

Distribución Normal

1) Hallar el área bajo la curva normal tipificada:

- a) Entre $Z = 0$ y $Z = 1,2$ Sol: 0,3849
- b) Entre $Z = -0,68$ y $Z = 0$ Sol: 0,2517
- c) Entre $Z = -0,46$ y $Z = 2,21$ Sol: 0,6636
- d) Entre $Z = 0,81$ y $Z = 1,94$ Sol: 0,1828
- e) A la derecha de $Z = -1,28$ Sol: 0,8997

2) Si "área" se refiere al área bajo la curva normal tipificada, hallar el valor o los valores de Z tales que:

- a) El área entre 0 y Z sea 0,3770 Sol: $Z = \pm 1,16$
- b) El área a la izquierda de Z sea 0,8621 Sol: $Z = 1,09$
- c) El área entre -1,5 y Z sea 0,0217 Sol: $Z = -1,69$ y $Z = -1,35$

3) El peso medio de 500 estudiantes varones de una universidad es de 68,5 Kg. y la desviación típica es de 10 Kg. Suponiendo que los pesos están distribuidos normalmente, hallar el número de estudiantes que pesan:

- a) Entre 48 y 71 kg. Sol: entre 289 y 290 estudiantes.
- b) Más de 91 kg. Sol: entre 6 y 7 estudiantes.

4) La media del diámetro interior del conjunto de lavadoras producidas por una máquina es 1,275 cm. y la desviación típica de 0,0125 cm. El propósito para el cual se han diseñado las lavadoras permite una tolerancia máxima en el diámetro de 1,26cm. a 1,29 cm., de otra forma las lavadoras se consideran defectuosas. Determinar el porcentaje de lavadoras defectuosas producidas por la máquina, suponiendo que los diámetros están distribuidos normalmente.
Sol: 23,02%

5) Si X está distribuida normalmente con media 5 y desviación típica 2, hallar $P(X > 8)$.
Sol: 0,0668

6) Se tiene un programador de entrenamiento diseñado para mejorar la calidad de las habilidades de los supervisores de la línea de producción. Debido a que el programa es auto administrativo, los supervisores requieren un número diferente de horas para terminarlo. Un estudio de los participantes anteriores indica que el tiempo medio que se lleva completar el programa es de 500 h. y que esta variable aleatoria normalmente distribuida tiene una desviación estándar de 100 h.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un participante elegido al azar requiera más de 500 h. para completar el programa? Sol: 0,5
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome entre 500 h. y 650 h. para completar el programa de entrenamiento? Sol: 0,4332
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome más de 700 h. en completar el programa? Sol: 0,0228
- d) Suponga que el director del programa de entrenamiento desea saber la probabilidad de que un participante escogido al azar requiera entre 550 y 650 h. para completar el trabajo requerido en el programa. ¿Cuánto ha de ser ese valor? Sol: 0,2417

e) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tomará menos de 580 h. para completar el programa? Sol: 0,7881

f) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato escogido al azar se tome entre 420h.y 570 h. para completar el programa? Sol: 0,5461

7) Dada una variable con distribución normal de media $\mu = 40$ y desviación estándar $\sigma = 6$ encuentre el valor de x que tiene:

a) El 34% del área a la izquierda. Sol: 37,54

b) El 5% del área a la derecha. Sol: 49,87

8) Cierta tipo de pieza para automóvil tiene un promedio de duración de tres años, con una desviación estándar de 0,5 años. Suponga que las duraciones de las piezas están normalmente distribuidas y encuentre la probabilidad de que una pieza determinada tenga un tiempo de duración de más de 3,5 años. Sol: 0,1587

9) Una fábrica de alimentos empaca productos cuyos pesos están normalmente distribuidos con media de 450 gramos y desviación estándar de 20 gramos. Encuentre la probabilidad de que un paquete escogido al azar pese entre 425 y 486 gramos. Sol: 0,8585

10) En un proceso industrial el diámetro de una arandela es muy importante. El comprador establece en sus especificaciones que el diámetro debe ser de $3,0 \pm 0,01$ mm. La condición es que no acepta ninguna arandela que se salga de estas especificaciones. Se sabe que en el proceso el diámetro de las arandelas tienen distribución normal con media de 3,0 mm y una desviación estándar de 0,005 mm. ¿Qué porcentaje de arandelas será rechazado?. Sol: 4,56%

11) Determine el área situada debajo de la curva normal estándar que está:

a) A la izquierda de $z = 0,94$ Sol: 0,8264

b) A la derecha de $z = -0,65$ Sol: 0,7422

c) A la derecha de $z = 1,76$ Sol: 0,0392

d) A la izquierda de $z = -0,85$ Sol: 0,1977

e) Entre $z = -0,87$ y $z = -1,28$ Sol: 0,0919

f) Entre $z = -0,34$ y $z = 0,62$ Sol: 0,3655

12) Determine las probabilidades de que una variable aleatoria tome un valor entre 12 y 15 dado que tenga una distribución normal con:

a) $\mu = 10$ y $\sigma = 5$ Sol: 0,1859

b) $\mu = 20$ y $\sigma = 10$ Sol: 0,0966

13) Obtenga Z si:

a) El área de la curva normal entre 0 y Z es 0,2019 Sol: $Z = \pm 0,53$

b) El área de la curva normal a la derecha de Z es 0,8810 Sol: $Z = -1,18$

c) El área de la curva normal a la derecha de Z es 0,0336 Sol: $Z = 1,83$

d) El área de la curva normal entre $-Z$ y Z es 0,2662 Sol: $Z = \pm 0,34$

14) La cantidad de radiación cósmica a la cual está expuesta una persona mientras vuela en avión es una variable aleatoria que tiene una distribución normal con $\mu = 4,35$ mrem y $\sigma = 0,59$ mrem. Determine las probabilidades de que una persona que va en este vuelo está expuesta a:

- a) Más de 5,00 mrem de radiación cósmica. Sol: 0,1357
- b) Entre 3,00 y 4,00 mrem de radiación cósmica. Sol: 0,2666

15) La cantidad real de café instantáneo que vierte una máquina en jarras de 4 onzas varía de una jarra a otra, y se puede fijar como una variable aleatoria que tiene una distribución normal con $\sigma = 0,04$ onzas. Si sólo el 2% de las jarras va a contener menos de 4 onzas de café. ¿Cuál debe ser el contenido medio de estas jarras?

Sol: $\mu = 4,082$ onzas.

16) Una empresa fabrica juntas teóricas para el trasbordador espacial de la NASA. Las cuales se han diseñado para sellar conexiones y piezas en el sistema de combustible a fin de impedir fugas. Un tipo de juntas ha de tener 5 centímetros de diámetro para que encaje como es debido; no puede variar arriba o abajo en más de 0,25 cm. sin provocar una fuga peligrosa. La empresa afirma que esta junta tiene 5 cm. de media con una desviación típica de 0,17 cm. Si estas cifras son correctas y se supone una distribución normal de los diámetros, los funcionarios de la NASA desean determinar:

- a) La proporción de juntas que se adaptarán correctamente. Sol: 0,8584
- b) La proporción de juntas que son defectuosas. Sol: 0,1416
- c) La probabilidad de que cualquier junta tenga un diámetro superior a 5,3 cm. Sol: 0,0392
- d) La probabilidad de que una junta tenga un diámetro comprendido entre 4,9 y 5,2 cm. Sol: 0,6034
- e) La probabilidad de que una junta elegida al azar tenga un diámetro entre 5,3 y 5,5 cm. Sol: 0,0376

17) Un estudio reciente reveló que el 64% de las mujeres mayores de 18 años, consideran a la nutrición la prioridad en su vida. Se seleccionó una muestra de 60 mujeres. Determinar la probabilidad de que:

- a) 32 o más consideren importante la dieta diaria. Sol: 0,9686
- b) 44 o más estimen que la alimentación es esencial. Sol: 0,0853
- c) Más de 32 pero menos de 43 consideren importante el aspecto dietético. Sol: 0,8084
- d) Exactamente 44 consideren fundamental la alimentación. Sol: 0,0348

18) Supóngase que X tiene una distribución probabilística binomial, con $n = 50$ y $p = 0,25$. Calcule:

- a) La media y la desviación estándar de la variable aleatoria. Sol: 12,5 y 3,06
- b) La probabilidad de que X valga 15 o más. Sol: 0,2578
- c) La probabilidad de que X valga 10 o menos. Sol: 0,2578

19) La empresa de asuntos fiscales Tax Service se especializa en las elaboraciones de declaraciones de impuestos federales. Una reciente auditoría de las declaraciones indicó que se cometió un error en el 10% de las que manifestó el año pasado. Suponiendo que tal tasa continúe en este periodo anual y elabore 60 declaraciones. ¿Cuál es la probabilidad de que realice:

- a) Más de 9 con errores? Sol: 0,0655
- b) Por lo menos 9 con errores? Sol: 0,1401
- c) Exactamente 9 con errores? Sol: 0,0746

20) Un estudio realizado por el club de acondicionamiento físico Taurus Health Club, reveló que 30% de sus nuevos socios tienen un sobrepeso considerable. Una promoción de membresía en un área metropolitana dio como resultado la inscripción de 500 nuevos ingresantes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que 175 o más de los nuevos socios tengan sobrepeso?
Sol: 0,0084
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que 140 o más de los miembros recientes tengan sobrepeso?
Sol: 0,8461

21) Los gastos mensuales en alimentación para familias de cuatro miembros en una ciudad grande son en promedio de \$420 con una desviación estándar de \$80. Si los gastos mensuales en alimentación siguen una distribución normal:

- a) ¿Qué porcentaje de estos gastos es menor de \$350? Sol: 18,94%
- b) ¿Qué porcentaje de estos gastos está entre \$250 y \$300? Sol: 5,02%
- c) ¿Qué porcentaje de estos gastos es menor de \$250 o mayor de \$450? Sol: 36,86%
- d) ¿Cuál es el gasto mayor en dólares que hace una familia que está entre el 25% de las familias que menos gastos realizan en alimentación? Sol: 366,4 dólares

22) Los salarios de los trabajadores en cierta industria son en promedio \$11,9 por hora y la desviación estándar de \$0,4. Si los salarios tienen una distribución normal. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador seleccionado al azar:

- a) Reciba salarios entre \$10,9 y \$11,9? Sol: 0,4938
- b) Reciba salarios inferiores a \$11? Sol: 0,0122
- c) Reciba salarios superiores a \$12,95? Sol: 0,0043
- d) ¿Cuál debe ser el salario menor que gana un trabajador que se encuentra entre el 10% de los trabajadores que más ganan? Sol: \$12,412
- e) Si el dueño de la industria va a aumentarle el salario al 15% de los trabajadores que menos ganan. ¿Cuál será el salario máximo que deberá ganar un trabajador para ser beneficiado con el aumento? Sol: \$11,484

23) Se encontró que en un conjunto de calificaciones de exámenes finales en un curso tenía distribución normal con media 73 puntos y desviación estándar de 8 puntos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una calificación no mayor de 91 puntos en este examen? Sol: 0,9878
- b) ¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo una calificación entre 65 y 89 puntos? Sol: 81,85%
- c) ¿Cuál fue la calificación superada sólo por 5% de los estudiantes que hicieron el examen? Sol: 86,16 puntos
- d) El profesor sigue el siguiente criterio: Le otorga A a los estudiantes que están ubicados en el 10% de las mejores notas del grupo y usted saca 81 puntos. Suponga que se realiza otro examen en el que la media es 62 y la desviación es 3 y usted saca 68 puntos. ¿En cuál de los 2 exámenes usted queda mejor calificado?. ¿Por qué?
Sol: En el segundo examen, que obtuvo A

24) Un análisis indica que las duraciones de las llamadas telefónicas en cierta localidad tienen una distribución normal con media de 240 segundos y varianza de 1600 segundos².

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada cualquiera dure menos de 180 seg?

Sol: 0,0668

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure entre 180 y 300 seg?

Sol: 0,8664

c) Si se consideran 1000 llamadas. ¿Cuántas cree usted que durarán menos de 180 seg?

Sol: 67

d) ¿Cuál es la duración de la llamada más larga de aquellas que conforman el 1% de las más breves?

Sol: 146,8 seg.

e) La central telefónica de la localidad ha decidido cobrar un impuesto adicional al 5% de las llamadas de mayor duración. ¿Cuánto será el tiempo máximo que puede llamar una persona para que no le sea cobrado impuesto?

Sol: 305,8 seg.

25) El estadounidense adulto hombre tiene una estatura promedio 5 pies y 9 pulgadas con una desviación estándar de 3 pulgadas. (Nota: 1 pie corresponde a 12 pulgadas)

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre sea mayor de 6 pies? Sol: 0,1587

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre sea menor de 5 pies? Sol: 0,0013

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre esté entre 6 y 9 pies?

Sol: 0,1587

d) ¿Cuál es la estatura menor de que tiene un hombre que está en el 10% de los hombres más altos?

Sol: 6,07 pies

e) Calcule el rango intercuantil de la estatura de los hombres estadounidenses. Sol: 0,335 pies

26) El tiempo necesario para terminar un examen final en determinado curso se distribuye normalmente con una media de 80 minutos y una desviación de 10 minutos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de terminar el examen en una hora o menos? Sol: 0,0228

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante termine el examen entre 60 y 85 minutos?

Sol: 0,6687

c) Suponga que en el curso hay 60 alumnos y que el tiempo del examen es de 90 minutos. ¿Cuántos alumnos se espera que no puedan terminar el examen en el tiempo indicado?

Sol: entre 9 y 10 alumnos

27) El volumen de acciones negociadas en la Bolsa es normal con una media de 646 millones de acciones y una desviación de 100 millones de acciones.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el volumen negociado sea menor de 400 millones?

Sol: 0,0069

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el volumen negociado de acciones oscile entre las 400 y las 600 acciones?

Sol: 0,3159

c) Si la Bolsa quiere emitir un boletín de prensa sobre el 5% de los días más activos ¿Qué volumen publicará la prensa?

Sol: 810,5 millones de acciones

28) Las calificaciones de las pruebas de admisión de una Universidad tienen distribución normal con una media de 450 y desviación típica de 100 puntos.

a) ¿Qué porcentaje de las personas presentan calificaciones entre 400 y 500 puntos?

Sol: 38,3%

b) Suponga que la calificación de una persona es de 630. ¿Qué porcentaje de las personas tienen mejores calificaciones? Sol: 3,59%

c) Si la Universidad no admite alumnos con menos de 480 puntos de calificación. ¿Qué porcentaje de personas que presentan el examen califican para entrar a la Universidad? Sol: 38,21%

29) Se sabe que el 10% de las unidades producidas por un proceso de fabricación resultan defectuosas. De la producción total de un día se seleccionan 400 unidades aleatoriamente.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 35 de ellas sean defectuosas? Sol: 0,8212

b) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 40 y 50 de ellas (ambas inclusive) resulten defectuosas? Sol: 0,4918

c) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 34 y 48 de ellas (ambas inclusive) resulten defectuosas? Sol: 0,7821

30) Se toma una muestra de 100 trabajadores de una gran empresa para estudiar su actitud frente a un cambio en el método de trabajo. Si el 60% de todos los trabajadores de la empresa están a favor del cambio. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 50 de los miembros de la muestra estén a favor? Sol: 0,0162

31) Una encuesta citó a los distribuidores de los automóviles Chevrolet y Toyota como los dos mejores en lo que respecta a servicio al cliente. Sólo el 4% de sus clientes mostró cierta inconformidad con la agencia. Si se toma una muestra de 250 clientes

a) ¿Cuál es la probabilidad de que 12 clientes o menos tengan cierta inconformidad con la agencia? Sol: 0,7910

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 5 o más clientes estén descontentos con la agencia? Sol: 0,9625

c) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 6 y 10 clientes (ambas inclusive) estén descontentos con la agencia? Sol: 0,4901

32) La tasa real de desempleo es de 15%. Suponga que se seleccionan al azar 100 personas en posibilidad de trabajar.

a) ¿Cuál es la cantidad esperada de desempleados? Sol: 15

b) ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar de los desempleados? Sol: 12,75 y 3,75

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 6 estén desempleados? Sol: 0,9961

d) ¿Cuál es la probabilidad de que haya entre 10 y 15 desempleados? Sol: 0,4939

33) Un hotel tiene 120 habitaciones. En los meses de primavera, la ocupación del hotel es de 75%.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos se ocupe la mitad de los cuartos ese día? Sol: aprox. 1

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se ocupen 100 o más cuartos ese día? Sol: 0,0228

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se ocupen 80 cuartos o menos ese día? Sol: 0,0228

34) Se sabe que el 30% de los clientes de una tarjeta de crédito a nivel nacional dejan en cero sus saldos para no incurrir en intereses morosos. En una muestra de 150 poseedores de esa tarjeta:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que de 40 a 60 clientes paguen sus cuentas antes de incurrir en el pago de intereses? Sol: 0,8336

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 30 clientes o menos paguen sus cuentas antes de incurrir en pago de intereses? Sol: 0,0049

ejercicios fdp continuas

1. Sea X la cantidad de tiempo durante la cual un libro puesto en reserva durante dos horas en la biblioteca de una universidad es solicitado en préstamo por un estudiante seleccionado y suponga que X tiene la función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} 0.5x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcule las probabilidades:

- a. $P(x \leq 1)$
- b. $P(0.5 \leq x \leq 1.5)$
- c. $P(1.5 < x)$

La función de distribución acumulativa del tiempo de préstamo X como se describe en el ejercicio 1 es:

$$F(x) = \begin{cases} x < 0 \\ \frac{x^2}{4} & 0 \leq x < 2 \\ 1 & 2 \leq x \end{cases}$$

Use ésta para calcular lo siguiente:

- a. $P(X \leq 1)$
- b. $P(0.5 \leq X \leq 1)$
- c. $P(X > 0.5)$
- d. El tiempo de préstamo medio $\tilde{\mu}$ [resolver $0.5 = F(\tilde{\mu})$]
- e. $F(x)$ para obtener la función de densidad $f(x)$

2. Un profesor universitario nunca termina su disertación antes del final de la hora y siempre termina dentro de 2 minutos después de la hora. Sea X = el tiempo que transcurre entre el final de la hora y el final de la disertación y suponga que la función de densidad de probabilidad de X es

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Determine el valor de la constante k
 - Realice la gráfica de la función de densidad de probabilidad
 - Determine la función acumulada
 - Grafique la función acumulada
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la disertación termine dentro de un minuto final de la hora?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la disertación continúe entre 60 y 90 segundos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la disertación continúe durante por lo menos 90 segundos después del final de la hora?
3. El error implicado al hacer una medición es una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} 0.09375(4 - x^2) & -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

- Bosqueje la gráfica de $f(x)$.
 - Calcule $P(X > 0)$.
 - Calcule $P(-1 < X < 1)$.
 - Calcule $P(X < -0.5 \text{ o } X > 0.5)$.
4. La función de distribución acumulativa de X (_ error de medición) del ejercicio 3 es

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -2 \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{32} \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) & -2 \leq x < 2 \\ 1 & 2 \leq x \end{cases}$$

- Calcule $P(X < 0)$.
- Calcule $P(-1 < X < 1)$.
- Calcule $P(0.5 < X)$.

5. Suponga que el número X de tornados observados en una región particular durante un año tiene una distribución de Poisson con $\lambda = 8$.

- a. Calcule $P(X \leq 5)$.
- b. Calcule $P(6 \leq X \leq 9)$.
- c. Calcule $P(10 \leq X)$.
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que el número observado de tornados sobrepase el número esperado por más de una desviación estándar?

6. Suponga que el número de conductores que viajan entre un origen y destino particulares durante un periodo designado tiene una distribución de Poisson con parámetro $\lambda = 20$. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de conductores

- a. sea cuando mucho de 10?
- b. sea de más de 20?
- c. sea de entre 10 y 20, inclusive? ¿Sea estrictamente de entre 10 y 20?
- d. esté dentro de dos desviaciones estándar del valor medio?

7. Un artículo en *Los Angeles Times* (3 de diciembre de 1993) reporta que una de cada 200 personas portan el gen defectuoso que provoca cáncer de colon hereditario. En una muestra de 1000 individuos, ¿cuál es la distribución aproximada del número que porta este gen? Use esta distribución para calcular la probabilidad aproximada de que

- a. Entre 5 y 8 (inclusive) porten el gen.
- b. Por lo menos 8 porten el gen.

8. Suponga que una pequeña aeronave aterriza en un aeropuerto de acuerdo con un proceso de Poisson con razón $\lambda = 8$ por hora de modo que el número de aterrizajes durante un periodo de t horas es una variable aleatoria de Poisson con parámetro $\lambda = 8t$.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente seis aeronaves pequeñas aterricen durante un intervalo de una hora? ¿Por lo menos seis? ¿Por lo menos 10?
- b. ¿Cuáles son el valor esperado y la desviación estándar del número de aeronaves pequeñas que aterrizan durante un lapso de 90 min?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 20 aeronaves pequeñas aterricen durante un lapso de 2 horas 30 minutos? ¿De qué cuando mucho aterricen 10 durante este periodo?

9. El número de solicitudes de ayuda recibidas por un servicio de grúas es un proceso de Poisson con razón $\lambda = 4$ por hora.

- a. Calcule la probabilidad de que exactamente diez solicitudes sean recibidas durante un periodo particular de 2 horas.
- b. Si los operadores del servicio de grúas hacen una pausa de 30 min para el almuerzo, ¿cuál es la probabilidad de que no dejen de atender llamadas de ayuda?
- c. ¿Cuántas llamadas esperarían durante esta pausa?

10. Al someter a prueba tarjetas de circuito, la probabilidad de que cualquier diodo particular falle es de 0.01. Suponga que una tarjeta de circuito contiene 200 diodos.
- a. ¿Cuántos diodos esperaría que fallen y cuál es la desviación estándar del número que se espera fallen?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad (aproximada) de que por lo menos cuatro diodos fallen en una tarjeta seleccionada al azar?
 - c. Si se envían cinco tarjetas a un cliente particular, ¿qué tan probable es que por lo menos cuatro de ellas funcionen apropiadamente? (Una tarjeta funciona apropiadamente sólo si todos sus diodos funcionan.)