(UNIVERSIDAD DEL CAUCA)

(FACULTAD INGENIERIA CIVIL)

(TEMA :ECUACIONES DIFERENCIALES)

(presenta: JUAN JOSE ZAPATA RANGEL)

(presentado a : jhonatan C.)

(fecha:29/08/2022)

INTRODUCCION

en este documento realizado con un codigo en latex vamos a encontrar un breve resumen de lo que son las ecuaciones diferenciales asi como el tema relacionado con modelos lineales/sistema de resorte de masas econtraremos un resumen de este tema asi como un ejercicio resuelto ,sera una experiencia en la cual aprenderemos a realizar trabajos con esta excelente erramienta.

Capítulo 1

•ecuaciones diferenciales

las ecuaciones diferenciales son una ecuación que involucra a las derivadas de una función con la propia función y/o las variables de las que depende. En sus aplicaciones, las funciones generalmente representan cantidades y las derivadas son las tasas de variación de estas cantidades.la ecuación que relaciona diferentes funciones de cambio y da como resultado otra función sería una ecuación diferencial.

1.1. temas que me toco investigar

en el curso de verano que estamos cursando con el profe jhonnatan collazos se asignaron unos temas muy interesantes para que conocieramos mas a fondo sobre las ecuaciones diferenciales, los que me tocaron a mi son los siguientes :

1.2. Modelos Lineales : Problemas con valores iniciales

sistema resorte masa/movimiento libre no amortiguado•

Cuando hablamos de movimientos libres no amortiguados significa que no hay ninguna fuerza externa actuando sobre el sistema, no amortiguado significa que no hay nada que le ofrezca resistencia a la masa que se esta desplazando

1.2.1. LEY DE HOOKE

Suponga que un resorte se suspende verticalmente de un soporte

rígido y luego se le fi ja una masa m a su extremo libre. Por supuesto, la cantidad de alar- gamiento o elongación del resorte depende de la masa; masas con pesos diferentes

alargan el resorte en cantidades diferentes. Por la ley de Hooke, el resorte mismo ejerce

una fuerza restauradora F opuesta a la dirección de elongación y proporcional a la canti- dad de elongación s y es expresada en forma simple como F ks, donde k es una constan -

te de proporcionalidad llamada constante de resorte. El resorte se caracteriza en esen- cia por el número k. Por ejemplo, si una masa que pesa 10 libras hace que un resorte se

alargue $\frac{1}{2}pie$, entonces $10 = k\frac{1}{2}$ implica que $k = \frac{lib}{pie}$. Entonces necesariamente

una masa que pesa, digamos, 8 libras alarga el mismo resorte sólo $\frac{2}{5}$pie.

1.2.2. SEGUNDA LEY DE NEWTON

Después de que se une una masa m a un resorte, ésta alarga el resorte una cantidad s y logra una posición de equilibrio en la cual su peso W se equilibra mediante la fuerza restauradora ks. Recuerde que el peso se defi ne mediante W mg, donde la masa se mide en slugs, kilogramos o gramos y $g = \frac{32pie}{seg^2}$, $\frac{9{,}8m}{seg^2}$,o bien $\frac{908cm}{seg^2}$, respectivamente. la condición de equilibrio es $mg = ks$ o $mgks = 0$. Si la masa se desplaza por una cantidad x de su po- sición de equilibrio, la fuerza restauradora del resorte es entonces $k(x+s)$. Suponiendo que no hay fuerzas restauradoras que actúan sobre el sistema y suponiendo que la masa vibra libre de otras fuerzas externas movimiento libre se puede igualar la segunda ley de Newton con la fuerza neta o resultante de la fuerza restauradora y el peso.

1.3. ejemplo

Una masa que pesa 2 libras alarga 6 pulgadas un resorte. En $t = 0$ se libera la masa desde un punto que está 8 pulgadas abajo de la posición de equilibrio con una velocidad ascendente de $\frac{4}{3}\frac{pies}{s}$. Determine la ecuación de movimiento.

1.3.1. •solucion

Debido a que se está usando el sistema de unidades de ingeniería, las mediciones dadas en términos de pulgadas se deben convertir en pies:

$$6pulg = \frac{1}{2}pie; 8pulg = \frac{2}{3}pie.$$

Además, se deben convertir las unidades de peso dadas en libras aunidades de masa. De m Wg tenemos que

$$m = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}slug.$$

También, de la ley de Hooke,

$$2 = k\frac{1}{2}$$

implica que la constante de resorte es

$$k = 4\frac{lib}{pie}.$$

Por lo que, de la ecuación (1) se obtiene

$$\frac{1}{16}\frac{d^2x}{dt^2} = -4xo\frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 0$$

El desplazamiento inicial y la velocidad inicial son

$$x(0) = \frac{2}{3}, x`(0) = \frac{-4}{3}$$

donde el signo negativo en la última condición es una consecuencia del hecho de que a la masa se le da una velocidad inicial en la dirección negativa o hacia arriba. ahora

$$w^2 = 640w = 8$$

por lo que la solucion de la ecuacion diferencial es

$$x(t) = c1cos8t + c2sen8t$$

Aplicando las condiciones iniciales a x(t) y x'(t) se obtiene

$$c1 = \frac{2}{3} y c2 = \frac{-1}{6}$$

por lo tanto la ecuacion de movimiento es

$$x(t) = \frac{2}{3} cos 8t + \frac{-1}{6} sen 8t$$

1.3.2. conclusiones

al final de este documento lo gramos concluir que esta herramienta llamada latex nos facilita la realizacion de documentos matematicos , ahora hablando un poco del tema y lo que son las ecuaciones diferenciales pudimos complementar las informaciones que nos dio el profe jhonnatan y entender lo que podemos hacer utilizando estas herramientas.

1.3.3. bibliografia

-libro: ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera 7ma edicion.