国家重点实验室



2019 年 7 月

主要内容

1 随机变量

2 第二部分

3 第三部分

概率论中的三个组成部分:

- 样本空间 Ω
- 事件域 \mathcal{F}
- 概率 P

- 样本空间 Ω : 一个随机试验所有可能出现的结果的全体, 称为随机事件的样本空间。
- 样本点 ξ_k : 试验的一个结果。 $\Omega = \{\xi_k\}$
- 随机事件 A : 样本空间中的某个子集称为随机事件, 简称事件 (事件是集合)。
- 事件域 \mathcal{F} : 样本空间中的某些子集构成的满足如下条件的集合, 称为事件域 (又称 σ -域)。
 - (1) $\Omega \in \mathcal{F}$
 - (2) 若 $A \in \mathcal{F}$, 则 A 的补 $\bar{A} \in \mathcal{F}$
 - (3) 若 $A_n \in \mathcal{F}$, 则 $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$

事件域中的元素就是随机事件。如果这些事件的随机性能够由定义在 \mathcal{F} 上的具有非负性,归一性和可列加性的实函数 $P(A)$ 来确定,则称 P 是定义在二元组 (Ω, \mathcal{F}) 上的概率,而称 $P(A)$ 为事件 A 的概率。

(1) 非负性。 $P(A) \geq 0$

(2) 归一性。 $P(\mathcal{F}) = 1$

(3) 可列加性。 A_1, A_2, \dots, A_n 互不相容, 则

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

Definition

设 (Ω, \mathcal{F}, P) 是一概率空间, $x(\xi) | \xi \in \Omega$ 是定义在 Ω 上的单值实函数, 如果对任一实数 x , 集合 $\{x(\xi) \leq x\} \in \mathcal{F}$, 则称 $x(\xi)$ 为 (Ω, \mathcal{F}, P) 上的一个**随机变量**。

随机变量 $x(\xi)$ 的定义域为样本空间 Ω , 它的值域是实数 \mathbb{R} 。所有随机变量 $x(\xi)$ 实际上是一个映射, 这个映射为每个来自概率空间的结果 ξ 赋予一个实数 x 。这种映射必须满足条件:

- (1) 对任一 x , 集合 $\{x(\xi) \leq x\}$ 是这个概率空间中的一个事件, 并有确定的概率 $P\{x(\xi) \leq x\}$;
- (2) $P\{x(\xi) = \infty\} = 0, P\{x(\xi) = -\infty\} = 0$

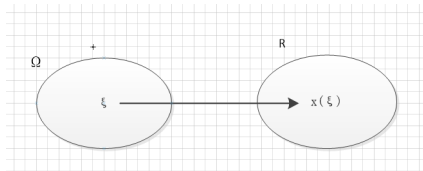
Example

抛硬币试验中, H 表示正面, T 表示反面, 样本空间 $\Omega = \{H, T\}$, H 与 T 不是数量, 不便于计算及理论的研究, 因而引入以下变量 ξ ,

$$x = x(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi = T \\ 1, & \xi = H \end{cases}$$

Definition

设随机试验 E 的样本空间是 $\Omega = \{\xi\}$, 若对于每一个 $\xi \in \Omega$, 有一个实数 $x(\xi)$ 与之对应, 即 $x(\xi)$ 是定义在 Ω 上的单值函数, 称为随机变量。



- 可用随机变量 $x(\xi)$ 描述事件。

例掷一颗骰子 (色子), 设出现的点数记为随机事件 A , 表示“掷出的点数大于 3”的事件 A , 可表示为 “ $x(\xi) > 3$ ”。反过来, A 的一个变化范围表示一个随机事件: “ $2 < x(\xi) < 5$ ” 表示事件 “掷出的点数大于 2 且小于 5”。

- 随机变量随着试验的结果而取不同的值, 在试验之前不能确切知道它取什么值, 但是随机变量的取值有一定的统计规律性—概率分布。

关于随机变量(及向量)的研究,是概率论的中心内容. 这是因为,对于一个随机试验,我们所关心的往往是与所研究的特定问题有关的某个或某些量,而这些量就是随机变量.

也可以说:**随机事件**是从静态的观点来研究随机现象,而**随机变量**则是一种动态的观点,一如数学分析中的常量与变量的区分那样. 变量概念是高等数学有别于初等数学的基础概念. 同样,概率论能从计算一些孤立事件的概念发展为一个更高的理论体系,其基础概念是随机变量.

一些内容

一些内容

一些内容

一些内容

欢迎批评指正！