

Segundo trabajo de análisis numérico.

Profesor: Juan Carlos Basto Pineda
Universidad Industrial de Santander
14/02/2018

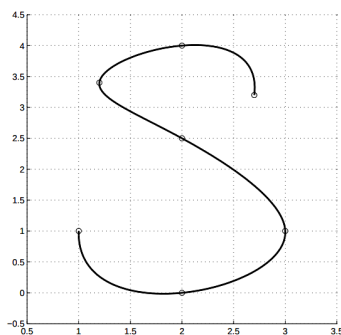
Fecha de entrega: Martes 26 de febrero.

Instrucciones generales

El trabajo se puede entregar en parejas. Los códigos deberán adjuntarse en un archivo de jupyter notebook (*.ipynb), con suficientes comentarios para poder entenderlos. Los resultados, gráficos, análisis y discusión deben presentarse como un informe en pdf.

Primer ejercicio

Considere el siguiente diseño de la letra “S”. Está basado en solo 7 puntos. Internamente se han almacenado las coordenadas X,Y de estos 7 puntos numerados en orden, y a la hora de imprimir un código genera las coordenadas X,Y de un conjunto grande de puntos intermedios por interpolación cubic spline, los cuales se grafican luego en pantalla.



En este ejercicio se propone que diseñen una fuente de letras curvas (al menos 10 letras), cada una de las cuales se base en la menor cantidad de puntos posibles. Deben escribir un código que contenga los puntos de cada letra junto a las rutinas de interpolación y graficación, la cual incluya un módulo donde el usuario pueda ingresar una palabra cualquiera y el código la imprima en pantalla utilizando la fuente creada por ustedes. No hay límite a las mejoras y retoques que deseen incluir en su paquete (p.ej. imprimir en colores, con diferentes tipos de línea, etc.). Agreguen un pequeño párrafo de documentación como si este fuera un software comercial, para explicarle al usuario cómo funciona y cómo utilizarlo. Se permite utilizar cualquier comando de Python que investiguen que les puede ser útil, siempre y cuando entiendan exactamente lo que está haciendo.

Segundo ejercicio

Diseñen e implementen un experimento para medir y comparar la eficiencia de los métodos de Gauss, Gauss-Jordan, y descomposición LU para resolución de sistemas lineales de ecuaciones. Piensen la mejor manera para que este experimento sea significativo, haciendo diferentes tests. En este caso sí deben utilizar rutinas *paso a paso* para implementar los métodos, es decir, no se vale resolver el sistema con un comando ya listo de Python, sino con sus propios módulos.

Tercer ejercicio

A partir del criterio de convergencia para los esquemas de iteración de punto fijo, demuestren que el criterio de convergencia del método de Gauss-Seidel con n ecuaciones y n incógnitas equivale a tener una matriz *diagonal – dominante*.

Cuarto ejercicio

Utilicen el método de Gauss-Seidel *a)* sin relajación *b)* con relajación ($\lambda = 1,2$) para resolver el siguiente sistema con una tolerancia de $\epsilon = 1\%$. Compare la velocidad de convergencia en ambos casos. De ser necesario, reacomode las ecuaciones para lograr la convergencia

$$\begin{aligned}2x - 6y - z &= -38 \\ -3x - y + 7z &= -34 \\ -8x + y - 2z &= -20\end{aligned}$$

Quinto ejercicio

Determine el *condition number* para un sistema descrito por la matrix de Hilbert 10-dimensional. ¿Cuántos dígitos de precisión se espera perder debido al mal condicionamiento del sistema? Determine la solución de este sistema cuando cada elemento del vector de respuestas $\{b\}$ es igual a la suma de los coeficientes en la fila correspondiente (caso en el cual las 10 incógnitas deberían ser exactamente iguales a la unidad). Compare los errores resultantes con lo esperado a partir del *condition number*.

Nota: Para entender mejor este ejercicio remítase al inicio del capítulo 2 de Kiusalaas y a la sección 10.3.2 del libro de Chapra.

