

¿Ya sabes resolver $(x+3)^2=4$?



Copyright 2013, MatematicaTuya

Derechos reservados

$$(x + 3)^2 = 4$$

Tomar raíz a
ambos miembros
de la ecuación

$$\sqrt{(x + 3)^2} = \pm\sqrt{4}$$

Sabiendo que la raíz
negativa aporta otra
solución

$$x + 3 = \pm 2$$

Se tiene dos
soluciones

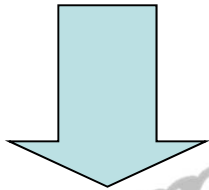
$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet x_1 + 3 = +2 \\ \bullet x_2 + 3 = -2 \end{array} \right.$$

Se despeja

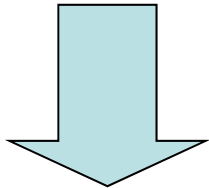
$$\bullet x_1 = -1$$

$$\bullet x_2 = -5$$

¿Puedes llevar una ecuación cuadrática a la forma $(ax+b)^2=c$?



por ejemplo $x^2-6x-4=0$



si la llevas a la forma $(ax+b)^2=c$ la puedes resolver como el ejemplo anterior

**La ecuación $x^2-6x-4=0$ la podemos
llevar a la forma $(ax+b)^2=c$
completando un cuadrado**

MatematicaTuya.com

**Vamos a resolver la ecuación $x^2-6x-4=0$
llevándola a la forma $(ax+b)^2=c$, usando
la técnica de completando cuadrados**

Una clave del método:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

EJEMPLO Resolver la ecuación $x^2-6x-4=0$

SOLUCIÓN: Dejamos los términos en x en un lado de la ecuación

$$\underbrace{x^2 - 6x}_{\text{MatematicaTuya.com}} = 4$$

Identificamos con los dos primeros términos del desarrollo del binomio al cuadrado $(a-b)^2$

Recuerda:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

EJEMPLO Resolver la ecuación $x^2-6x-4=0$

SOLUCIÓN:

Tenemos que identifica a y b

$$x^2 - 6x = 4$$



$$a^2 \quad 2ab$$

Por ahora, no le prestes atención al signo

Falta b^2

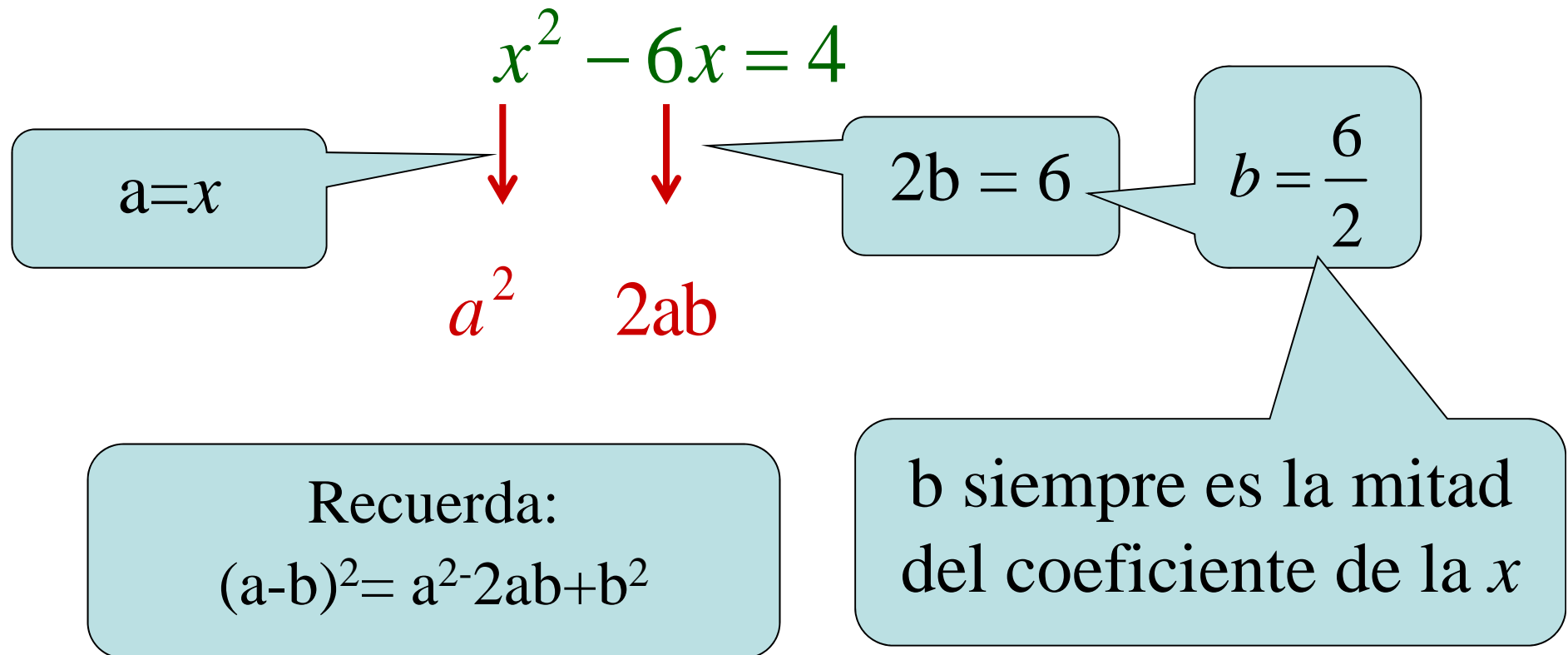
Recuerda:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

EJEMPLO Resolver la ecuación $x^2 - 6x - 4 = 0$

SOLUCIÓN:

Tenemos que identifica a y b



EJEMPLO

SOLUCIÓN

Tenemos que identificar a y b

b siempre es la mitad
del coeficiente del
término en x

ecuación $x^2 - 6x - 4 = 0$

$$x^2 - 6x = 4$$

$$x^2 - 2 \cdot 3x$$

*Completamos el
desarrollo del
producto notable*

$$a^2 - 2ab + b^2$$

*... sin alterar
la igualdad*

Falta b^2

*Completamos el desarrollo del
producto notable*

ecuación $x^2 - 6x - 4 = 0$

SOLUCIÓN:

$$x^2 - 6x = 4$$

$$x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 = 4 + 3^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

*Lo que le hacemos a
un miembro se lo
hacemos al otro...*

*...para no alterar
la igualdad*

EJEMPLO Resolver la ecuación

SOLUCIÓN:

$$x^2 - 6x = 4$$

$$x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 = 4 + 3^2$$

¿Por qué esta técnica es conocida como completación de cuadrados?

este es el desarrollo del producto $(x-3)^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Es claro que es una diferencia al cuadrado

EJEMPLO Resolver la ecuación $x^2 - 6x - 4 = 0$

SOLUCIÓN:

$$x^2 - 6x = 4$$

$$\underbrace{x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2}_{(x-3)^2} = 4 + 3^2$$

Sustituímos este desarrollo por $(x-3)^2$

$$(x-3)^2 = 4 + 3^2$$

*Esta ecuación
ya la sabemos
resolver*

Chequea

$$(x-3)^2 = x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2$$

EJEMPLO Resolver la ecuación $x^2-6x-4=0$

SOLUCIÓN:

$$x^2 - 6x = 4$$

$$x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 = 4 + 3^2$$

$$(x - 3)^2 = 4 + 3^2$$

$$(x - 3)^2 = 13$$

*Dos
soluciones*

$$(x - 3) = \pm\sqrt{13} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 3 = +\sqrt{13} \\ x_2 - 3 = -\sqrt{13} \end{cases}$$

Se despeja

$$x_1 = +\sqrt{13} + 3$$

$$x_2 = -\sqrt{13} + 3$$

EJEMPLO Resolver la ecuación $x^2 - 6x - 4 = 0$

SOLUCIÓN: REPASA LOS PASOS

$$x^2 - 6x = 4$$

1) Dejar los términos con x de un lado

2) Identificar b , es la mitad del coeficiente de la x

$$x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 = 4 + 3^2$$

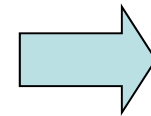
3) Sumar en ambos lados b^2 , se está completando el binomio al cuadrado

$$(x - 3)^2 = 13$$

4) Sustituir $a^2 - 2ab + b^2$ por $(a - b)^2$

Dos
soluciones

$$(x - 3) = \pm \sqrt{13}$$



$$\begin{cases} x_1 - 3 = +\sqrt{13} \\ x_2 - 3 = -\sqrt{13} \end{cases}$$

Se despeja

$$x_1 = +\sqrt{13} + 3$$

$$x_2 = -\sqrt{13} + 3$$

INTENTA : Resolver la ecuación $2x^2+8x-6=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 8x = 6$$

1) Dejar los términos con x de un lado

EJEMPLO Resolver la ecuación $2x^2+8x-6=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 8x = 6$$

1) Dejar los términos con x de un lado

Antes de identificar b , conviene deshacernos del coeficiente de x^2

En el lado izquierdo sacamos 2. (el coeficiente de x^2) de factor común

EJEMPLO Resolver la ecuación $2x^2+8x-6=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 8x = 6$$

1) Dejar los términos con x de un lado

$$2(x^2 + 4x) = 6$$

2) En el lado izquierdo sacamos 2. (el coeficiente de x^2) de factor común

$$x^2 + 4x = \frac{6}{2}$$

3) Pasamos 2 dividiendo

Ya estamos en una
situación conocida
¿Qué hacemos?

EJEMPLO Resolver la ecuación $2x^2+8x-6=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 8x = 6$$

1) Dejar los términos con x de un lado

$$2(x^2 + 4x) = 6$$

2) En el lado izquierdo sacamos 2. (el coeficiente de x^2) de factor común

$$x^2 + 4x = \frac{6}{2}$$

3) Pasamos 2 dividiendo

4) Identificar b

5) Completar cuadrados, sumando en ambos miembros ¿quién? ..

6) Sustituir el desarrollo por el binomio al cuadrado.

7) Resolver $(ax+b)^2=d$ resultante

EJEMPLO Resolver la ecuación $2x^2+8x-6=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 8x = 6$$

$$2(x^2 + 4x) = 6$$

$$x^2 + 4x = \frac{6}{2}$$

4) Identificar b

$$b = \frac{4}{2} = 2$$

$$x^2 + 4x + 2^2 = 3 + 2^2$$

5) Completar cuadrados, sumando en ambos miembros 2^2

$$(x + 2)^2 = 7$$

6) Sustituir el desarrollo por el binomio al cuadrado.

7) Resolver $(x + 2)^2 = 7$

EJEMPLO Resolver la ecuación $2x^2+8x-6=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 8x = 6$$

$$2(x^2 + 4x) = 6$$

$$x^2 + 4x = \frac{6}{2}$$

$$\underbrace{x^2 + 4x + 2^2}_{(x+2)^2} = 3 + 2^2$$

$$(x+2)^2 = 7$$

$$(x+2) = \pm\sqrt{7}$$

Dos soluciones:

- $x+2 = +\sqrt{7} \Rightarrow x = \sqrt{7} - 2$
- $x+2 = -\sqrt{7} \Rightarrow x = -\sqrt{7} - 2$

INTENTA : Resolver la ecuación $2x^2+3x+8=0$

EJEMPLO Resolver la ecuación $2x^2+3x+8=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 3x = -8$$

$$2\left(x^2 + \frac{3}{2}x\right) = -8$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{-8}{2}$$

4) Identificar b

$$b = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\underbrace{x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2}_{\left(x + \frac{3}{4}\right)^2} = \frac{-8}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = -4 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

EJEMPLO Resolver la ecuación $2x^2+3x+8=0$

SOLUCIÓN:

$$2x^2 + 3x = -8$$

$$2\left(x^2 + \frac{3}{2}x\right) = -8$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{-8}{2}$$

$$\underbrace{x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2}_{\left(x + \frac{3}{4}\right)^2} = \frac{-8}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = -4 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = -4 + \frac{9}{16}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{-64 + 9}{16}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{55}{16}$$

No tiene soluciones reales

El lado izquierdo es un número positivo, no puede ser igual a un número negativo