计算物理导论-Himework 3: 常微分方程

题目描述

项目概况

结果及分析

A. Kapitza摆

1.求出系统的运动方程

以 θ , $\dot{\theta}$ 为广义坐标和广义速度: 得到小球的动能:

$$T=rac{1}{2}m[(-a\omega sin\omega t+l\dot{ heta}sin heta)^2+(l\dot{ heta}cos heta)^2]$$

$$T=rac{m}{2}[(l\dot{ heta})^2+(a\omega sin(\omega t))^2-2a\omega l\dot{ heta}sin(\omega t)sin heta]$$

势能(以x轴为势能零点):

$$V = mg(acos\omega t - lcos\theta)$$

体系的拉格朗日量为:

$$L = T - V$$

$$L=T-V=rac{m}{2}[(l\dot{ heta})^2+(a\omega sin(\omega t))^2-2a\omega l\dot{ heta}sin(\omega t)sin heta]-mg(acos(\omega t)-lcos(heta))$$

由拉格朗日方程:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

化简得到:

$$l\ddot{ heta}=a\omega^2cos(\omega t)sin heta-gsin(heta)$$

不妨将 $\dot{\theta}$ 记作 Ω ,写成题目要求的形式:

$$rac{d}{dt} heta=\Omega$$
 $rac{d}{dt}\Omega=rac{a}{l}\omega^2cos(\omega t)sin heta-rac{g}{l}sin(heta)$