

## Taller para el segundo parcial de estadística básica

11. Una compañía de fondos de inversión mutua ofrece a sus clientes varios fondos diferentes: un fondo de mercado de dinero, tres fondos de bonos (a corto, intermedio y a largo plazos), dos fondos de acciones (de moderado y alto riesgo) y un fondo balanceado. Entre los clientes que poseen acciones en un solo fondo, los porcentajes de clientes en los diferentes fondos son como sigue:

Mercado de dinero 20% Acciones de alto riesgo 18%  
Bonos a corto plazo 15% Acciones de riesgo  
Bonos a plazo moderado 25% intermedio 10% Balanceadas 7%  
Bonos a largo plazo 5%

Se selecciona al azar un cliente que posee acciones en sólo un fondo.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo seleccionado posea acciones en el fondo balanceado?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo posea acciones en un fondo de bonos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo seleccionado no posea acciones en un fondo de acciones?

12 Considere seleccionar al azar un estudiante en cierta universidad y que A denote el evento en que el individuo seleccionado tenga una tarjeta de crédito Visa y que B sea el evento análogo para la tarjeta MasterCard. Suponga que  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.4$  y  $P(A \cap B) = 0.25$ .

- Calcule la probabilidad de que el individuo seleccionado tenga por lo menos uno de los dos tipos de tarjetas (es decir, la probabilidad del evento  $A \cup B$ ).
- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo seleccionado no tenga ningún tipo de tarjeta?
- Describa, en función de A y B, el evento de que el estudiante seleccionado tenga una tarjeta Visa pero no una MasterCard y luego calcule la probabilidad de este evento.

(47) Calcule e interprete cada una de las siguientes probabilidades (un diagrama de Venn podría ayudar).

- $P(B|A)$
- $P(\bar{B}|A)$
- $P(A|B)$
- $P(\bar{A}|B)$
- Dado que el individuo seleccionado tiene por lo menos una tarjeta, ¿cuál es la probabilidad de que él o ella tenga una tarjeta Visa?

14. Una compañía de electricidad ofrece una tarifa de consumo mínimo a cualquier usuario cuyo consumo de electricidad sea de menos de 240 kWh durante un mes particular. Si A denota el evento en que un usuario seleccionado al azar en una cierta comunidad no excede el consumo mínimo durante enero y B el evento análogo para el mes de julio (A y B se refieren al mismo usuario. Suponga  $P(A) = 0.8$ ,  $P(B) = 0.7$  y  $P(A \cap B) = 0.9$ . Calcule lo siguiente:

- $P(A \cap B)$ .
- La probabilidad de que el consumo mínimo sea sobrepasado en exactamente uno de los dos meses. Describa este evento en función de A y B.

15. Considere el tipo de secadora de ropa (de gas o eléctrica) adquirida por cada uno de cinco clientes diferentes en cierta tienda.

a. Si la probabilidad de que a lo sumo uno de éstos adquiriera una secadora eléctrica es 0.428, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos dos adquieran una secadora eléctrica?

b. Si  $P(\text{los cinco compran una secadora de gas}) = 0.116$  y  $P(\text{los cinco compran una secadora eléctrica}) = 0.005$ ,

¿cuál es la probabilidad de que por lo menos se adquiriera una secadora de cada tipo?

17. Que A denote el evento en que la siguiente solicitud de asesoría de un consultor de “software” estadístico tenga que ver con el paquete SPSS y que B denote el evento en que la siguiente solicitud de ayuda tiene que ver con SAS. Suponga que  $P(A) = 0.30$  y  $P(B) = 0.50$ .

a. ¿Por qué no es el caso en que  $P(A) + P(B) = 1$ ?

b. Calcule  $P(\bar{A})$ .

c. Calcule  $P(A \cup B)$ .

d. Calcule  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

18. Una caja contiene cuatro focos de 40 W, cinco de 60 W y seis de 75 W. Si los focos se eligen uno por uno en orden aleatorio, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos dos focos deban ser seleccionados para obtener uno de 75 W?

19. La inspección visual humana de uniones soldadas en un circuito impreso puede ser muy subjetiva. Una parte del problema se deriva de los numerosos tipos de defectos de soldadura e incluso el grado al cual una unión posee uno o más de estos defectos. Por consiguiente, incluso inspectores altamente entrenados pueden discrepar en cuanto a la disposición particular de una unión particular. En un lote de 10 000 uniones, el inspector A encontró 724 defectuosas, el inspector B, 751 y 1159 de las uniones fueron consideradas defectuosas por cuando menos uno de los inspectores. Suponga que se selecciona una de las 10 000 uniones al azar.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que la unión seleccionada no sea juzgada defectuosa por ninguno de los dos inspectores?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que la unión seleccionada sea juzgada defectuosa por el inspector B pero no por inspector A?

**21** Una compañía de seguros ofrece cuatro diferentes niveles de deducible, ninguno, bajo, medio y alto, para sus tenedores de pólizas de propietario de casa y tres diferentes niveles, bajo, medio y alto, para sus tenedores de pólizas de automóviles. La tabla adjunta da proporciones de las varias categorías de tenedores de pólizas que tienen ambos tipos de seguro. Por ejemplo, la proporción de individuos con deducible bajo de casa como deducible bajo de carro es 0.06 (6% de todos los individuos).

Propietario de casa				
Auto	N	B	M	A
B	0.04	0.06	0.05	0.03
M	0.07	0.10	0.20	0.10
A	0.02	0.03	0.15	0.15

Suponga que se elige al azar un individuo que posee ambos tipos de pólizas.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo tenga un deducible de auto medio y un deducible de casa alto?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo tenga un deducible de casa bajo y un deducible de auto bajo?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo se encuentre en la misma categoría de deducibles de casa y auto?
- Basado en su respuesta en el inciso c), ¿cuál es la probabilidad de que las dos categorías sean diferentes?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo tenga por lo menos un nivel deducible bajo?
- Utilizando la respuesta del inciso e), ¿cuál es la probabilidad de que ningún nivel deducible sea bajo?

1. Con fecha de abril de 2006, aproximadamente 50 millones de nombres de dominio web.com fueron registrados (p. ej., yahoo.com).

a. ¿Cuántos nombres de dominio compuestos de exactamente dos letras pueden ser formados? ¿Cuántos nombres de dominio de dos letras existen si como caracteres se permiten dígitos y números? [Nota: Una longitud de carácter de tres o más ahora es obligatoria.] Rta/ 676; 1296

b. ¿Cuántos nombres de dominio existen compuestos de tres letras en secuencia? ¿Cuántos de esta longitud existen si se permiten letras o dígitos? [Nota: En la actualidad todos están utilizados.] Rta(17576; 46 656)

c. Responda las preguntas hechas en b) para secuencias de cuatro caracteres. Rta(456976;1679616)

d. Con fecha de abril de 2006, 97 786 de las secuencias de cuatro caracteres utilizando letras o dígitos aún no habían sido reclamadas. Si se elige un nombre de cuatro caracteres al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ya tenga dueño? Rta(0.942)

2. a. Beethoven escribió 9 sinfonías y Mozart 27 conciertos para piano. Si el locutor de una estación de radio de una universidad desea tocar primero una sinfonía de Beethoven y luego un concierto de Mozart, ¿de cuántas maneras puede hacerlo? Rta (243)

b. El gerente de la estación decide que en cada noche sucesiva (7 días a la semana), se tocará una sinfonía de Beethoven, seguida por un concierto para piano de Mozart, seguido por un cuarteto de cuerdas de Schubert (de los cuales existen

15). ¿Durante aproximadamente cuántos años se podría continuar con esta política antes de que exactamente el mismo programa se repitiera? Rta(364 días)

**3.** Una tienda de equipos de sonido está ofreciendo un precio especial en un juego completo de componentes (receptor, reproductor de discos compactos, altavoces, casetera). Al comprador se le ofrece una opción de fabricante por cada componente.

Receptor: Kenwood, Onkyo, Pioneer, Sony, Sherwood

Reproductor de discos compactos: Onkyo, Pioneer, Sony, Technics

Altavoces: Boston, Infinity, Polk

Casetera: Onkyo, Sony, Teac, Technics

Un tablero de distribución en la tienda permite al cliente conectar cualquier selección de componentes (compuesta de uno de cada tipo). Use las reglas de producto para responder las siguientes preguntas.

- a. ¿De cuántas maneras puede ser seleccionado un componente de cada tipo?
- b. ¿De cuántas maneras pueden ser seleccionados los componentes si tanto el receptor como el reproductor de discos compactos tienen que ser Sony?
- c. ¿De cuántas maneras pueden ser seleccionados los componentes si ninguno tiene que ser Sony?
- d. ¿De cuántas maneras se puede hacer una selección si por lo menos se tiene que incluir un componente Sony?
- e. Si alguien mueve los interruptores en el tablero de distribución completamente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema seleccionado contenga por lo menos un componente Sony? ¿Exactamente un componente Sony?

**4.** De nuevo considere el equipo de ligas menores que tiene 15 jugadores en su plantel.

a. ¿Cuántas formas existen de seleccionar 9 jugadores para la alineación inicial? Rta(362 880)

b. ¿Cuántas formas existen de seleccionar 9 jugadores para la alineación inicial y un orden al bat de los 9 inicialistas? Rta(131 681 894 400)

c. Suponga que 5 de los 15 jugadores son zurdos. ¿Cuántas formas existen de seleccionar 3 jardineros zurdos y tener las otras 6 posiciones ocupadas por jugadores derechos? Rta (2100)

**5.** Poco tiempo después de ser puestos en servicio, algunos autobuses fabricados por una cierta compañía presentaron grietas debajo del chasis principal. Suponga que una ciudad particular utiliza 25 de estos autobuses y que en 8 de ellos aparecieron grietas.

a. ¿Cuántas maneras existen de seleccionar una muestra de 5 autobuses de entre los 25 para una inspección completa?

**b.** ¿De cuántas maneras puede una muestra de 5 autobuses contener exactamente 4 con grietas visibles?

**c.** Si se elige una muestra de 5 autobuses al azar, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de los 5 tengan grietas visibles?

**d.** Si los autobuses se seleccionan como en el inciso c), ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 4 de los seleccionados tengan grietas visibles?

**6.** Una empresa de producción emplea 20 trabajadores en el turno de día, 15 en el turno de tarde y 10 en el turno de medianoche. Un consultor de control de calidad va a seleccionar 6 de estos trabajadores para entrevistas a fondo. Suponga que la selección se hace de tal modo que cualquier grupo particular de 6 trabajadores tiene la misma oportunidad de ser seleccionado al igual que cualquier otro grupo (sacando 6 papelitos de entre 45 sin reemplazarlos).

**a.** ¿Cuántas selecciones resultarán en que los 6 trabajadores seleccionados provengan del turno de día? Rta(0.0048)

**b.** ¿Cuál es la probabilidad de que los 6 trabajadores seleccionados sean del mismo turno? Rta(0.0054)

**c.** ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos dos turnos diferentes estarán representados entre los trabajadores seleccionados? Rta(0.9946)

**d.** ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno de los turnos no estará representado en la muestra de trabajadores?

**7.** Un departamento académico compuesto de cinco profesores limitó su opción para jefe de departamento a el candidato *A* o el candidato *B*. Cada miembro votó entonces con un papelito por uno de los candidatos. Suponga que en realidad existen tres votos para *A* y dos para *B*. Si los papelitos se cuentan al azar, ¿cuál es la probabilidad de que *A* permanezca delante de *B* durante todo el conteo de votos (p. ej. ¿ocurre este evento si el orden seleccionado es *AABAB* pero no si es *ABBAA*)?

**8.** Un experimentador está estudiando los efectos de la temperatura, la presión y el tipo de catalizador en la producción de cierta reacción química. Tres diferentes temperaturas, cuatro presiones distintas y cinco catalizadores diferentes se están considerando.

**a.** Si cualquier experimento particular implica utilizar una temperatura, una presión y un catalizador, ¿cuántos experimentos son posibles? Rta(60)

**b.** ¿Cuántos experimentos existen que impliquen el uso de la temperatura más baja y dos presiones bajas? Rta (10)

**c.** Suponga que se tienen que realizar cinco experimentos diferentes el primer día de experimentación. Si los cinco se eligen al azar de entre todas las posibilidades, de modo que cualquier grupo de cinco tenga la misma probabilidad de selección, ¿cuál es la probabilidad de que se utilice un catalizador diferente en cada experimento? Rta(0.0456)

**9.** Una caja en un almacén contiene cuatro focos de 40 W, cinco de 60 W y seis de 75 W. Suponga que se eligen al azar tres focos.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos de los focos seleccionados sean de 75 W?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres focos seleccionados sean de los mismos watts?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccione un foco de cada tipo?
- d. Suponga ahora que los focos tienen que ser seleccionados uno por uno hasta encontrar uno de 75 W. ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario examinar por lo menos seis focos?

(49) Si se seleccionan al azar dos focos de la caja y por lo menos uno de ellos es de 75 W, ¿cuál es la probabilidad de que los dos sean de 75 W? Dado que por lo menos uno de los dos seleccionados no es de 75 W, ¿cuál es la probabilidad de que los dos focos seleccionados sean de la misma clase?

**10.** Quince teléfonos acaban de llegar a un centro de servicio autorizado. Cinco de éstos son celulares, cinco inalámbricos y los otros cinco alámbricos. Suponga que a estos componentes se les asignan al azar los números 1, 2, . . . , 15 para establecer el orden en que serán reparados.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que los teléfonos inalámbricos estén entre los primeros diez que van a ser reparados?  $rta(0.0839)$
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que después de reparar diez de estos teléfonos, sólo dos de los tres tipos de teléfonos queden para ser reparados?  $Rta(0.24975)$
- c. ¿Cuál es la probabilidad que dos teléfonos de cada tipo estén entre los primeros seis reparados?

**11.** Tres moléculas de tipo *A*, tres de tipo *B*, tres de tipo *C* y tres de tipo *D* tienen que ser unidas para formar una cadena molecular. Una cadena molecular como esa es *ABCDABCDABCD* y otra es *BCDDAAABDBCC*.

- a. ¿Cuántas moléculas en cadena hay? [*Sugerencia:* si se pudieran distinguir entre sí las tres letras *A*, *A*<sub>1</sub>, *A*<sub>2</sub>, *A*<sub>3</sub>, y también las letras *B*, *C* y *D*, ¿cuántas moléculas del tipo habría? ¿Cómo se reduce este número cuando se eliminan de las letras *A* los subíndices?
- b. Suponga que se elige al azar una molécula del tipo descrito. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres moléculas de cada tipo terminen una junto a la otra (como en *BBBAAADDCCCC*)?

**12.** Una profesora de matemáticas desea programar una cita con cada uno de sus ocho asistentes, cuatro hombres y cuatro mujeres, para discutir su curso de cálculo. Suponga que todos los posibles ordenamientos de citas tienen la misma probabilidad de ser seleccionados.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una mujer asistente quede entre los primeros tres con quien la profesora se reúna?  $Rta(0.929)$
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que después de las primeras cinco citas se haya reunido con todas las asistentes mujeres?  $Rta(0.0714)$
- c. Suponga que la profesora tiene los mismos ocho asistentes el siguiente semestre y de nuevo programa citas sin importar el orden que hubo durante el primer

semestre. ¿Cuál es la probabilidad de que los ordenamientos de las citas sean diferentes?

45. La población de un país particular se compone de tres grupos étnicos. Cada individuo pertenece a uno de los cuatro grupos sanguíneos principales. La tabla de probabilidad conjunta anexa da la proporción de individuos en las diversas combinaciones de grupo étnico-grupo sanguíneo.

		Grupo sanguíneo			
		O	A	B	AB
Grupo étnico	1	0.082	0.106	0.008	0.004
	2	0.135	0.141	0.018	0.006
	3	0.215	0.200	0.065	0.020

- Calcule  $P(A)$ ,  $P(C)$  y  $P(A \cap C)$ .
- Calcule tanto  $P(A | C)$  y  $P(C | A)$  y explique en contexto lo que cada una de estas probabilidades representa.
- Si el individuo seleccionado no tiene sangre de tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que él o ella pertenezca al grupo étnico 1?

51. Una caja contiene seis pelotas rojas y cuatro verdes y una segunda caja contiene siete pelotas rojas y tres verdes. Se selecciona una pelota al azar de la primera caja y se le coloca en la segunda caja. Luego se selecciona al azar una pelota de la segunda caja y se le coloca en la primera caja.

- ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccione una pelota roja de la primera caja y de que se seleccione una pelota roja de la segunda caja?
- Al final del proceso de selección, ¿cuál es la probabilidad de que los números de pelotas rojas y verdes que hay en la primera caja sean idénticas a los números iniciales?

53. Un taller repara tanto componentes de audio como de video. Sea A el evento en que el siguiente componente traído a reparación es un componente de audio y sea B el evento en que el siguiente componente es un reproductor de discos compactos (así que el evento B está contenido en A). Suponga que  $P(A) = 0.6$  y  $P(B) = 0.05$ . ¿Cuál es  $P(B | A)$ ?

55. Las garrapatas de venados pueden ser portadoras de la enfermedad de Lyme o de la Erhlichiosis granulocítica humana (HGE, por sus siglas en inglés). Con base en un estudio reciente, suponga que 16% de todas las garrapatas en cierto lugar portan la enfermedad de Lyme, 10% portan HGE y 10% de las garrapatas que portan por lo menos una de estas enfermedades en realidad portan las dos. Si determina que una garrapata seleccionada al azar ha sido portadora de HGE, ¿cuál es la probabilidad de que la garrapata seleccionada también porte la enfermedad de Lyme?

59. En una gasolinería, 40% de los clientes utilizan gasolina regular (A1), 35% usan gasolina plus (A2) y 25% utilizan Premium (A3). De los clientes que utilizan gasolina regular, sólo 30% llenan sus tanques (evento B). De los clientes que utilizan plus, 60% llenan sus tanques, mientras que los que utilizan premium, 50% llenan sus tanques.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente pida gasolina plus y llene el tanque (A2 \_\_\_\_\_ B)?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque?
- Si el siguiente cliente llena el tanque, ¿cuál es la probabilidad que pida gasolina regular? ¿Plus? ¿Premium?

69. En el ejercicio 59, considere la siguiente información adicional sobre el uso de tarjetas de crédito:

El 70% de todos los clientes que utilizan gasolina regular y que llenan el tanque usan una tarjeta de crédito.

El 50% de todos los clientes que utilizan gasolina regular y que no llenan el tanque usan una tarjeta de crédito.

El 60% de todos los clientes que llenan el tanque con gasolina plus usan una tarjeta de crédito.

El 50% de todos los clientes que utilizan gasolina plus y que no llenan el tanque usan una tarjeta de crédito.

El 50% de todos los clientes que utilizan gasolina premium y que llenan el tanque usan una tarjeta de crédito.

El 40% de todos los clientes que utilizan gasolina premium y que no llenan el tanque usan una tarjeta de crédito.

Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes eventos para el siguiente cliente que llegue (un diagrama de árbol podría ayudar).

- {Plus, tanque lleno y tarjeta de crédito}
- {Premium, tanque no lleno y tarjeta de crédito}
- {Premium y tarjeta de crédito}
- {Tanque lleno y tarjeta de crédito}
- {Tarjeta de crédito}
- Si el siguiente cliente utiliza una tarjeta de crédito, ¿cuál es la probabilidad de que pida premium?



61. Componentes de cierto tipo son enviados a un distribuidor en lotes de diez. Suponga que 50% de dichos lotes no contienen componentes defectuosos, 30% contienen un componente defectuoso y 20% contienen dos componentes defectuosos. Se seleccionan al azar dos componentes de un lote y se prueban. ¿Cuáles son las probabilidades asociadas con 0, 1 y 2 componentes defectuosos que están en el lote en cada una de las siguientes condiciones?

a. Ningún componente probado está defectuoso.

b. Uno de los dos componentes probados está defectuoso.

[Sugerencia: Trace un diagrama de árbol con tres ramas de primera generación correspondientes a los tres tipos diferentes de lotes.]

63. Para los clientes que compran un refrigerador en una tienda de aparatos domésticos, sea A el evento en que el refrigerador fue fabricado en EU, B el evento en que el refrigerador contaba con una máquina de hacer hielos y C el evento en que el cliente adquirió una garantía ampliada. Las probabilidades pertinentes son  $P(A) = 0.75$ ,  $P(B|A) = 0.9$ ,  $P(B|\bar{A}) = 0.8$

$P(C|A) = \frac{\quad}{\quad}$ ,  $P(C|\bar{A}) = \frac{\quad}{\quad}$ ,  $P(B) = 0.8$ ,  $P(C|B) = \frac{\quad}{\quad}$ ,  $P(C|\bar{B}) = \frac{\quad}{\quad}$ ,  $P(C) = 0.6$

$P(\bar{C}|A) = \frac{\quad}{\quad}$ ,  $P(\bar{C}|\bar{A}) = \frac{\quad}{\quad}$ ,  $P(\bar{B}) = 0.7$ ,  $P(\bar{C}|\bar{B}) = \frac{\quad}{\quad}$ ,  $P(\bar{C}) = 0.3$

a. Construya un diagrama de árbol compuesto de ramas de primera, segunda y tercera generaciones y anote el evento y la probabilidad apropiada junto a cada rama.

b. Calcule  $P(A \cap B \cap C)$ .

c. Calcule  $P(B \cap \bar{C})$ .

d. Calcule  $P(C)$ .

e. Calcule  $P(A | B \cap C)$ , la probabilidad de la compra de un

refrigerador fabricado en EU dado que también se adquirieron una máquina de hacer hielos y una garantía ampliada.

65. En una gran universidad, en la búsqueda que nunca termina de un libro de texto satisfactorio, el Departamento de Estadística probó un texto diferente durante cada uno de los últimos tres trimestres. Durante el trimestre de otoño, 500 estudiantes utilizaron el texto del profesor Mean; durante el trimestre de invierno, 300 estudiantes usaron el texto del profesor Median y durante el trimestre de primavera, 200 estudiantes utilizaron el texto del profesor Mode. Una encuesta realizada al final de cada trimestre mostró que 200 estudiantes se sintieron satisfechos con el libro de Mean, 150 con el libro de Median y 160 con el libro de Mode. Si se selecciona al azar un estudiante que cursó estadística durante uno de estos trimestres y admite haber estado satisfecho con el texto, ¿es probable que el estudiante haya utilizado el libro de Mean, Median o Mode? ¿Quién es el autor menos probable? [Sugerencia: Trace un diagrama de árbol o use el teorema de Bayes.]