

Licence 3 Informatique

INFO503 : TP1

Fusion de listes ordonnées par arbre binaire de sélection

On dispose de n listes ordonnées (de façon croissante) d'entiers que l'on souhaite fusionner en une seule. Ces listes ne sont *a priori* pas toutes de la même longueur. Pour réaliser la fusion, on se sert d'un type d'arbres appelés *arbres binaires de sélection* dans lesquels:

- chaque feuille est associée à une des listes à fusionner (la liste en question peut éventuellement être vide),
- chaque feuille contient le plus petit élément de la liste à laquelle elle est associée parmi ceux non encore insérés dans la liste fusionnée,
- tout point simple est égal à son fils unique,
- tout point double est égal au plus petit de ses deux fils.

Soit ci-dessous (figure 1) un exemple d'arbre binaire de sélection (avec $n = 8$) ne comprenant que des points doubles et dont les feuilles sont toutes associées à une liste non vide:

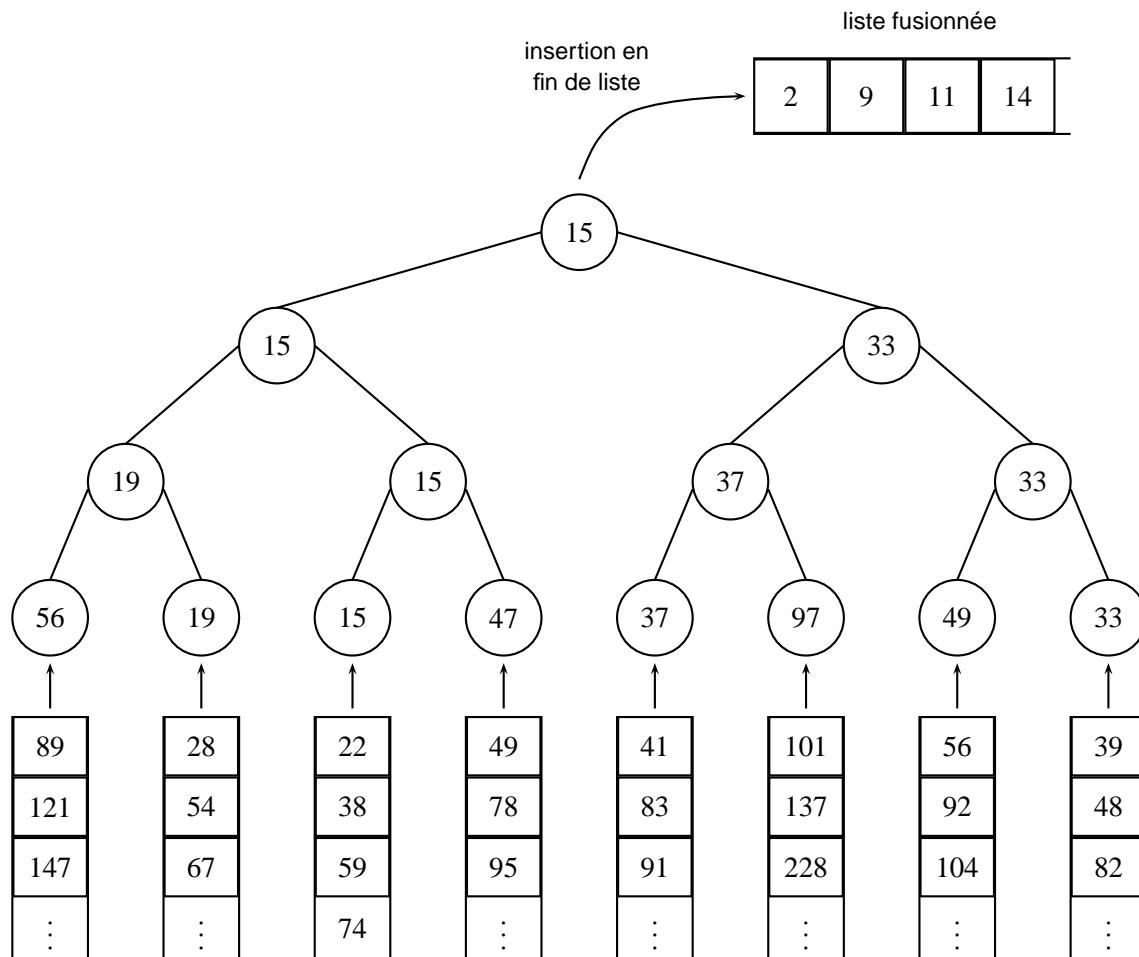


Figure 1 : arbre binaire de sélection

L'opération de fusion consiste à extraire les minima successifs se trouvant à la racine de l'arbre et à les insérer à la fin de la liste fusionnée. L'élément retiré est remplacé par son successeur dans la liste d'où il provenait si cette dernière n'est pas vide, ce qui conduit à une réorganisation de l'arbre (figure 2). Si la liste est vide, la feuille correspondante est invalidée et le processus de fusion continue jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'une seule liste non vide qui est alors recopiée en bloc à la fin de la liste fusionnée.

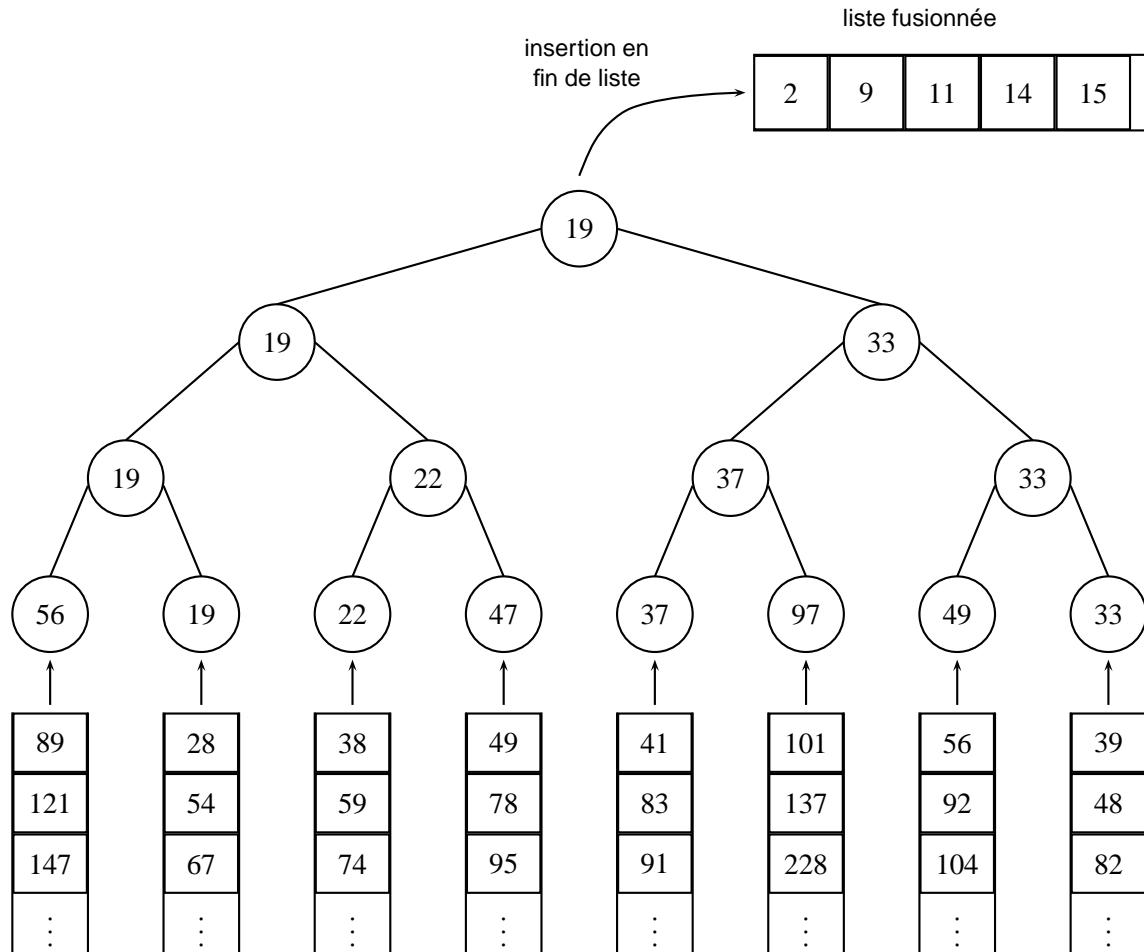


Figure 2 : arbre binaire de sélection de la figure 1
après insertion de 15 dans la liste fusionnée

Question 1. Proposez une structure des données permettant de représenter des arbres de sélection et définissez une procédure permettant de visualiser un tel arbre avec les monotonies en entrée ainsi que la monotonie fusionnée en sortie (ceci vous aidera dans la mise au point de votre programme ainsi que lors de sa présentation).

Question 2. Programmez l'algorithme permettant de réaliser la fusion de n listes ordonnées d'entiers. Pour simplifier les choses, on suppose que n est une puissance de deux.