

**Análisis Matemático I**  
Licenciatura en Ciencias de la Computación  
Licenciatura en Matemática Aplicada  
FAMAF, UNC — Año 2021

**Guía de Ejercicios N°5**

**Derivadas**

1. Calcule, usando la definición, las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 5x + 3$

b)  $f(x) = x^3 - x^2 + 2x$

c)  $f(x) = \sqrt{6 - x}$

2. Determine si la siguiente función es derivable en  $x = 0$ . En caso afirmativo obtenga  $f'(0)$ .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

3. Sea  $f$  la función dada por  $f(x) = |5x - 3|$ .

a) Determine  $f'^-(3/5)$  y  $f'^+(3/5)$ .

b) Demuestre que no existe  $f'(3/5)$ .

4. a) Use las definiciones de las derivadas laterales para calcular  $f'^-(4)$  y  $f'^+(4)$  si

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 5 - x & 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5 - x} & x \geq 4 \end{cases}$$

b) Determine el dominio de  $f$ .

c) Trace la gráfica de  $f$ .

d) ¿En qué puntos del dominio  $f$  es discontinua?

e) ¿Dónde  $f$  no es derivable?

**Cálculo de derivadas**

5. Calcule las derivadas de las siguientes funciones y simplifique lo máximo posible:

a)  $f(x) = x^7 - 5x^3 + 1$

b)  $f(x) = (x^2 - x)^4$

c)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

d)  $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2}$

e)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$

f)  $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

g)  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

h)  $f(x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$

i)  $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

- j)  $f(x) = \operatorname{sen}^2\left(\frac{1}{x}\right)$   
 k)  $f(x) = \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$   
 l)  $f(x) = \operatorname{arc sen}(x^2)$   
 m)  $f(x) = \operatorname{arc tg} \frac{1+x}{1-x} - \operatorname{arc tg} x$   
 n)  $f(x) = x \ln(x)$   
 ñ)  $f(x) = e^{\operatorname{sen} x}$   
 o)  $f(x) = (x^2 - x) e^{-x}$   
 p)  $f(x) = \ln(\sqrt{x})$   
 q)  $f(x) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$   
 r)  $f(x) = e^{\operatorname{sen} x^2}$   
 s)  $f(x) = x^x$   
 t)  $f(x) = x^{\operatorname{tg} x}$   
 u)  $f(x) = \log_x e$

6. Calcule la derivada segunda de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = (1 + x^2) \operatorname{arc tg} x$       b)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

7. Calcule la ecuación de las rectas tangentes a la curva  $y = \sqrt{3-x}$  en los puntos  $(-1,2)$ ,  $(2,1)$  y  $(-6,3)$ .

8. ¿Para qué valores de  $x$  son paralelas las tangentes de  $y = x^2$  e  $y = x^3$ ?

9. Demuestre que la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = 1/x$  en  $(a, 1/a)$  no corta a la gráfica de  $f$  más que en el punto  $(a, 1/a)$ . ¿Ocurre lo mismo con la tangente a  $g(x) = 1/x^2$  en  $(a, 1/a^2)$ ?

10. Deduzca la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto dado:

a)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1, \quad (-5, \frac{9}{4})$  (hipérbola)      b)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1, \quad (-1, 4\sqrt{2})$  (elipse)

### Material Extra

11. Calcule las derivadas de las siguientes funciones y simplifique lo máximo posible:

- a)  $f(x) = (1 + 3x^4)^5$   
 b)  $f(x) = (1 + x + x^2)^3$   
 c)  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^5}$   
 d)  $f(x) = (3x^2 + 3)(2x^2 + 1)$   
 e)  $f(x) = \frac{2x^3 + 5}{4x^2 + 7}$   
 f)  $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{(x-1)^3}$   
 g)  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$   
 h)  $f(x) = (2 + 5x^2)^{\frac{1}{3}}$   
 i)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x^2-2)}}$   
 j)  $f(x) = (5 - 3\cos x)^4$   
 k)  $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^3 x$   
 l)  $f(x) = \frac{1}{\operatorname{arc tg} x}$   
 m)  $f(x) = \operatorname{sen}^3 x - \cos^3 x$   
 n)  $f(x) = \frac{1}{3\operatorname{sen}^3 x} - \frac{1}{\cos x}$   
 ñ)  $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$   
 o)  $f(x) = \sqrt[3]{2^x + x}$   
 p)  $f(x) = \ln(\ln x)$   
 q)  $f(x) = \operatorname{arc cos} \sqrt{x}$   
 r)  $f(x) = \operatorname{arc sen}\left(\frac{1}{x^2}\right)$   
 s)  $f(x) = \frac{1 + \operatorname{sen}^2 x}{1 + \cos^2 x}$   
 t)  $f(x) = \ln\left(\frac{3x}{4}\right)$   
 u)  $f(x) = 7 \ln\left(x^{\frac{2}{5}}\right)$   
 v)  $f(x) = 4 \ln(\operatorname{sen}(x))$   
 w)  $f(x) = \ln(\operatorname{arc tg}(x))$