Quelle: Jan Unger Datum: 30. Juli 2023

Thema: Mathe - Kfz-Elektrik

Inhalte strukturieren

 \rightarrow Fahrzeugtechnik / Servicetechniker

Zusammenfassung / Keywords

- ✓ PYTHON ANACONDA ¹
- ✓ Jupyter Notebook / matplotlib / Erstellung von Diagramme
- √ ChatGPT ²
- ✓ Arbeit Leistung Ohm'sche Gesetz
- √ Kabelquerschnitt Lüfter berechnen
- ✓ Arbeit einer Lampe berechnen
- √ Stromaufnahme Lüfter berechnen
- ✓ Reihen- und Parallelschaltung
- ✓ unbelasteter und belasteter Spannungsteiler
- ✓ Ruhestrom berechnen
- ✓ Temperatursensor NTC / PTC (Kennlinie des temperaturabhängigen Widerstands bestimmen)
- √ PWM pulsweitenmoduliertes Signal
- √ FM frequenzmoduliertes Signal f
 ür Drehstrommotoren
- √ Widerstand
- √ Kondensator

1 Arbeit - Leistung - Ohm'sche Gesetz

- 1. W = P x t:
 - W Arbeit in Joule (J) oder Wattstunden (Wh).
 - **P** Leistung in Watt (W).
 - t Zeit in Sekunden (s) oder Stunden (h).
- 2. $P = U \times I$:
 - **P** Leistung in Watt.
 - **U** Spannung in Volt (V).
 - I Strom in Ampere (A).

Thema: Mathe - Kfz-Elektrik

¹https://docs.anaconda.com/free/anaconda/

²https://chat.openai.com/

Quelle: Jan Unger Datum: 30. Juli 2023

- 3. $U = R \times I$:
 - U Spannung in Volt.
 - R Widerstand in Ohm gemessen.
 - I Strom in Ampere.

Thema: Mathe - Kfz-Elektrik

2 Kabelquerschnitt Lüfter berechnen

1. Leitungswiderstand R_{Leitung}:

Gegeben sind:

- Leitungslänge l = 10 m (Hin und Rückweg 20 m)
- Kabelquerschnitt $A = 0.5 \text{ } mm^2$
- Spezifischer Widerstand von Kupfer $\rho = 0.0175\Omega \times mm^2/m$

Die Formel für den Leitungswiderstand ist:

•
$$R_{\text{Leitung}} = \frac{\rho \times l}{A} = \frac{0.0175 \times 20}{0.5} = 0.7 \,\Omega$$

2. Gesamtwiderstand R_{ges} :

•
$$R_{\text{ges}} = R_{\text{Leitung}} + R_{\text{Lüfter}} = 0.7 \,\Omega + 0.48 \,\Omega = 1.18 \,\Omega$$

3. Stromaufnahme *I*: Die Gesamtspannung U_{ges} ist 12 V.

•
$$I = \frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} = \frac{12 \text{ V}}{1,18 \Omega} = 10,17 \text{ A}$$

4. Spannung am Lüfter $U_{\text{Lüfter}}$:

•
$$U_{\text{Lüfter}} = R_{\text{Lüfter}} \times I = 0.48 \,\Omega \times 10.17 \,\text{A} = 4.88 \,\text{V}$$

Problem wenn der Lüfter 12 V und 300 W benötigt, dann sollte der Strom bei 25 A liegen. Die berechnete Spannung am Lüfter sollte ebenfalls nahe an 12 V liegen, und nicht bei 4,88 V.

Lösung

Schaltplan Lüfter: Kabelquerschnitt erhöhen und Leitungslänge verkürzen
+U o-+----| [R_Leitung]
| o
[R_Lüfter]
| o
| GND o-+------

- 1. **Stromaufnahme des Lüfters** I: Angenommen $U_{\text{Lüfter}}$ ist ungefähr 12 V (da der maximale Spannungsabfall am Lüfter 0,5 V beträgt, ist die Mindestspannung, die der Lüfter haben sollte, 11,5 V):
- $I = \frac{U_{\text{Lüfter}}}{R_{\text{Lüfter}}} = \frac{11.5 \text{ V}}{0.48 \Omega} = 23.96 \text{ A}$
- 2. Berechnung des Widerstands der Leitung R_{Leitung} basierend auf dem maximalen Spannungsabfall: Da der maximale Spannungsabfall $_{0.5}$ V beträgt:
- $R_{\text{Leitung}} = \frac{U_{\text{Spannungsabfall}}}{I} = \frac{0.5 \text{ V}}{23.96 \text{ A}} \approx 0.0209 \Omega$
- 3. Erforderlicher Leiterquerschnitt unter Berücksichtigung der halbierten Leitungslänge: Die Leitungslänge beträgt jetzt $l=10\,\mathrm{m}$ (wegen der Verwendung der Karosserie als Masse).

Die Formel für den Leitungswiderstand lautet: $R_{\text{Leitung}} = \frac{\rho \times l}{A}$

Daraus ergibt sich für *A*:

•
$$A = \frac{\rho \times l}{R_{\text{Leitung}}} = \frac{0.0175 \times 10}{0.0209} \approx 8.373 \,\text{mm}^2$$

Für die gegebene Anwendung sollte daher ein Kabel mit einem Querschnitt von mindestens 8,373 mm² gewählt werden. Es wäre jedoch ratsam, einen Sicherheitsfaktor einzubeziehen und ein Kabel mit einem etwas größeren Querschnitt zu wählen, z. B. 10 mm².

3 Arbeit einer Lampe berechnen

Um die Arbeit die von der Lampe verbraucht wurde, zu berechnen, verwenden wir die Formel:

$$W = P \times t$$

Dabei ist:

- W die Arbeit in Wattstunden (Wh)
- P die Leistung der Lampe in Watt (W)
- t die Zeit in Stunden

Die Leistung *P* kann berechnet werden mit:

•
$$P = U \times I = 12 \text{ V} \times 0.417 \text{ A} = 5.004 \text{ W}$$

Die Lampe leuchtet 30 Minuten, was 0,5 Stunden entspricht.

•
$$W = 5,004 \text{ W} \times 0.5 \text{ h} = 2,502 \text{ Wh}$$

Wenn die Lampe 30 Minuten lang leuchtet, hat sie also eine Arbeit von 2,502 Wh verrichtet.

4 Stromaufnahme Lüfter berechnen

Um den Strom I zu berechnen, den ein Gerät bei gegebener Spannung U und Leistung P aufnimmt, kann das Ohm'sche Gesetz und die Leistungsformel verwendet werden.

$$P = U \times I$$

Gegeben: U = 12 V, P = 300 W

•
$$I = \frac{P}{U} = \frac{300 \,\text{W}}{12 \,\text{V}} = 25 \,\text{A}$$

Der Lüfter hat also eine Stromaufnahme von 25 Ampere bei einer Spannung von 12 Volt und einer Leistung von 300 Watt.

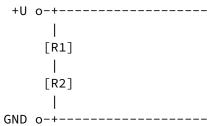
Thema: Mathe - Kfz-Elektrik

5 Reihenschaltung

Zwei Widerstände R_1 und R_2 sind in Reihe geschaltet:

Der Gesamtwiderstand $R_{\rm ges}$ ist die Summe der einzelnen Widerstände, und der Gesamtstrom $I_{\rm ges}$ ist derselbe Strom, der durch alle Widerstände fließt.

Schaltplan: Widerstände in Reihe



1. Gesamtwiderstand R_{ges} :

•
$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 = 30 \,\Omega + 60 \,\Omega = 90 \,\Omega$$

2. Gesamtstrom I_{ges} mittels Ohm'schem Gesetz:

•
$$I = \frac{U}{R} \rightarrow I_{\rm ges} = \frac{12 \, \mathrm{V}}{90 \, \Omega} = 0.1333 \, \mathrm{A} \; \mathrm{oder} \; 133.3 \, \mathrm{mA}$$

3. Teilspannungen U_1 **und** U_2 : Für eine Reihenschaltung gilt, dass die Summe der Teilspannungen gleich der Gesamtspannung ist. Die Teilspannung an einem Widerstand ist das Produkt aus dem Strom, der durch den Widerstand fließt, und dem Widerstandswert:

•
$$U_1 = I_{\text{ges}} \times R_1 = 0.1333 \,\text{A} \times 30 \,\Omega = 4 \,\text{V}$$

•
$$U_2 = I_{\text{ges}} \times R_2 = 0.1333 \,\text{A} \times 60 \,\Omega = 8 \,\text{V}$$

Zusammengefasst:

•
$$R_{\rm ges} = 90 \,\Omega$$

•
$$I_{\rm ges} = 133,3 \, {\rm mA}$$

•
$$U_1 = 4 \text{ V}$$

•
$$U_2 = 8 \text{ V}$$

Die Teilspannungen ergeben zusammen 12 V, was der Gesamtspannung entspricht.

Drei Widerstände R_1 , R_2 und R_3 sind in Reihe geschaltet:

geg: zusätzlicher Widerstand R₃ von 90 Ohm.

Schaltplan: Widerstände in Reihe

1. Gesamtwiderstand R_{ges} :

•
$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 = 30 \,\Omega + 60 \,\Omega + 90 \,\Omega = 180 \,\Omega$$

2. Gesamtstrom I_{ges} mittels Ohm'schem Gesetz:

•
$$I = \frac{U}{R} \to I_{\text{ges}} = \frac{12 \text{ V}}{180 \Omega} = 0,0667 \text{ A oder } 66,7 \text{ mA}$$

3. Teilspannungen U_1 , U_2 und U_3 :

•
$$U_1 = I_{\text{ges}} \times R_1 = 0.0667 \,\text{A} \times 30 \,\Omega = 2 \,\text{V}$$

•
$$U_2 = I_{\text{ges}} \times R_2 = 0.0667 \,\text{A} \times 60 \,\Omega = 4 \,\text{V}$$

•
$$U_3 = I_{\text{ges}} \times R_3 = 0.0667 \,\text{A} \times 90 \,\Omega = 6 \,\text{V}$$

Zusammengefasst:

•
$$R_{\rm ges} = 180 \,\Omega$$

•
$$I_{\rm ges} = 66.7 \, \rm mA$$

•
$$U_1 = 2 V$$

•
$$U_2 = 4 \text{ V}$$

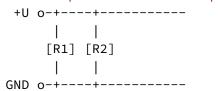
•
$$U_3 = 6 \text{ V}$$

Die Teilspannungen ergeben zusammen 12 V, was der Gesamtspannung entspricht.

6 Parallelschaltung

Zwei Widerstände R_1 und R_2 sind parallel geschaltet:

Schaltplan: Widerstände parallel



1. Berechnung des Gesamtwiderstands $R_{\rm ges}$ einer Parallelschaltung:

$$\bullet \ \frac{1}{R_{\rm ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\bullet \ \frac{1}{R_{\rm ges}} = \frac{1}{30\,\Omega} + \frac{1}{60\,\Omega}$$

•
$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1+0.5}{30}$$

$$\bullet \ \frac{1}{R_{\rm ges}} = \frac{1.5}{30}$$

•
$$\frac{1}{R_{\rm ges}} = 0.05$$
 Umkehren: $R_{\rm ges} = 20\,\Omega$

2. Gesamtstrom I_{ges} mittels Ohm'schem Gesetz:

•
$$I = \frac{U}{R} \rightarrow I_{\rm ges} = \frac{12 \, \rm V}{20 \, \Omega} = 0.6 \, \rm A \, oder \, 600 \, mA$$

3. Teilströme I_1 **und** I_2 **:** Da die Spannung über jedem Widerstand in einer Parallelschaltung gleich ist, können wir das Ohm'sche Gesetz verwenden, um die Ströme zu berechnen:

•
$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{30 \Omega} = 0.4 \text{ A oder } 400 \text{ mA}$$

•
$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{12 \text{ V}}{60 \Omega} = 0.2 \text{ A oder } 200 \text{ mA}$$

Zusammengefasst:

•
$$R_{\rm ges} = 20 \,\Omega$$

•
$$I_{\text{ges}} = 600 \,\text{mA}$$

•
$$I_1 = 400 \,\mathrm{mA}$$

•
$$I_2 = 200 \,\mathrm{mA}$$

Beachte, dass die Summe der Teilströme $(I_1 + I_2)$ dem Gesamtstrom I_{ges} entspricht.

Drei Widerstände R_1 , R_2 und R_3 sind parallel geschaltet:

geg: zusätzlicher Widerstand R_3 von 90 Ohm.

Schaltplan: Widerstände parallel

1. Berechnung des Gesamtwiderstands $R_{\rm ges}$ einer Parallelschaltung:

$$\bullet \ \ \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\bullet \ \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{60\Omega} + \frac{1}{90\Omega}$$

•
$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1,8333}{30}$$

•
$$\frac{1}{R_{\rm ges}} = 0.06111$$
 Umkehren: $R_{
m ges} \approx 16.36\,\Omega$

2. Gesamtstrom I_{ges} mittels Ohm'schem Gesetz:

•
$$I = \frac{U}{R} \rightarrow I_{\rm ges} = \frac{12 \, {
m V}}{16,36 \, \Omega} \approx 0,733 \, {
m A}$$
 oder 733 mA

3. Teilströme I_1 , I_2 und I_3 :

•
$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{30 \Omega} = 0.4 \text{ A oder } 400 \text{ mA}$$

•
$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{12 \text{ V}}{60 \Omega} = 0.2 \text{ A oder } 200 \text{ mA}$$

•
$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{12 \text{ V}}{90 \Omega} \approx 0.133 \text{ A oder } 133 \text{ mA}$$

Zusammengefasst:

•
$$R_{\rm ges} \approx 16,36 \,\Omega$$

•
$$I_{\rm ges} \approx 733 \, {\rm mA}$$

•
$$I_1 = 400 \,\mathrm{mA}$$

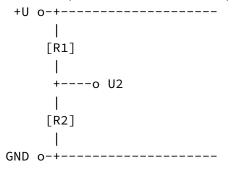
•
$$I_2 = 200 \,\mathrm{mA}$$

•
$$I_3 \approx 133 \,\mathrm{mA}$$

7 Unbelasteter Spannungsteiler

Ein unbelasteter Spannungsteiler bedeutet, dass kein Verbraucher an seinen Ausgängen angeschlossen ist und der gesamte Stromfluss durch die in Serie geschalteten Widerstände R_1 und R_2 geht.

Schaltplan: unbelasteter Spannungsteiler



- **1. Gesamtwiderstand** R_{ges} : Bei einer Reihenschaltung von Widerständen addieren sich die Widerstände einfach:
 - $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 = 30 \,\Omega + 60 \,\Omega = 90 \,\Omega$
- **2. Gesamtstrom** I_{ges} : Nach dem Ohmschen Gesetz berechnet sich der Strom, der durch eine Schaltung fließt, als:
 - $I = \frac{U}{R} \to I_{\rm ges} = \frac{12 \, \text{V}}{90 \, \Omega} = 0.1333 \, \text{A} = 133.3 \, \text{mA}$
- **3. Teilspannungen** U_1 **und** U_2 **:** Die Spannung, die an einem Widerstand in einer Reihenschaltung abfällt, ist direkt proportional zu seinem Widerstandswert.
 - $U_1 = I_{\text{ges}} \times R_1 = 133.3 \,\text{mA} \times 30 \,\Omega = 4 \,\text{V}$
 - $U_2 = I_{\rm ges} \times R_2 = 133.3 \, {\rm mA} \times 60 \, \Omega = 8 \, {\rm V}$

Zusammenfassung:

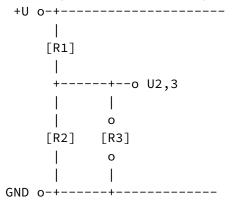
- $R_{\rm ges} = 90 \ \Omega$
- $I_{\text{ges}} = 133.3 \text{ mA}$
- $U_1 = 4 \text{ V}$
- $U_2 = 8 \text{ V}$

Wie erwartet, summiert sich die Spannung, die über R_1 und R_2 abfällt, zu der gesamten anliegenden Spannung von 12 V.

8 Belasteter Spannungsteiler

Hier soll ein Spannungsteiler betrachtet werden, bei dem R_1 in Serie zu einer Parallelschaltung aus R_2 und R_3 liegt.

Schaltplan: belasteter Spannungsteiler



1. Berechnen des Gesamtwiderstandes $R_{2,3}$ der Parallelschaltung von R_2 und R_3 :

•
$$R_{2,3} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{60 \Omega \times 90 \Omega}{60 \Omega + 90 \Omega} = \frac{5400}{150} = 36 \Omega$$

2. Gesamtwiderstand R_{ges} der gesamten Schaltung:

•
$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_{2,3} = 30 \,\Omega + 36 \,\Omega = 66 \,\Omega$$

3. Gesamtstrom I_{ges} :

•
$$I_{\rm ges} = \frac{U}{R_{\rm ges}} = \frac{12 \, {
m V}}{66 \, \Omega} = 0.1818 \, {
m A} = 181.8 \, {
m mA}$$

4. Teilspannungen U_1 und $U_{2,3}$:

•
$$U_1 = I_{\text{ges}} \times R_1 = 181.8 \,\text{mA} \times 30 \,\Omega = 5.4545 \,\text{V}$$

• Parallelschaltung:
$$U_{2,3}=I_{\rm ges}\times R_{2,3}=181.8\,{\rm mA}\times 36\,\Omega=6.5454\,{\rm V}$$

5. Teilströme I_1 und I_2 durch R_1 bzw. R_2 (und R_3):

• Der Strom durch R_1 ist der Gesamtstrom:

-
$$I_1 = I_{\text{ges}} = 181.8 \,\text{mA}$$

• Der Strom I_2 durch R_2 :

-
$$I_2 = \frac{U_{2,3}}{R_2} = \frac{6,5454 \text{ V}}{60 \Omega} = 109,1 \text{ mA}$$

• Da R_2 und R_3 parallel geschaltet sind und die gleiche Spannung $U_{2,3}$ abfällt, ist der Strom durch R_3 :

-
$$I_3 = \frac{U_{2,3}}{R_3} = \frac{6,5454 \text{ V}}{90 \Omega} = 72,7 \text{ mA}$$

Zusammenfassung:

- $R_{\rm ges} = 66\,\Omega$
- $I_{\text{ges}} = 181.8 \text{ mA}$
- $U_1 = 5.45 \text{ V}$
- $U_{2,3} = 6,55 \text{ V}$
- $I_1 = I_{\text{ges}}$
- $I_2 = 109,1 \text{ mA}$
- $I_3 = 72.7 \text{ mA}$

9 Ruhestrom berechnen

Spannung über Sicherung messen

$$I_{ ext{Teilsystem}} = rac{U_{ ext{Spannung}}}{R_{ ext{Sicherung}}}$$

Tab. 1

1ab. 1	
Standard-Sicherung	R _{Sicherung}
5 A	15 m Ω
10 A	7,5 m Ω
15 A	4,5 m Ω
20 A	3,3 m Ω
25 A	2,1 m Ω
30 A	1,6 m Ω

Tab. 2

Mini-Sicherung	R _{Sicherung}
5 A	16,7 mΩ
7,5 A	10 m Ω
10 A	$_7\mathrm{m}\Omega$

Beispiel: Teilsystem wird über 20 A Standard-Sicherung abgesichert.

An der Sicherung wird eine Spannung von 5,2 mV gemessen.

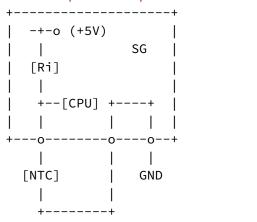
• Ruhestrom berechnen:
$$I_{\text{Teilsystem}} = \frac{U_{\text{Spannung}}}{R_{\text{Sicherung}}} = \frac{5.2 \text{ mV}}{3.3 \text{ m}\Omega} = 1.58 \text{ A}.$$

10 Temperatursensor NTC / PTC

- NTC: Je höher die Temperatur wird, desto niedriger ist ihr Widerstandswert.
- PTC: Je höher die Temperatur wird, desto größer ist ihr Widerstandswert.

Kennlinie des temperaturabhängigen Widerstands bestimmen

Schaltplan: Temperatursensor NTC + SG



Meßwiderstand = Innenwiderstand R_i im SG berechnen:

Gegeben: $U_0 = 5 \text{ V}$, $I_0 = 2.5 \text{ mA} = 0.0025 \text{ A}$ (Werte messen, Stecker trennen am SG)

•
$$R_i = \frac{U_0}{I_0} = \frac{5 \text{ V}}{0.0025 \text{ A}} = 2000\Omega = 2 \text{ k}\Omega$$

Widerstandswert des Sensors berechnen:

NTC Warm: $U_{Sensor1} = 0.5 \text{ V}$ (gemessen im laufenden Betrieb)

•
$$R_{\text{Sensor1}} = \frac{U_{\text{Sensor1}} \times R_i}{U_0 - U_{\text{Sensor1}}} = \frac{0.5 \times 2000}{5 - 0.5} = \frac{1000}{4.5} = 222,22 \ \Omega$$

NTC Kalt: $U_{Sensor2} = 4.5 \text{ V}$ (gemessen im laufenden Betrieb)

•
$$R_{\text{Sensor2}} = \frac{U_{\text{Sensor2}} \times R_i}{U_0 - U_{\text{Sensor2}}} = \frac{4,5 \times 2000}{5 - 4,5} = \frac{9000}{0,5} = 18000 \ \Omega = 18 \ \text{k}\Omega$$

Zusammengefasst:

- SG Innenwiderstand: $R_i = 2 \text{ k}\Omega$
- NTC Warm: $R_{Sensor1} = 222,22 \ \Omega \rightarrow U_{Sensor1} = 0,5 \ V$
- NTC Kalt: $R_{\text{Sensor2}} = 18 \text{ k}\Omega \rightarrow U_{\text{Sensor2}} = 4.5 \text{ V}$

11 PWM - pulsweitenmoduliertes Signal

PWM-Signal:

- Frequenz: Das ist die Anzahl der Pulse pro Sekunde, gemessen in Hertz (Hz). Diese Frequenz bleibt in den meisten PWM-Systemen konstant.
- Tastverhältnis: Das ist das Verhältnis der Dauer, in der das Signal eingeschaltet (High) ist, im Vergleich zur gesamten Periodendauer des Signals. Das Tastverhältnis wird oft in Prozent ausgedrückt und zeigt an, welcher Teil der Periode das Signal aktiv ist.
 - 100% Tastverhältnis: Das Signal ist ständig eingeschaltet (high).
 - o% Tastverhältnis: Das Signal ist ständig ausgeschaltet (low).
 - 50% Tastverhältnis: Das Signal ist genau die Hälfte der Zeit eingeschaltet und die andere Hälfte ausgeschaltet.

1. Berechnung der Periodendauer T

- Gegeben: f = 200 Hz
- Ansteuerfrequenz: $f = \frac{1}{T}$
- Umstellen: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{200 \text{ Hz}} = 0.005 \text{ s} = 5 \text{ ms}$

2. Berechnung der Einschaltzeit t_{ein}

- Gegeben: $TV_{\%} = 70\%$
- $TV_{\%} = \frac{t_{ein}}{T} \times 100\% \Rightarrow t_{ein} = TV_{\%} \times T = 0.70 \times 5 \text{ ms} = 3.5 \text{ ms}$

3. Berechnung der Ausschaltzeit t_{aus}

- Die gesamte Periode T setzt sich aus der Summe von t_{ein} und t_{aus} zusammen:
- $T = t_{ein} + t_{aus} \Rightarrow t_{aus} = T t_{ein} = 5 \text{ ms} 3.5 \text{ ms} = 1.5 \text{ ms}$

4. Berechnung des Tastverhältnisses TV

•
$$TV = \frac{t_{ein}}{t_{aus}} = \frac{3.5 \text{ ms}}{1.5 \text{ ms}} = 2.33$$

Zusammengefasst:

- Periodendauer T = 5 ms
- Einschaltzeit $t_{ein} = 3.5 \text{ ms}$
- Ausschaltzeit $t_{aus} = 1.5 \text{ ms}$
- Tastverhältnis TV = 2,33

Hinweis: Das berechnete Tastverhältnis TV von 2,33 besagt, dass die »Einschaltzeit« 2,3x so lang ist wie die »Ausschaltzeit«. Das gegebene $TV_{\%}$ von 70% gibt den Prozentsatz der Periodendauer an, während der Impuls »ein« ist.

11.1 Regelfrequenz berechnen

T ist die Periodendauer: $f = \frac{1}{T}$

Um die Periodendauer für eine einzelne Periode zu finden, teilen wir die gegebene Gesamtdauer durch die Anzahl der Perioden:

- 1. Oszi (geg: 4x Perioden = 20 s):
 - Periodendauer: $T_1 = \frac{20 \text{ s}}{4} = 5 \text{ s}$
 - Frequenz: $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{5 \text{ s}} = 0.2 \text{ Hz}$
- 2. Oszi (geg: 5x Perioden = 50 ms):
 - Periodendauer: $T_2 = \frac{50 \text{ ms}}{5} = 10 \text{ ms} = 0.01 \text{ s}$
 - Frequenz: $f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.01 \text{ s}} = 100 \text{ Hz}$

Zusammenfassung:

- Für 4x Perioden = 20 s, $f_1 = 0.2$ Hz
- Für 5x Perioden = 50 ms, $f_2 = 100 \text{ Hz}$

11.2 Beispiel einer LED-Helligkeitssteuerung mittels Pulsweitenmodulation

Angabe: Wir wollen die Helligkeit einer LED mit einer Pulsweitenmodulation (PWM) bei einer konstanten Frequenz von 100 Hz steuern. Das bedeutet, es gibt 100 Pulse pro Sekunde. Die volle Periodendauer eines Pulses beträgt demzufolge:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100 \text{ Hz}} = 0.01 \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

Ziel: Die LED soll nur zu 40% ihrer maximalen Helligkeit leuchten.

Lösung: Um die LED mit 40% ihrer maximalen Helligkeit zu betreiben, setzen wir das Tastverhältnis auf: TV = 40% = 0.4

Das bedeutet, dass das PWM-Signal für 40% der gesamten Periodendauer »ein« und für die restlichen 60% »aus« sein wird.

Berechnen der »Einschaltzeit«: $t_{ein} = TV \times T = 0.4 \times 10 \text{ ms} = 4 \text{ ms}$

Die »Ausschaltzeit« ist: $t_{aus} = T - t_{ein} = 10 \text{ ms} - 4 \text{ ms} = 6 \text{ ms}$

Quelle: Jan Unger Datum: 30. Juli 2023

Ergebnis: Um die LED mit 40% ihrer maximalen Helligkeit zu betreiben, sollte das PWM-Signal für 4 ms einer 10 ms Periode »ein« und für die restlichen 6 ms »aus« sein.

Thema: Mathe - Kfz-Elektrik

Quelle: Jan Unger Datum: 30. Juli 2023

12 FM - frequenzmoduliertes Signal für Drehstrommotoren

Wie es funktioniert: Ein Drehstrommotor dreht sich aufgrund des rotierenden Magnetfelds, das durch die dreiphasige Wechselspannung erzeugt wird. Die Geschwindigkeit des Motors hängt von der Frequenz dieses Magnetfelds ab. Ein Frequenzumrichter steuert die Geschwindigkeit des Motors, indem er die Frequenz der zugeführten Energie verändert.

Gegeben: Ein Drehstrommotor mit einer Nennleistung von 5 kW und einer Nenndrehzahl von 1500 U/min wird für einen Antrieb verwendet. Der Motor ist für eine Netzspannung von 400 V und eine Frequenz von 50 Hz ausgelegt. Die Produktionsanforderung verlangt nun eine Reduzierung der Motorleistung auf 50 %, d.h. die Drehzahl muss auf die Hälfte reduziert werden.

Fragestellung: Wie muss die Frequenz eingestellt werden, um die gewünschte Drehzahl zu erreichen?

Lösung:

Die Geschwindigkeit eines Drehstrommotors ist direkt proportional zur Frequenz. Wenn die Drehzahl halbiert werden soll, muss auch die Frequenz halbiert werden.

- Drehzahlverhältnis: Verhältnis = $\frac{\text{gewünschte Drehzahl}}{\text{Nenndrehzahl}} = \frac{750 \text{ U/min}}{1500 \text{ U/min}} = 0,5$
- Neue Frequenz = Nennfrequenz \times Verhältnis = 50 Hz \times 0,5 = 25 Hz

Ergebnis: Um die Drehzahl des Motors auf 750 U/min zu reduzieren, sollte die Frequenz des Frequenzumrichters auf 25 Hz eingestellt werden.

Thema: Mathe - Kfz-Elektrik Seite 18 von 37

13 Widerstand

Spannungsteiler unbelastet

$$U_{out} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \times U_{in}$$

nach R_2 umzustellen: $R_2 = \frac{U_{out} \times R_1}{U_{in} - U_{out}}$

1. Berechnung von R_2

gegebene Werte: $U_{out} = 3.3V \ U_{in} = 4.982V \ R_1 = 1 \ \text{k}\Omega$

Formel für
$$R_2$$
: $R_2 = \frac{U_{out} \times R_1}{U_{in} - U_{out}} = \frac{3.3V \times 1 \text{ k}\Omega}{4.982V - 3.3V} = \frac{3.3 \text{ k}\Omega}{1.682V} \approx 1.96 \text{ k}\Omega$

2. Berechnung von U_1 und U_2

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Da $U_2 = U_{out} = 3.3V$, können wir U_1 berechnen:

$$U_1 = U_2 \times \frac{R_1}{R_2} = 3.3V \times \frac{1 \text{ k}\Omega}{1.96 \text{ k}\Omega} \approx 1.683V$$

Zur Überprüfung: $U_1 + U_2 = 1.683V + 3.3V = 4.983V$

3. Überprüfung mit der dritten Formel:

$$\frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \to I_{\text{ges}} = I_1 = I_2$$

$$\frac{4.982V}{1 \text{ k}\Omega + 1.96 \text{ k}\Omega} = \frac{1.683V}{1 \text{ k}\Omega} = \frac{3.3V}{1.96 \text{ k}\Omega}$$

Beide Seiten der Gleichung sollten denselben Wert für den Gesamtstrom durch den Teiler liefern, und daher sollte die Gleichung korrekt sein.

Insgesamt haben wir R_2 als ungefähr 1.96k und U_1 als 1.683V berechnet.

13.1 LDR + Widerstand + LED

Gegeben ist eine Schaltung mit einer Spannungsquelle von 4.982V, einem Strom von 0.58mA, einem Widerstand von 984 Ohm (1k) und einem LDR (Lichtabhängigen Widerstand) im hellen Zustand mit einem Widerstand von 1,7k Ohm in Reihe.

- a) Berechnen Sie die Gesamtleistung der Schaltung.
- b) Berechnen Sie die Leistung, die am Widerstand von 984 Ohm abfällt.
- c) Beurteilen Sie, ob ein 1/4 Watt Widerstand für diese Anwendung ausreichend ist.

1. Berechnung der Gesamtleistung P_{ges}

$$P_{\text{ges}} = U \times I = 4.982V \times 0.58mA = 2.88956 \,\text{mW} \approx 2.89 \,\text{mW}$$

2. Berechnung der Leistung am Widerstand P_R

$$P_R = I^2 \times R = (0.58mA)^2 \times 984 \Omega = 0.336064 \,\text{mW} \approx 0.34 \,\text{mW}$$

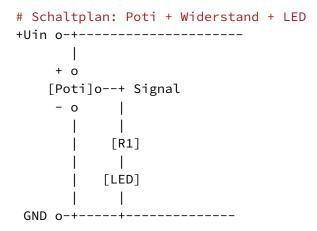
3. Bewertung des 1/4 Watt Widerstands

Ein 1/4 Watt Widerstand kann 250 mW (0.25W) an Leistung aushalten. Da die Leistung am Widerstand nur ungefähr 0.34 mW beträgt, ist dies weit unter der zulässigen Leistung des Widerstands. Daher ist der 1/4 Watt Widerstand mehr als ausreichend.

13.2 Poti + Widerstand + LED

Gegeben ist eine Schaltung mit einer Eingangsspannung von 4.982V und einem Gesamtstrom von 1.25mA. Ein Strom von 1.21mA fließt durch einen 1k Widerstand (genau 0.984k), und der Rest des Stroms fließt durch ein 100k Potenziometer, welches aktuell auf 95.3k eingestellt ist. Die beiden Elemente sind in Reihe geschaltet, und der 1k Widerstand ist für 1/4 Watt spezifiziert.

- a) Berechnen Sie die Leistung, die am 1k Widerstand abfällt.
- b) Ermitteln Sie die Gesamtleistung der Schaltung.
- c) Beurteilen Sie, ob der 1/4 Watt Widerstand für diese Schaltung geeignet ist.



1. Leistung am Widerstand R_1 berechnen

$$P_{R_1} = I_1^2 \times R_1 = (1.21 mA)^2 \times 0.984 \,\mathrm{k\Omega} = 1.4408324 \,\mathrm{mW} \approx 1.44 \,\mathrm{mW}$$

2. Gesamtleistung berechnen

$$P_{\text{ges}} = U \times I_{\text{ges}} = 4.982V \times 1.25 mA = 6.2275 \,\text{mW} \approx 6.23 \,\text{mW}$$

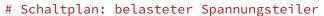
3. Beurteilung des 1/4 Watt Widerstands

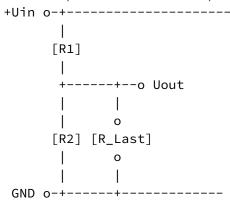
Ein 1/4 Watt Widerstand kann 250 mW aufnehmen. Die berechnete Leistung am Widerstand R_1 beträgt nur 1.44 mW, was weit unter 250 mW liegt. Daher ist der 1/4 Watt Widerstand mehr als ausreichend.

13.3 Spannungsteiler belastet

Ein belasteter Spannungsteiler besteht aus einer Eingangsspannung von 5V und einer Ausgangsspannung von 3,3V. Zwei Widerstände R_1 und R_2 sind in Reihe geschaltet, wobei R_2 parallel zu einem Lastwiderstand R_{Last} liegt. Der Laststrom I_3 beträgt 10mA, und der Strom I_2 durch R_2 soll 10% von I_3 betragen.

- a) Bestimmen Sie die Widerstandswerte R_1 und R_2 .
- b) Berechnen Sie die Teilströme I_1 und I_2 .
- c) Ermitteln Sie die Leistung an R_1 und R_2 unter Verwendung der Formel $P = U^2/R$.
- d) Beurteilen Sie, ob ein 1/4-Watt-Widerstand für R_1 und R_2 ausreichend ist.





1. Berechnung von R_1 und R_2

Wenn U_{out} oder U_2 gleich 3,3V ist, dann ist U_1 (die Spannung über R_1):

$$U_1 = U_{in} - U_{out} = 5V - 3.3V = 1.7V$$

Da
$$I_2$$
 10% von I_3 ist: $I_2 = 0.1 \times I_3 = 0.1 \times 10mA = 1mA$

Da
$$I_2$$
 der Strom durch R_2 ist: $R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{3.3V}{1mA} = 3.3 \text{ k}\Omega$

Für R_1 gilt, dass der gesamte Strom $I_{\rm ges}$ durch R_1 fließt:

$$I_{\text{ges}} = I_2 + I_3 = 1mA + 10mA = 11mA$$

Daraus folgt:
$$R_1 = \frac{U_1}{I_{\rm ges}} = \frac{1.7V}{11mA} \approx 154.5 \, \Omega$$

3. Berechnung der Leistung an R_1 und R_2

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{(1,7V)^2}{154,5\Omega} \approx 18,63 \,\mathrm{mW}$$

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{(3,3V)^2}{3,3\,\mathrm{k}\Omega} \approx 3.3\,\mathrm{mW}$$

Somit haben wir $R_1 \approx 154.5 \,\Omega$, $R_2 = 3.3 \,\mathrm{k}\Omega$, $P_1 \approx 18.63 \,\mathrm{mW}$ und $P_2 \approx 3.3 \,\mathrm{mW}$.

Beurteilung des 1/4-Watt-Widerstands:

Quelle: Jan Unger Datum: 30. Juli 2023

Ein 1/4-Watt-Widerstand kann eine Leistung von 250 mW (0.25W) aushalten.

Betrachtet man die Leistung an R_1 und R_2 :

 $P_1 \approx 18,63\,\mathrm{mW}$ - dies liegt deutlich unter der zulässigen Leistung.

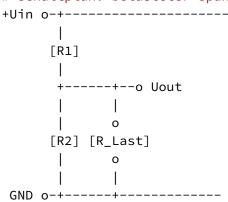
 $P_2 \approx 3.3 \,\mathrm{mW}$ - dies liegt deutlich unter der zulässigen Leistung.

Thema: Mathe - Kfz-Elektrik Seite 23 von 37

Ein belasteter Spannungsteiler besteht aus einer Eingangsspannung von 9 V und einer Ausgangsspannung von 5 V. Zwei Widerstände R_1 und R_2 sind in Reihe geschaltet, wobei R_2 parallel zu einem Lastwiderstand R_{Last} liegt. Der Laststrom I_3 beträgt 20 mA, und der Strom I_2 durch R_2 soll 10 % von I_3 betragen.

- a) Bestimmen Sie die Widerstandswerte R_1 und R_2 .
- b) Berechnen Sie die Teilströme I_1 und I_2 .
- c) Ermitteln Sie die Leistung an R_1 und R_2 unter Verwendung der Formel $P = U^2/R$.
- d) Beurteilen Sie, ob ein 1/4-Watt-Widerstand für R_1 und R_2 ausreichend ist.

Schaltplan: belasteter Spannungsteiler



a) Bestimmung von R_1 und R_2

Wenn U_{out} oder U_2 gleich 5V ist, dann ist U_1 (die Spannung über R_1):

$$U_1 = U_{in} - U_{out} = 9V - 5V = 4V$$

Da I_2 10% von I_3 ist:

$$I_2 = 0.1 \times I_3 = 0.1 \times 20mA = 2mA$$

Da I_2 der Strom durch R_2 ist:

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{5V}{2mA} = 2.5 \,\mathrm{k}\Omega$$

Für R_1 gilt, dass der gesamte Strom I_{ges} durch R_1 fließt:

$$I_{\text{ges}} = I_2 + I_3 = 2mA + 20mA = 22mA$$

Daraus folgt:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_{\rm ges}} = \frac{4V}{22mA} \approx 181.8\,\Omega$$

b) Berechnung von I_1 und I_2

 I_2 wurde bereits oben berechnet und ist 2mA.

 I_1 ist gleich I_{ges} , also $I_1 = 22mA$.

c) Berechnung der Leistung an R_1 und R_2

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{(4V)^2}{181.8\,\Omega} \approx 88.07mW$$

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{(5V)^2}{2.5 \,\mathrm{k}\Omega} \approx 10 \,\mathrm{mW}$$

d) Beurteilung des 1/4-Watt-Widerstands:

Ein 1/4-Watt-Widerstand kann eine Leistung von 250mW (0.25W) aushalten.

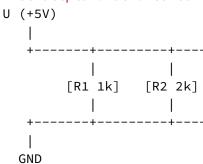
Für R_1 , $P_1 \approx 88.07 mW$ - dies liegt unter der zulässigen Leistung von 250mW, daher ist der 1/4-Watt-Widerstand für R_1 ausreichend.

Für R_2 , $P_2 \approx 10mW$ - auch dies liegt deutlich unter der zulässigen Leistung von 250mW, daher ist der 1/4-Watt-Widerstand auch für R_2 ausreichend.

13.4 Stromteiler

Gegeben ist eine Parallelschaltung mit den folgenden Werten:

- *U* = 5 V
- $R_1 = 1k = 1000 \text{ Ohm}$
- $R_2 = 2k = 2000 \text{ Ohm}$
- # Schaltplan: Stromteiler



1. **Gesamtwiderstand** R_{ges} **der Parallelschaltung**: Da R_1 und R_2 parallel geschaltet sind, gilt:

$$\frac{1}{R_{\rm ges}} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} = \frac{1}{1000~\Omega} + \frac{1}{2000~\Omega} = 0.0015 \approx 666.67~\Omega$$

2. **Ströme** I_1 **und** I_2 : Mit dem Ohmschen Gesetz $I = \frac{U}{R}$:

$$I_1=\frac{U}{R1}=\frac{5 \text{ V}}{1000 \Omega}=5 \text{ mA } I_2=\frac{U}{R2}=\frac{5 \text{ V}}{2000 \Omega}=2.5 \text{ mA}$$

3. Gesamtstrom I_{ges} : In einer Parallelschaltung addieren sich die Ströme:

$$I_{\text{ges}} = I1 + I2 = 5 \text{ mA} + 2.5 \text{ mA} = 7.5 \text{ mA}$$

4. Gesamtleistung P_{ges} :

$$P_{\text{ges}} = U \times I_{\text{ges}} = 5 \text{ V} \times 7.5 \text{ mA} = 37.5 \text{ mW}$$

5. Leistung an Widerstand R_1 und R_2 :

$$P_{\rm R_1} = I1^2 \times R1 = (5 \text{ mA})^2 \times 1000 \ \Omega = 25 \text{ mW} \ P_{\rm R_2} = I2^2 \times R2 = (2.5 \text{ mA})^2 \times 2000 \ \Omega = 12.5 \text{ mW}$$

Zusammengefasst:

- $R_{\rm ges} \approx 666.67 \ \Omega$
- $I_1 = 5 \text{ mA}$
- $I_2 = 2.5 \text{ mA}$
- $I_{\rm ges} = 7.5 \, {\rm mA}$

- $P_{\rm ges} = 37.5 \text{ mW}$
- $P_{R_1} = 25 \text{ mW}$
- $P_{R2} = 12.5 \text{ mW}$

Aufgabe:

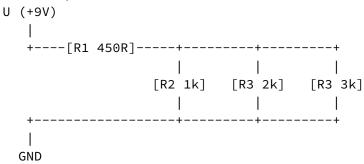
Eine Schaltung besteht aus einem Widerstand R_1 und einer Parallelschaltung von R_2 , R_3 und R_4 . Gegeben sind:

- Gesamtspannung U = 9 V
- Widerstand $R_1 = 450$ Ohm
- Widerstand $R_2 = 1$ k = 1000 Ohm
- Widerstand $R_3 = 2k = 2000 \text{ Ohm}$
- Widerstand $R_4 = 3k = 3000$ Ohm

 R_2 , R_3 und R_4 sind parallel zu R_1 geschaltet.

Gesucht:

- 1. Den Gesamtwiderstand R_{ges} der Schaltung.
- 2. Den Gesamtstrom $I_{\rm ges}$ der durch die Schaltung fließt.
- 3. Den Spannungsfall U_1 über R_1 und den Spannungsfall U_2 über die Parallelschaltung.
- 4. Die Ströme I_1 , I_2 , I_3 und I_4 , die jeweils durch R_1 , R_2 , R_3 und R_4 fließen.
- # Schaltplan: Stromteiler



Lösung:

1. Berechnung von R_{ges}

Da R_2 , R_3 und R_4 parallel geschaltet sind:

$$\frac{1}{R_{++}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \to R_{++} = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{3000}} = 545.45~\Omega$$

Da R_1 in Reihe zur Parallelschaltung liegt:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_{++} = 450 \ \Omega + 545.45 \ \Omega = 995.45 \ \Omega$$

2. Berechnung von $I_{\rm ges}$

Mit Ohmschem Gesetz: $I = \frac{U}{R} \rightarrow I_{\rm ges} = \frac{9 \text{ V}}{995.45 \Omega} = 0.00903 \text{ A} = 9.03 \text{ mA}$

3. Berechnung von U_1 und U_2

$$U_1$$
 (an R_1) = $I_{\mathrm{ges}} \times R_1 = 9.03 \text{ mA} \times 450 \Omega = 4.06 \text{ V}$

Da die Parallelschaltung den gleichen Spannungsfall hat wie R_1 :

$$U_2$$
 (an Parallelschaltung) = 9 V -4.06 V = 4.94 V

4. Berechnung der Ströme I_1 , I_2 , I_3 und I_4

$$I_1 = I_{ges} = 9.03 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{4.94 \text{ V}}{1000 \Omega} = 4.94 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{4.94 \text{ V}}{2000 \Omega} = 2.47 \text{ mA}$$

$$I_4 = \frac{U_2}{R_4} = \frac{4.94 \text{ V}}{3000 \Omega} = 1.65 \text{ mA}$$

Aufgabe:

Zwei Spannungsquellen U_1 und U_2 sind parallel geschaltet. An U_1 ist ein Widerstand R_1 in Reihe geschaltet. Zusätzlich sind die Widerstände R_2 , R_3 und R_4 parallel zu R_1 und werden von U_2 gespeist. Die gegebenen Daten sind:

- $U_1 = 10 \text{ V}$
- $U_2 = 9 \text{ V}$
- $R_1 = 450 \text{ Ohm}$
- $R_2 = 1k$ Ohm (1000 Ohm)
- $R_3 = 2k$ Ohm (2000 Ohm)
- $R_4 = 3k$ Ohm (3000 Ohm)

Berechne die Ströme I_1 , I_2 , I_3 und I_4 , die jeweils durch R_1 , R_2 , R_3 und R_4 fließen.

Lösung:

Die Ströme durch die Widerstände R_2 , R_3 und R_4 werden durch U_2 bestimmt, während der Strom durch R_1 von der Differenz zwischen U_1 und U_2 abhängt.

1.
$$I_2 = \frac{U2}{R2} = \frac{9 \text{ V}}{1000 \Omega} = 9 \text{ mA}$$

2.
$$I_3 = \frac{U2}{R3} = \frac{9 \text{ V}}{2000 \Omega} = 4.5 \text{ mA}$$

3.
$$I_4 = \frac{U2}{R4} = \frac{9 \text{ V}}{3000 \Omega} = 3 \text{ mA}$$

4.
$$I_1 = \frac{U1 - U2}{R1} = \frac{10 \text{ V} - 9 \text{ V}}{450 \Omega} = 2.22 \text{ mA}$$

Zusammenfassung:

- $I_1 = 2.22 \text{ mA}$
- $I_2 = 9 \text{ mA}$
- $I_3 = 4.5 \text{ mA}$
- $I_4 = 3 \text{ mA}$

Quelle: Jan Unger Datum: 30. Juli 2023

13.5 Pull-up und Pull-down

14 Kondensator

14.1 Kondensatoren Parallel

Aufgabe: Gegeben sind drei Kondensatoren, die parallel geschaltet sind. Die Spannung U über den Kondensatoren beträgt 5 V. Die Kapazitäten der Kondensatoren sind wie folgt gegeben:

- $C_1 = 470 \ \mu \text{F}$
- $C_2 = 220 \ \mu \text{F}$
- $C_3 = 40 \ \mu F$

Berechne:

- a) Die Gesamtkapazität C_{ges} der parallelen Schaltung
- b) Die Gesamtladung Q_{ges} in der Schaltung
- c) Die Ladungen $Q_1, Q_2,$ und Q_3 der einzelnen Kondensatoren
- d) Die gespeicherte Energie W in der Schaltung

Energie: $W = \frac{C_{\text{ges}} \times U^2}{2}$

Schaltplan: Kondensatoren parallel

Lösung:

a) Für parallel geschaltete Kondensatoren gilt:

•
$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + C_3 = 470 \ \mu\text{F} + 220 \ \mu\text{F} + 40 \ \mu\text{F} = 730 \ \mu\text{F}$$

b) Die Gesamtladung auf einem Kondensator ist:

•
$$Q_{\text{ges}} = C_{\text{ges}} \times U = 730 \ \mu\text{F} \times 5V = 3650 \ \mu\text{C}$$

c) Die Ladungen der einzelnen Kondensatoren sind:

•
$$Q_1 = C_1 \times U = 470 \ \mu\text{F} \times 5V = 2350 \ \mu\text{C}$$

•
$$Q_2 = C_2 \times U = 220 \ \mu\text{F} \times 5V = 1100 \ \mu\text{C}$$

•
$$Q_3 = C_3 \times U = 40 \ \mu\text{F} \times 5V = 200 \ \mu\text{C}$$

d) Mit der gegebenen Formel ergibt sich die Energie:

•
$$W = \frac{730 \ \mu F \times (5V)^2}{2} = 9125 \ \mu J = 9.125 mJ$$

Quelle: Jan Unger Datum: 30. Juli 2023

Die Kondensatoren sind parallel geschaltet, daher haben alle Kondensatoren die gleiche Spannung von 5 V.

Thema: Mathe - Kfz-Elektrik

14.2 Kondensatoren in Reihe

Aufgabe:

Drei Kondensatoren sind in Reihe geschaltet. Gegeben sind ihre Kapazitäten:

- $C_1 = 470 \ \mu \text{F}$
- $C_2 = 220 \ \mu \text{F}$
- $C_3 = 40 \ \mu F$

Die Spannung über die gesamte Schaltung beträgt U = 5V.

Berechnen Sie:

- 1. Die Gesamtkapazität C_{ges} der in Reihe geschalteten Kondensatoren.
- 2. Die gespeicherte Ladung *Q* in der Schaltung.
- 3. Die gespeicherte Energie W in der Schaltung.

Schaltplan: Kondensatoren in Reihe

Berechnung:

- 1. Gesamtkapazität C_{ges} bei in Reihe geschalteten Kondensatoren:
- $\bullet \ \frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$
- 2. Die Ladung Q eines Kondensators berechnet sich als:
- $Q = C_{\text{ges}} \times U$
- 3. Die gespeicherte Energie W in einem Kondensator ist:
- $W = \frac{1}{2} \times C_{\text{ges}} \times U^2$

Lösung:

- 1. Gesamtkapazität: $\frac{1}{C_{\rm ges}} = \frac{1}{470} + \frac{1}{220} + \frac{1}{40} \approx 0.0316731141 \; C_{\rm ges} \approx 31.56 \; \mu {\rm F}$
- 2. Ladung: $Q = 31.56 \ \mu\text{F} \times 5V \approx 157.8 \ \mu\text{C}$

3. Energie: $W = \frac{1}{2} \times 31.56 \ \mu\text{F} \times (5V)^2 \approx 394.5 \ \mu\text{J}$

Zusammenfassend:

- $C_{\rm ges} \approx 31.56 \ \mu \rm F$
- $Q \approx 157.8 \ \mu\text{C}$
- $W \approx 394.5 \ \mu J$

14.3 RC-Glied

Aufgabe: Ein RC-Glied (Widerstand-Kondensator-Schaltung) mit einer Spannung von U=5V ist gegeben.

Beim Aufladen: Ein Schalter wird geschlossen. Ein Widerstand $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ und ein Kondensator $C_1 = 470 \ \mu\text{F}$ sind in Reihe geschaltet, während ein weiterer Widerstand R_2 parallel dazu liegt.

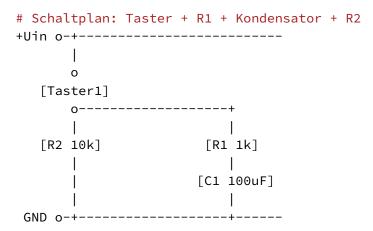
Beim Entladen: Der Schalter wird geöffnet, sodass $R_2=10~\mathrm{k}\Omega$, $R_1=1~\mathrm{k}\Omega$ und $C_1=470~\mu\mathrm{F}$ in Reihe liegen.

Bestimmen Sie die Zeitkonstante (τ):

- 1. Beim Aufladen.
- 2. Beim Entladen.

Berechnen Sie dann die benötigte Zeit sowohl beim Aufladen als auch beim Entladen:

- a) Erreichen von 63,2% der Spannung *U*
- b) Erreichen von 86,5% der Spannung *U*
- c) Erreichen von 95% der Spannung *U*



Lösung:

1. Zeitkonstante (τ): Die Zeitkonstante einer RC-Schaltung ist definiert als $\tau = R \times C$.

Beim *Aufladen*: Da R_2 parallel zu R_1 und C_1 liegt und keinen Einfluss auf den Aufladevorgang hat (der Strom fließt durch den Pfad mit dem geringsten Widerstand), beträgt der effektive Widerstand $R = R_1$:

• $\tau_{\text{aufladen}} = R_1 \times C_1 = 1 \text{ k}\Omega \times 470 \text{ } \mu\text{F} = 470 \text{ms}$

Beim *Entladen*: Hier sind R_1 und R_2 in Reihe:

• $\tau_{\text{entladen}} = (R_1 + R_2) \times C_1 = 11 \text{ k}\Omega \times 470 \mu\text{F} = 5.17s$

- 2. Zeit zum Erreichen eines bestimmten Prozentsatzes der Spannung: Die Spannung an einem Kondensator während des Ladevorgangs kann mit der folgenden Formel beschrieben werden:
- Ladevorgang: $U(t) = U_{\text{max}}(1 e^{-t/\tau})$
- Entladevorgang: $U(t) = U_{\text{max}}e^{-t/\tau}$
- a) 63,2% von U entspricht einer Zeit von τ :
- Aufladen: $t = \tau_{\text{aufladen}} = 470 ms$
- Entladen: $t = \tau_{\text{entladen}} = 5.17s$
- b) Für 86,5% von U setzen wir $U(t)=0.865\times U_{\rm max}$ in die Ladeformel ein und lösen nach t auf. Dies entspricht in etwa 2τ .
- Aufladen: $t \approx 2 \times 470ms = 940ms$
- Entladen: $t \approx 2 \times 5.17s = 10.34s$
- c) Für 95% von U setzen wir $U(t)=0.95\times U_{\rm max}$ in die Ladeformel ein und lösen nach t auf. Dies entspricht in etwa 3τ .
- Aufladen: $t \approx 3 \times 470ms = 1.41s$
- Entladen: $t \approx 3 \times 5.17s = 15.51s$

Zusammenfassung:

Beim Aufladen:

- a) 470 ms
- b) 940 ms
- c) 1.41 s

Beim Entladen:

- a) 5.17 s
- b) 10.34 s
- c) 15.51 s