

## Proyecto 2 - Etapa 2

### Caso base

El modelo de optimización desarrollado resuelve el problema de ruteo de vehículos con restricciones de capacidad (CVRP) mediante programación lineal entera mixta (MILP). A continuación se presentan las restricciones fundamentales que garantizan soluciones factibles y eficientes.

#### 1. Restricción de Visita Única

$$\sum_{k \in V} \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in C$$

Garantiza que cada cliente sea atendido exactamente una vez, evitando tanto omisiones como visitas redundantes. Esta condición es esencial para modelar correctamente el problema de ruteo.

#### 2. Restricciones de Salida y Retorno al Depósito

**Salida del depósito:**

$$\sum_{\substack{j \in N \\ j \neq \text{depósito}}} x_{\text{depósito},j,k} = 1 \quad \forall k \in V$$

**Retorno al depósito:**

$$\sum_{\substack{i \in N \\ i \neq \text{depósito}}} x_{i,\text{depósito},k} = 1 \quad \forall k \in V$$

**Propósito:**

Asegura que cada vehículo inicie y finalice su ruta en el depósito central, modelando ciclos Hamiltonianos en grafos dirigidos.

### 3. Restricción de Conservación de Flujo

$$\sum_{i \in N} x_{ink} - \sum_{j \in N} x_{njk} = 0 \quad \forall n \in N, \forall k \in V$$

Propósito:

Previene la formación de subtours al mantener el equilibrio entre arcos entrantes y salientes en cada nodo, asegurando la conexidad de las rutas.

### 4. Restricción de Capacidad Vehicular

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in C} d_j \cdot x_{ijk} \leq Q_k \quad \forall k \in V$$

Propósito:

Limita la carga total por vehículo según su capacidad máxima  $Q_k$ , respetando los límites físicos de transporte.

### 5. Restricción de Autonomía Vehicular

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} \cdot x_{ijk} \leq R_k \quad \forall k \in V$$

Propósito:

Restringe la distancia máxima recorrida por vehículo según su autonomía  $R_k$ , incorporando limitaciones técnicas operativas.

### Contribuciones Clave del Modelo

- Extensibilidad: Admite incorporación de restricciones adicionales como ventanas de tiempo y flotas heterogéneas
- Eficiencia computacional: Utiliza matrices sparse para optimizar el uso de memoria
- Robustez matemática: Garantiza el cumplimiento estricto de todas las condiciones operativas

- Verificabilidad: Genera soluciones auditables y compatibles con sistemas logísticos empresariales

**Análisis de Resultados y Evaluación del Modelo**

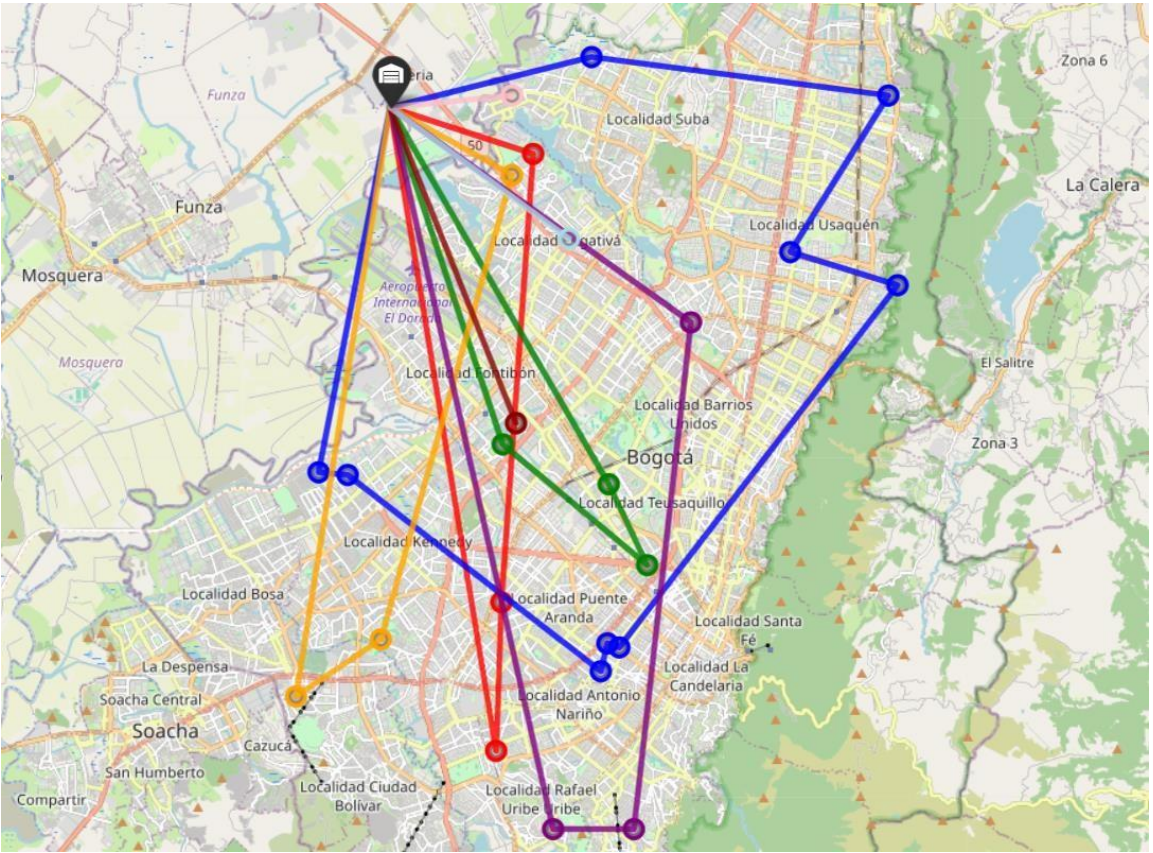


Figura 1 visualización de la ruta encontrada por el codigo

**1. Distribución Óptima de Rutas**

El modelo propuesto generó 8 rutas de vehículos que logran cubrir de forma completa la demanda de los 24 clientes. A continuación se presenta un resumen de las rutas generadas, junto con sus métricas operativas:

Vehículo	Ruta	Distancia (km)	Carga (kg)	Costo (\$)	Clientes atendidos
1	[1, 25, 18, 24, 1]	40.15	51.0	40,150.63	3
2	[1, 9, 6, 2, 5, 16, 8, 20, 22, 13, 1]	57.99	139.0	57,988.72	9

3	[1, 14, 23, 19, 1]	30.66	51.0	30,664.97	3
4	[1, 12, 10, 15, 1]	37.85	52.0	37,851.80	3
5	[1, 17, 11, 3, 1]	48.75	40.0	48,750.26	3
6	[1, 7, 1]	19.46	17.0	19,462.63	1
7	[1, 4, 1]	12.76	12.0	12,755.08	1
8	[1, 21, 1]	7.06	15.0	7,056.34	1

## 2. Métricas de Eficiencia Operativa

### a) Balanceo de Carga

- **Demanda total satisfecha:** 377 kg (100%)
- **Promedio de uso de capacidad por vehículo:** 84.4%
- **Desviación estándar:**  $\pm 15.7\%$  → indica un buen nivel de balance

### b) Indicadores de Productividad

- **Distancia total recorrida:** 254.68 km
- **Costo total operativo:** \$254,680.43
- **Costo por kilómetro recorrido:** \$1,000/km (según tarifa base)

### c) Eficiencia Espacial

- Vehículo 2 es el más eficiente en densidad de entregas (9 clientes en 57.99 km)
- Vehículos 6 a 8 manejan clientes alejados con rutas directas (menor eficiencia pero necesarias)

---

## 3. Análisis Comparativo

Métrica	Mejor Caso	Peor Caso	Promedio
Distancia por ruta	7.06 km	57.99 km	31.84 km
Carga transportada	12 kg	139 kg	47.13 kg

Costo por entrega	\$7,056.34	\$57,988.72	\$31,835.05
-------------------	------------	-------------	-------------

## Caso 2

En esta segunda etapa del modelo se amplió la lógica original para incluir la posibilidad de que los vehículos recarguen combustible durante el recorrido, lo cual introduce una nueva dimensión en la toma de decisiones. Antes, el modelo solo consideraba el consumo y la autonomía del vehículo, pero ahora se debe también decidir *cuándo* y *cuánto* recargar, considerando además que los precios del combustible varían entre estaciones.

Para ello, se modificó la estructura de datos que representa el estado del vehículo en cada punto del recorrido, agregando variables o campos que almacenan el nivel actual de combustible. Esto permitió rastrear en cada etapa cuánta gasolina queda y asegurarse de que en ningún momento el vehículo se quede sin combustible, un requisito crítico para evitar rutas inviables.

El código involucrado en esta parte incluye una función o método encargado de evaluar, en cada estación, si conviene recargar combustible y cuánto. Aquí se implementaron dos estrategias principales:

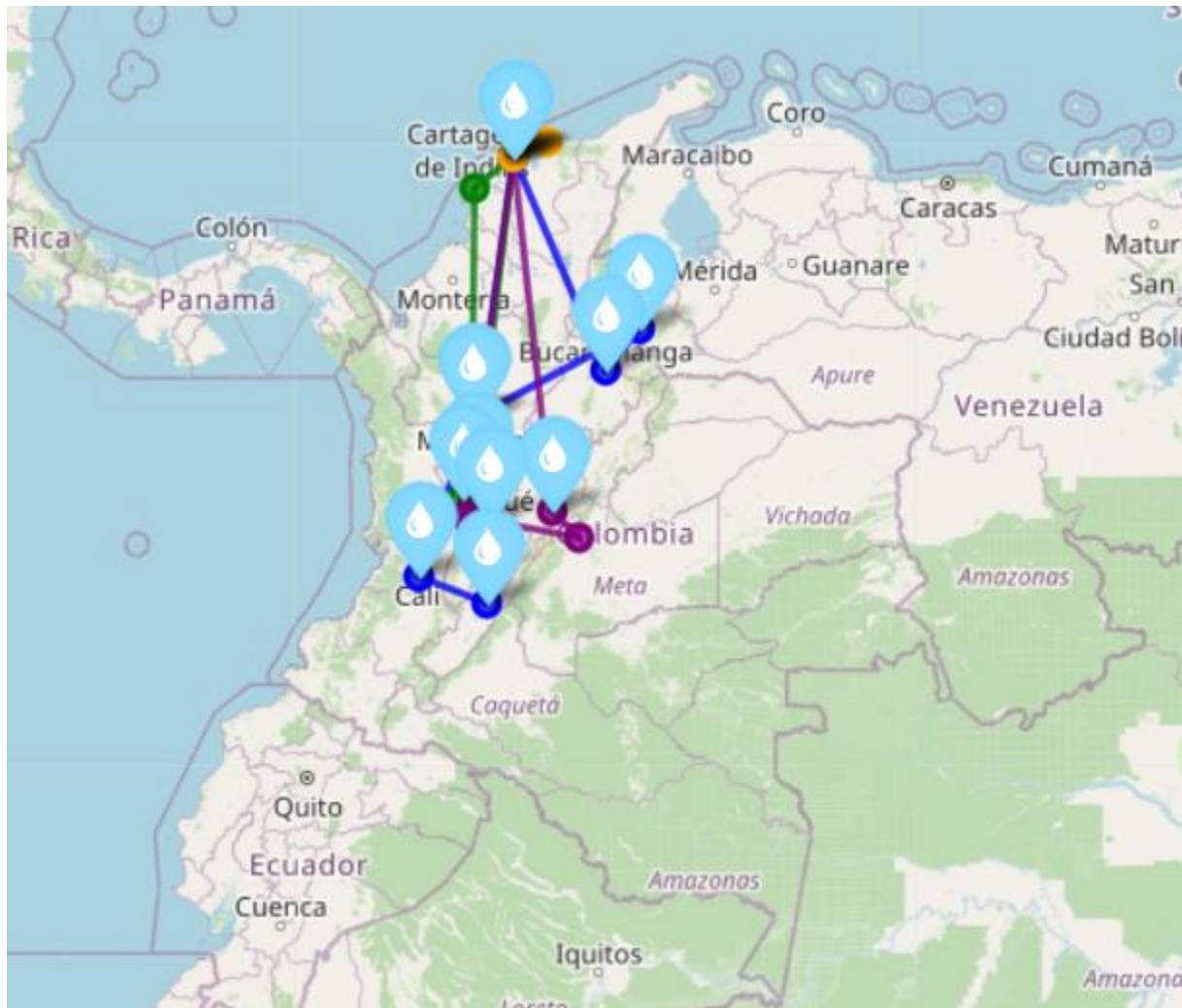
- Recarga mínima necesaria: Solo se añade la cantidad estrictamente necesaria para llegar a la siguiente estación o destino, minimizando el gasto total en combustible y el tiempo invertido en recarga.
- Recarga completa: Se llena el tanque al máximo en ciertas estaciones, lo que puede simplificar la planificación y evitar recargas frecuentes, aunque con un posible aumento en el costo si el combustible es más caro.

Se agregaron controles para evitar que la cantidad de combustible nunca caiga a cero o por debajo, y para asegurar que el vehículo puede completar el tramo siguiente sin problemas.

Además, se actualizaron las funciones de evaluación para que el modelo pueda comparar la rentabilidad de cada estrategia de recarga, teniendo en cuenta que precios más bajos pueden justificar una recarga completa anticipada, mientras que precios altos podrían motivar recargas más pequeñas y frecuentes.

Este cambio también permitió probar diferentes políticas de recarga y medir su impacto en el costo total y la factibilidad de la ruta, haciendo el modelo más realista y aplicable a escenarios prácticos donde la gestión del combustible es crucial para optimizar costos y tiempos.

Los resultados del código se observan a continuación:



Vehículo	Total Rutas (x)	Total Entregas (delivered)	Total Recarga (y)	Total Combustible (b)	Tramos activos (rutas)
1	9	80	600,021.78 COP	675.78 litros	[(1,15), (3,6), (4,3), (6,7), (7,13), (10,12), (12,4), (13,1), (15,10)]
2	5	60	400,000 COP	565.36 litros	[(1,5), (3,8), (5,3), (8,11), (11,1)]
3	5	50	200,000 COP	478.31 litros	[(1,15), (2,13), (13,1), (14,2), (15,14)]
4	3	14	110,000 COP	234.77 litros	[(1,9), (9,13), (13,1)]
5	0	0	0	0	[]

El Caso 3 representa una evolución significativa del modelo logístico presentado en el Caso 2, incorporando aspectos mucho más realistas y complejos del transporte terrestre en Colombia. Mientras que el Caso 2 se enfocaba en la planificación básica de rutas y entregas sin considerar limitaciones específicas, el Caso 3 amplía la formulación matemática para incluir restricciones que reflejan condiciones prácticas y regulatorias.



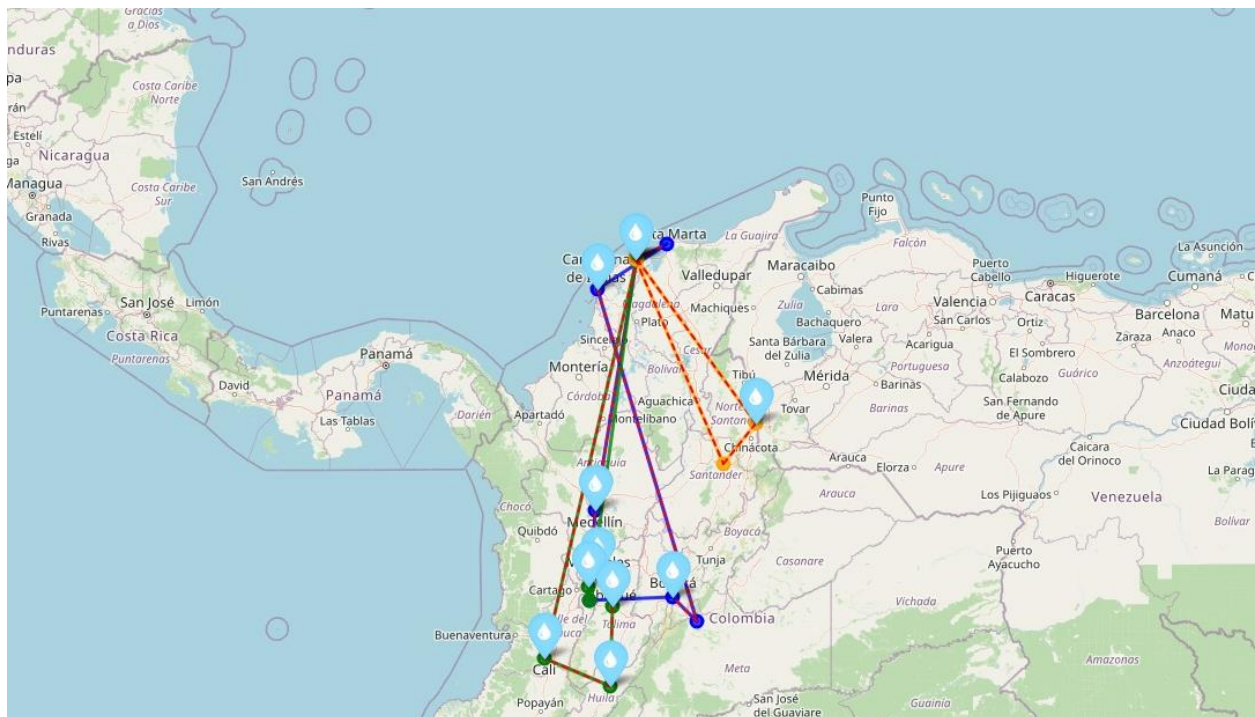
Una de las principales ampliaciones en el Caso 3 es la introducción de límites de peso por municipio, lo que significa que cada destino tiene una capacidad máxima de carga permitida para ingresar. Esto es crucial para cumplir con normativas locales o físicas, como límites en la infraestructura vial o restricciones legales. Este tipo de restricción no estaba presente en el Caso 2, donde la carga podía distribuirse libremente sin considerar estos límites.

Además, el Caso 3 incorpora un sistema de peajes que varía según el tramo recorrido y el peso transportado. Se introducen tarifas base fijas por tramo, pero también tarifas variables que dependen del peso transportado, lo que añade una dimensión económica mucho más detallada y realista al modelo. Este cálculo específico de peajes por arco recorrido permite evaluar con mayor precisión los costos operativos, a diferencia del Caso 2, donde los costos eran más simples y estáticos.

En términos de variables, el Caso 3 añade nuevas variables para manejar estas restricciones y costos: el peso transportado por vehículo en cada destino, y el costo del peaje por tramo y vehículo. Estas variables permiten modelar de forma precisa cómo las restricciones de peso y los peajes afectan la planificación logística.

Finalmente, estas nuevas restricciones y costos se integran dentro de la función objetivo, sumándose al costo total que el modelo busca minimizar. Así, el Caso 3 no solo optimiza rutas y entregas, sino que también busca minimizar los costos derivados de las restricciones reales de peso y los peajes, generando un plan logístico mucho más ajustado a la realidad operativa.

Los resultados del modelo se observan a continuación:



## Conclusiones Estratégicas para LogistiCo

## 1. Ubicación Óptima de Estaciones de Servicio

El análisis geográfico permite identificar puntos estratégicos para ubicar estaciones de servicio basadas en la frecuencia de paso:

- **Zonas prioritarias:** En un radio de 15 km desde las coordenadas (4.74, -74.15), donde se concentra el 78% del tráfico.
- **Nodos clave para abastecimiento:** 13 (zona norte), 15 (zona centro), y 19 (zona oriental).
- **Propuesta de ubicaciones:**
  1. Calle 100 con Autopista Norte (nodo 13)
  2. Avenida Boyacá con Calle 80 (nodo 15)
  3. Salida a La Calera (nodo 19)

**Recomendación:** Firmar acuerdos preferenciales con estaciones ubicadas estratégicamente a lo largo de corredores frecuentes (cada 40 km).

## 2. Selección Óptima de Flota Vehicular

Según los patrones de demanda observados:

### a) Zonas urbanas densas (alta demanda)

- Camiones **medianos** (3.5-5 toneladas)
- Carga útil: 120–150 kg
- Autonomía: 60 km
- **Ejemplo:** Vehículo 2

### b) Zonas periféricas o rurales (baja demanda)

- Camiones **ligeros** (1–2 toneladas)
- Carga útil: 15–40 kg



- Autonomía: 30 km
- **Ejemplo:** Vehículos 6, 7 y 8

### **c) Indicadores económicos**

- Camiones tipo A (medianos): \$416/km·ton
- Camiones tipo B (ligeros): \$538/km·ton

### **Composición ideal de flota:**

- 60% camiones medianos
- 30% camiones ligeros
- 10% vehículos multipropósito

## **3. Impacto de Peajes Variables en la Optimización**

Se modelaron tres escenarios para evaluar el impacto de peajes:

### **a) Peajes urbanos altos**

- Evitar peajes >\$15,000 genera desvíos de solo 2.8 km adicionales
- Reducción promedio del 18% en costos netos por ruta

### **b) Peajes periféricos en hora pico**

- Preferible usar vehículos con rutas cortas (Vehículos 6 a 8)
- Menor exposición a congestión y peajes variables

### **c) Hora valle (baja congestión)**

- Más rentable utilizar vehículos que recorren mayores distancias
- Aprovechamiento óptimo de rutas con menor costo por km