



粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

粗糙集简介

作者 黄正华

武汉大学 数学与统计学院

March 9, 2014



目录

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

① 什么是粗糙集

② 粗糙集应用举例

③ 粗糙集软件

④ 变精度粗糙集

⑤ 参考文献



What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 几个符号:

U 有限论域, $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

R 等价关系(满足自反、对称和传递性).

$[x]_R$ 等价类, $[x]_R = \{y \in U \mid (x, y) \in R\}$.

U/R 等价关系 R 划分论域 U , 所得等价类的集合.



What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 几个符号:

U 有限论域, $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

R 等价关系(满足自反、对称和传递性).

$[x]_R$ 等价类, $[x]_R = \{y \in U \mid (x, y) \in R\}$.

U/R 等价关系 R 划分论域 U , 所得等价类的集合.

- 问题:

Question

给定 $X \subseteq U$, 如何用等价类

$$[x_{i_1}]_R, [x_{i_2}]_R, \dots, [x_{i_k}]_R$$

描述表达 X ?



What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 给定论域 U ;
- 用一个等价关系将 U 进行划分;
- 给定目标集合 X ;
- X 的下近似 $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$.
- X 的边界域.





What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

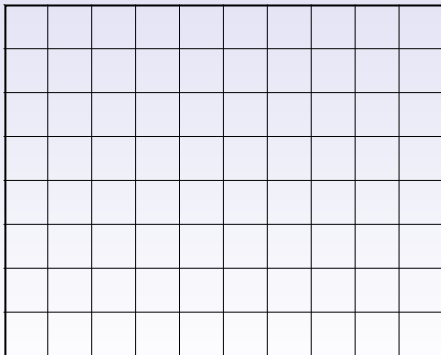
应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 给定论域 U ;
- 用一个等价关系将 U 进行划分;
- 给定目标集合 X ;
- X 的下近似 $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$.
- X 的边界域.





What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

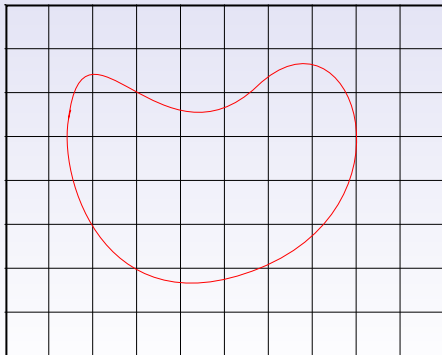
应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 给定论域 U ;
- 用一个等价关系将 U 进行划分;
- 给定目标集合 X ;
- X 的下近似 $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$.
- X 的边界域.



集合 X 的边界



What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

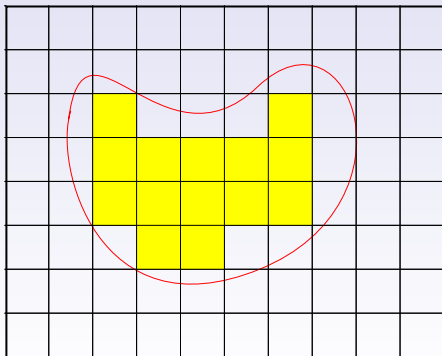
应用举例


粗糙集软件


变精度粗糙集

参考文献

- 给定论域 U ;
- 用一个等价关系将 U 进行划分;
- 给定目标集合 X ;
- X 的下近似 $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$.
- X 的边界域.



 集合 X 的边界

 X 的下近似(正域)



What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

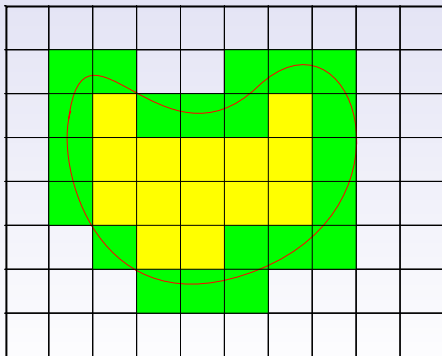
应用举例


粗糙集软件


变精度粗糙集


参考文献

- 给定论域 U ;
- 用一个等价关系将 U 进行划分;
- 给定目标集合 X ;
- X 的下近似 $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$.
- X 的边界域.



 集合 X 的边界

 X 的下近似(正域)

 X 的上下近似之差(边界域)



粗糙集的定义

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

给定 $X \subseteq U$, 要用 U/R 中的元素来描述、表达 X , 不一定能精确地进行. 但常常可以用关于 X 的一对下近似、上近似来界定 X , 这导致粗糙集概念的产生.



粗糙集的定义

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

给定 $X \subseteq U$, 要用 U/R 中的元素来描述、表达 X , 不一定能精确地进行. 但常常可以用关于 X 的一对下近似、上近似来界定 X , 这导致粗糙集概念的产生.

定义 (PAWLAK(1982)^[2])

设 R 是论域 U 上的等价关系, 对集合 $X \subseteq U$, 偶对 $(\underline{R}X, \overline{R}X)$ 称为 X 在近似空间 (U, R) 上的一个粗糙近似, 其中

$$\begin{aligned}\underline{R}X &= \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}, \\ \overline{R}X &= \{x \in U \mid [x]_R \cap X \neq \emptyset\}.\end{aligned}\tag{1}$$

$\underline{R}X$ 、 $\overline{R}X$ 分别称为 X 的 R 下近似和 R 上近似.



一个决策表的例子

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

(a) 医疗信息决策表

论域	条 件 属 性			决策属性
病人	头痛	肌肉痛	体温	流感
e_1	是	是	正常	否
e_2	是	是	高	是
e_3	是	是	很高	是
e_4	否	是	正常	否
e_5	否	否	高	否
e_6	否	是	很高	是
e_7	否	否	高	是
e_8	否	是	很高	否



一个决策表的例子

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

(a) 医疗信息决策表

论域	条 件 属 性			决策属性
病人	头痛	肌肉痛	体温	流感
e_1	是	是	正常	否
e_2	是	是	高	是
e_3	是	是	很高	是
e_4	否	是	正常	否
e_5	否	否	高	否
e_6	否	是	很高	是
e_7	否	否	高	是
e_8	否	是	很高	否

(b) 数字化表达的决策表

U	C			D
	a	b	c	d
1	1	1	1	0
2	1	1	2	1
3	1	1	3	1
4	0	1	1	0
5	0	0	2	0
6	0	1	3	1
7	0	0	2	1
8	0	1	3	0



决策表条件属性的区分矩阵

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

决策表的区分矩阵如下表所示(由于对称性只给出了其下三角部分).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2	c							
3	c	c						
4	a	a, c	a					
5	a, b, c	a, b	a, b, c	b, c				
6	a, c	a, c	a, c	c	b, c			
7	a, b, c	a, b	a, b, c	b, c		b, c		
8	a, c	a, c	a, c	c	b, c		b, c	

容易得到条件属性约简为 $\{a, c\}$.



条件属性的约简

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

通过属性约简, 决策表简化为如下的形式:

表: 约简的决策表

U	C		D
	a	c	d
1	1	1	0
2	1	2	1
3	1	3	1
4	0	1	0
5	0	2	0
6	0	3	1
7	0	2	1
8	0	3	0

由表知, $D/\{d\} = \{\{1, 4, 5, 8\}, \{2, 3, 6, 7\}\};$
 $U/\{a, c\} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5, 7\}, \{6, 8\}\}.$



决策规则

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

记 $D_0 = \{1, 4, 5, 8\}$, $D_1 = \{2, 3, 6, 7\}$, 则 $\underline{R}D_0 = \{1, 4\}$, $\underline{R}D_1 = \{2, 3\}$. 进而得到确定的决策规则:

$$r_1 : (a, 1) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (2)$$

$$r_2 : (a, 0) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (3)$$

$$r_3 : (a, 1) \wedge (c, 3) \mapsto (d, 1); \quad (4)$$

$$r_4 : (a, 1) \wedge (c, 2) \mapsto (d, 1). \quad (5)$$



决策规则

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

记 $D_0 = \{1, 4, 5, 8\}$, $D_1 = \{2, 3, 6, 7\}$, 则 $\underline{R}D_0 = \{1, 4\}$, $\underline{R}D_1 = \{2, 3\}$. 进而得到确定的决策规则:

$$r_1 : (a, 1) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (2)$$

$$r_2 : (a, 0) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (3)$$

$$r_3 : (a, 1) \wedge (c, 3) \mapsto (d, 1); \quad (4)$$

$$r_4 : (a, 1) \wedge (c, 2) \mapsto (d, 1). \quad (5)$$

这样就从无序庞杂的信息中得到为人们提供参考的决策规则:

$$(\text{头痛, 是}) \wedge (\text{体温, 正常}) \mapsto (\text{流感, 否}); \quad (6)$$

$$(\text{头痛, 否}) \wedge (\text{体温, 正常}) \mapsto (\text{流感, 否}); \quad (7)$$

$$(\text{头痛, 是}) \wedge (\text{体温, 很高}) \mapsto (\text{流感, 是}); \quad (8)$$

$$(\text{头痛, 是}) \wedge (\text{体温, 高}) \mapsto (\text{流感, 是}). \quad (9)$$



应用软件

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

粗糙集软件:

- ROSE2
(Rough Sets Data Explorer: <http://idss.cs.put.poznan.pl>);
- RSES2
(Rough Set Exploration System: <http://logic.mimuw.edu.pl>);
- RS-SYSTEMS
(<http://www.rs-systems.com/>).



变精度方法简介

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

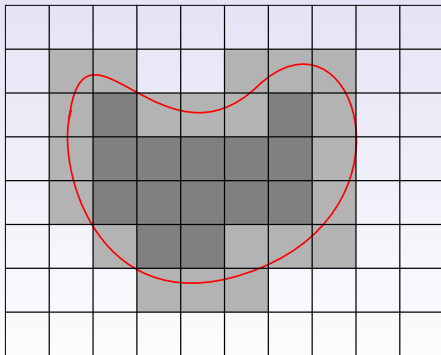
应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 这是经典粗糙集图示;
- 图中的色块包含有大量的有用信息, 变精度的思想就是调整集合的包含程度, 从而使该色块也纳入到下近似集;
- 假设分类正确率 $\beta = 0.8$, 则图中的色块都纳入到下近似集.



集合 X 的边界



X 的下近似(正域)



X 的上下近似之差(边界域)



变精度方法简介

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

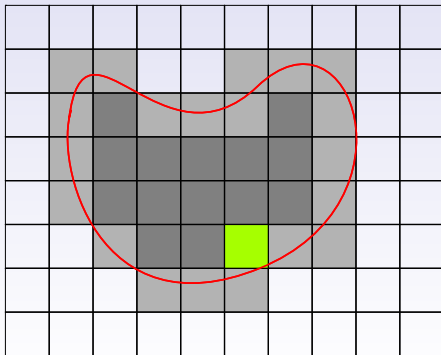
应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 这是经典粗糙集图示;
- 图中的色块包含有大量的有用信息, 变精度的思想就是调整集合的包含程度, 从而使该色块也纳入到下近似集;
- 假设分类正确率 $\beta = 0.8$, 则图中的色块都纳入到下近似集.



集合 X 的边界



X 的下近似(正域)



X 的上下近似之差(边界域)



变精度方法简介

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

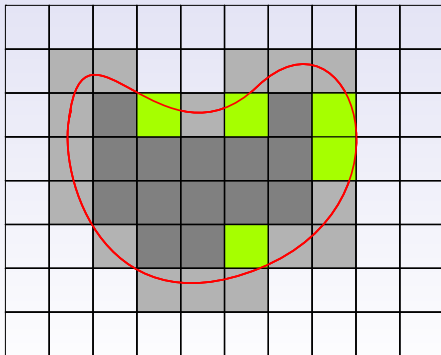
应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

- 这是经典粗糙集图示;
- 图中的色块包含有大量的有用信息, 变精度的思想就是调整集合的包含程度, 从而使该色块也纳入到下近似集;
- 假设分类正确率 $\beta = 0.8$, 则图中的色块都纳入到下近似集.



集合 X 的边界



X 的下近似(正域)



X 的上下近似之差(边界域)



变精度粗糙集定义

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

定义 (ZIARKO (1993)^[3])

设 X 是有限论域 U 的非空子集. 对 $\beta \in (0.5, 1]$, 定义 X 的 β -下近似、 β -上近似分别为

$$\underline{R}_\beta(X) = \bigcup \left\{ X_i \in U/R \mid X_i \overset{\beta}{\subseteq} X \right\}, \quad (10)$$

$$\overline{R}_\beta(X) = \bigcup \left\{ X_i \in U/R \mid X_i \overset{1-\beta}{\subset} X \right\}. \quad (11)$$



β -上近似集图示

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

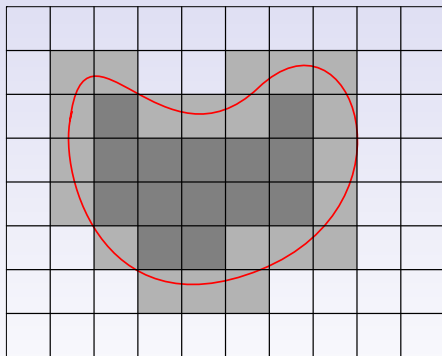
粗糙集软件


变精度粗糙集


参考文献


$$\beta\text{-上近似: } \overline{R}_\beta(X) = \bigcup \left\{ X_i \in U/R \mid X_i^{1-\beta} \subset X \right\}.$$

假定 $1 - \beta = 0.2$, 则图中的色块不再属于上近似集.



 集合 X 的边界

 X 的下近似(正域)

 X 的上下近似之差(边界域)



β -上近似集图示

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

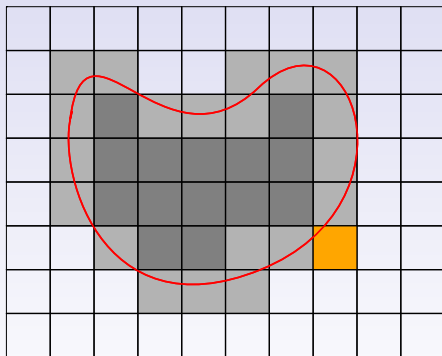
粗糙集软件

变精度粗糙集


参考文献


$$\beta\text{-上近似: } \overline{R}_\beta(X) = \bigcup \left\{ X_i \in U/R \mid X_i \overset{1-\beta}{\subset} X \right\}.$$

假定 $1 - \beta = 0.2$, 则图中的色块不再属于上近似集.



 集合 X 的边界

 X 的下近似(正域)

 X 的上下近似之差(边界域)



β -上近似集图示

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

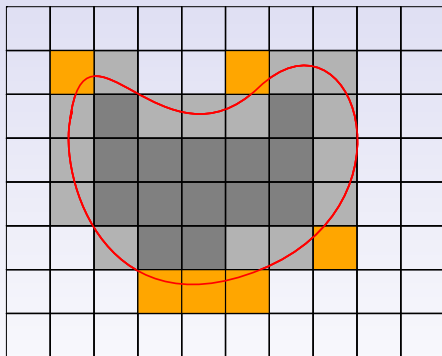
粗糙集软件

变精度粗糙集


参考文献


$$\beta\text{-上近似: } \overline{R}_\beta(X) = \bigcup \left\{ X_i \in U/R \mid X_i \overset{1-\beta}{\subset} X \right\}.$$

假定 $1 - \beta = 0.2$, 则图中的色块不再属于上近似集.



 集合 X 的边界

 X 的下近似(正域)

 X 的上下近似之差(边界域)



变精度粗糙集图示

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

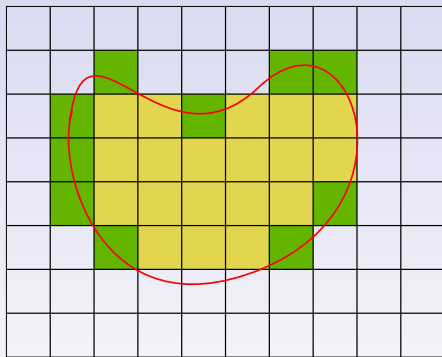
应用举例


粗糙集软件


变精度粗糙集


参考文献

假设分类正确率 $\beta = 0.8$.



 集合 X 的边界

 X 的 β -下近似

 X 的 β -边界域

可以看到变精度方法使得下近似集增大、上近似集减小，从而使集合描述的精度增大。



变精度粗糙集的拓展定义

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

定义 (KATZBERG & ZIARKO (1996)^[4])

任给集合 $X \in U$ 和属性集 R , 对 $0 \leq l < u \leq 1$, 集合 X 的 l -下近似、 u -上近似分别定义为

$$\underline{R}_u(X) = \bigcup \left\{ X_i \in U/R \mid X_i \overset{u}{\subseteq} X \right\}, \quad (12)$$

$$\overline{R}_l(X) = \bigcup \left\{ X_i \in U/R \mid X_i \overset{l}{\supset} X \right\}. \quad (13)$$



参考文献

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献



张文修, 吴伟志, 梁吉业, 李德玉.

粗糙集理论与方法.

科学出版社, 北京, 2001.



Z. Pawlak.

Rough sets.

International Journal of Computer Information Science, 5:341–356,
1982.



W. Ziarko.

Variable precision rough set model.

Journal of Computer and System Sciences, 46:39–59, 1993.



J. D. Katzberg and W. Ziarko.

Variable precision extension of rough sets.

Fundamenta Informaticae, 27:155–168, 1996.



粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

粗糙集软件

变精度粗糙集

参考文献

Thank you!

AUTHOR: HUANG Zheng-hua

ADDRESS: School of Mathematics & Statistics
Wuhan University
Wuhan, 430072, China

EMAIL: huangzh@whu.edu.cn